

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ВОДНЫХ ПРОБЛЕМ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ
НАУК**

На правах рукописи

Чебанова Марианна Кирилловна

**ПРОЦЕССЫ СМЕШЕНИЯ РЕЧНЫХ И МОРСКИХ ВОД И ТРАНСФОРМАЦИИ
ПРИЛИВНЫХ ВОЛН В ЭСТУАРИЯХ**

Специальность 25.00.27 – Гидрология суши, водные ресурсы, гидрохимия

**Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

**Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор В.Н. Зырянов**

Москва – 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Современное состояние проблемы	13
1.1. Классификации и гидрофизические особенности эстуариев	13
1.2. Математическое моделирование динамики вод в эстуариях и процессов проникновения солености в устья рек	28
1.3. Приливные волны в эстуариях	33
2. Процессы обмена и формирования ступенчатых структур в зоне взаимодействия речных и морских вод	39
2.1. Смешение речных и морских вод	40
2.2. Турбулентное перемешивание в зоне смешения	53
2.3. Волны на границе соленостного клина	58
2.4. Эстуарная циркуляция	59
2.5. Маргинальный фильтр	65
3. Интрузия морских вод в устья рек	72
3.1. Постановка задачи	74
3.2. Вычисление толщины клина морских вод в устьевом створе	77
3.3. Расчет формы и длины клина морских вод для устья реки Кеми	81
3.3.1. Подвижность носика клина	87
3.4. Расчет формы и длины клина морских вод для устья реки Кереть	88
3.5. Расчет формы и длины клина морских вод для устья реки Онеги	90
4. Приливные волны в эстуариях. Эффекты конфузора и турбулентного трения	94
4.1. Постановка задачи	97
4.2. Сейши и прогрессивные волны в эстуариях	102
4.3. Странные бухты	113
4.4. Эстуарии с двойным конфузуром	117
4.5. Лабораторные эксперименты	122
4.5.1. Описание лабораторной установки	124
4.5.2. Расчет режима движения воды в эксперименте	126
4.5.3. Обсуждение результатов эксперимента	127
Выводы	131
Список литературы	133

Введение

Актуальность темы. Эстуарии - буферные зоны между пресными и морскими водными объектами с выраженным градиентом солености и изменчивым гидрологическим режимом [Hansen, Rattray, 1966]. По определению Притчарда, эстуарий – это полузакрытый прибрежный водоем, который имеет свободный обмен с морем и в котором морская вода разбавляется пресной водой, стекающей с суши [Pritchard, 1967]. Однако в этом определении границы эстуария остаются достаточно неопределенными. По определению Кетчума [Ketchum, 1951, 1983], эстуарием называется полузакрытый, сообщающийся с морем водный объект, где происходит смешение морских и речных вод. Кетчум [Ketchum, 1951, 1983] предложил считать границей эстуария со стороны суши то поперечное сечение, для которого объем воды, участвующий в повышении уровня воды от отметки малой воды до отметки полной воды во время прилива, равен объему речного стока за половину приливно-отливного цикла. Эта граница является динамической и изменяет свое положение в зависимости от колебаний речного стока. Морскую границу эстуария определить еще сложнее из-за постепенного увеличения солености в шельфовой зоне.

Своеобразие гидрологического режима эстуариев обусловлено вертикальными и горизонтальными градиентами плотности. Взаимодействие двух различных по плотности водных масс вызывает возмущение поля плотности воды и относительного поля давления. Следствием динамического взаимодействия речной и морской водных масс являются процессы их взаимного проникновения, что находит свое отражение в структуре зоны смешения и приводит к возникновению циркуляционных течений, вызванных различием плотностей пресной и соленой водных масс [Hansen, Rattray, 1965, 1966; Fisher *et al*, 1979; Ippen, Harleman, 1961; Rigter, 1973; Abraham *et al*, 1975; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983; Иппен, 1970; Savenije, 2005; Prandle, 2009; Лупачев, 1984].

Крупные реки образуют «плюмы» (от английского «plume») – линзы опресненных вод на поверхности воды, приуроченные к устьям рек и достигающие пространственных масштабов в десятки и даже сотни километров. Воды плюма отличаются по своим физическим, химическим и динамическим характеристикам, как от речного потока, так и от моря, и представляют собой перспективные объекты для исследований не только в контексте смешения речных и морских вод, но и как обособленные структуры, взаимодействующие с окружающим морем и атмосферой [Михайлов, 1997а; Завьялов, 2000; Завьялов и др., 2014; Доронин, 2007; Зацепин и др., 2010; Осадчиев, 2013; Zavialov, Zhurbas, Osadchiev, 2012; Garvine, 1987].

На динамические процессы в эстуариях значительное воздействие оказывают приливы. Прилив, как обязательный признак эстуария, отмечал Ф.П. Шепард [Шепард, 1976; Михайлов, 1997а], а О. Пешель еще в 1866 году предложил применять термин «эстуарий» только к тем воронкообразным устьям, которые подвержены действию приливов [Михайлов, 1997а]. В некоторых работах [Важнов, 1976; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983; Щукин, 1974] под эстуарием подразумевают воронкообразное приливное устье реки. Прилив в эстуариях приводит к интенсивному турбулентному перемешиванию вод, генерирует остаточную приливную циркуляцию [Fisher *et al*, 1979; Savenije, 2005; Abraham *et al*, 1975; Семенов, Лунева, 1996; Здоровеннов и др., 2001; Май и Фукс, 2005; Prandle, 2009]. В эстуариях наблюдается такой эффект, как «приливная накачка уровня», описанный в работах [Зырянов, Лейбо, 1985; Музылев и др., 1985; Лупачев, 1986; Зырянов, Музылев, 1988; Зырянов, 1995; Лапина, 2001; Зырянов, Хубларян, 2006] и оказывающий значительное влияние на остаточный транспорт наносов. Изучение трансформации приливов и процессов смешения речных и морских вод является одной из приоритетных задач при исследованиях эстуариев.

Математическое моделирование гидродинамики эстуариев осложняется изрезанностью береговой линии и их мелководностью, что делает обязательным

учет турбулентного трения при изучении процессов в них. В большинстве случаев в результате трения о дно происходит диссипация энергии входящей приливной волны и, как следствие, ее затухание [Зырянов, 1995]. Однако в некоторых эстуариях и заливах прилив может достигать 5-7 м (Мезенский залив Белого моря) и даже 14 м (заливы Фанди и Унгава). Изучение явления аномального увеличения амплитуды прилива в различных заливах и эстуариях – еще одна интересная задача, возникающая при изучении приливной динамики в эстуариях.

Для эстуариев характерно интересное гидрологическое явление – проникновение соленых вод. Данное явление нередко приводит к попаданию соленых вод в водозаборы, к осолонению поверхностных и подземных вод, воздействию на пресноводную биоту. Соленостный клин может стать препятствием на пути перемещения наносов и вызвать заиливание судоходных каналов. Существует ряд работ, посвященных интрузии соленых вод [Rigter, 1973, Fisher, 1974; Prandle, 1981, Oye, 1984, Kranenburg, 1985; Savenije, 2005; Prandle, 2004; Кейлеган, 1970; Иппен, 1970; Гогелиани, 1973; Зырянов, 1987; Хубларян, Фролов, 1988]. Большинство из них основано на натурных измерениях глубины проникновения морских вод и эмпирических формулах расчета длины клина, на использовании одномерных моделей. Поэтому дальнейшее исследование этого процесса и разработка более совершенных моделей, позволяющих рассчитывать глубину проникновения соленых вод в эстуарий, очень актуальна и в настоящее время.

Эстуарии являются зонами транзита терригенного и органического осадка с материка в океан. Здесь взвешенные и растворенные вещества аккумулируются и сильно трансформируются, благодаря чему создаются и поддерживаются весьма специфические условия для жизни многих организмов [Лисицын, 1994]. Таким образом, эстуарии являются своеобразным фильтром на пути загрязненного материкового стока, при этом оставаясь продуктивными и

доступными для эксплуатации зонами Мирового океана. Все это делает эстуарии важными и востребованными объектами для изучения.

Целью данной работы является изучение гидродинамических особенностей зоны смешения речных и морских вод в эстуариях и трансформации входящих в них со стороны моря приливных волн.

В работе ставились следующие задачи:

1. Изучить основные закономерности зоны взаимодействия речных и морских вод на примере устья реки Кеми Белого моря;
2. Усовершенствовать гидродинамическую теорию интрузии морских вод в устья приливных рек с использованием экспериментальных данных по устью реки Кеми;
3. Исследовать роль морфометрии заливов в динамике входящих приливных волн – эффектов схождения берегов (эффект конфузора) и уменьшения глубин;
4. Провести лабораторное моделирование влияния вращения Земли на эволюцию длинных волн в изогнутых бухтах: с левым (по направлению вращения Земли) и правым (против вращения Земли) загибом.

Научная новизна. Исследованы закономерности перемешивания морских и речных вод в мало изученном мелководном эстуарии р. Кеми, выявлены некоторые интересные особенности взаимодействия морских и речных вод: форма клина морских вод; крупномасштабная ступенчатая структура вертикальных распределений температуры, солености, плотности; волновые колебания солености в придонной области.

В работе развита гидродинамическая теория, которая позволила объяснить выявленные закономерности.

Предложена методика определения толщины клина морских вод в устьевом створе, с помощью которой можно определять этот параметр аналитически, а не

эмпирически или по данным наблюдений, как это обычно принято в таких задачах.

Объяснено «странное» поведение приливной волны в некоторых бухтах, при котором сначала, при входе в эстуарий, амплитуда приливной волны уменьшается, а затем, по мере продвижения волны вглубь, начинает вновь увеличиваться.

Показано, что усиление амплитуды приливной волны при вхождении в воронкообразные бухты, может быть вызвано не резонансом с сейшевыми волнами, а эффектом конфузурности.

Материалы и методы исследований. Для изучения процессов смешения речных и морских вод в эстуарии р. Кеми в работе были использованы натурные данные, полученные ИВПС КарНЦ РАН в ходе экспедиций: 7 - 13 июля 2008 г., 14 - 18 июля 2009 г., 01 - 05 августа 2010 г. и 15 по 16 июля 2011г. в эстуарии р. Кеми. Для расчетов годового и сезонного стока рек при анализе глубины проникновения соленой воды в устья использовались данные многолетних наблюдений ИВПС КарНЦ РАН, а также данные ГГИ, находящиеся в открытом доступе. Для построения карт и разрезов использовалась программа Surfer 11 и программа Sigma Plot 11. Все математические расчеты и построение графиков осуществлялось в программе Matlab 6.1.

Практическая значимость. К настоящему моменту в исследованиях динамики эстуариев на фоне большого количества работ по численному моделированию обозначилась явная недостаточность аналитических результатов. Гидродинамическая теория, изложенная в данной работе, учитывает мелководность эстуария и, как следствие, эффект турбулентного трения, что позволяет объяснить некоторые закономерности перемешивания вод, особенности вхождения приливных волн в бухты. Полученные результаты могут быть использованы для расчетов дальности проникновения морских вод в устья

рек, тестирования численных моделей. Исследования относятся к области рационального природопользования – приоритетного направления развития науки в РФ.

На защиту выносятся:

- Усовершенствованная гидродинамическая модель интрузии морских вод в устья рек с методикой аналитического определения толщины клина морских вод в устьевом створе.
- Гидродинамические основы формирования крупномасштабных ступенек и волн в зоне взаимодействия речных и морских вод
- Результаты исследований эффекта схождения берегов (эффект конфузора), эффекта турбулентного трения, форм рельефа дна и роли слоя Стокса в динамике трансформации приливных волн в эстуариях.
- Результаты лабораторного моделирования влияния вращения Земли на трансформацию приливов в изогнутых бухтах.

Защищаемые положения.

- Толщина клина морских вод в устьевом створе определяется удельным расходом реки и углом расхождения берегов эстуария. Предложен новый гидрофизический параметр, с помощью которого можно определять толщину соленостного клина в устьевом створе.
- Крупномасштабные ступеньки на вертикальных профилях солености, зафиксированных в эстуарии р. Кемь, обусловлены приливным перемещением слоя смешения речных и морских вод на границе соленостного клина.
- По особенностям трансформации приливных волн при вхождении в бухту они делятся на глубоководные, мелководные и «странные». Основную роль в этом играет слой Стокса и его отношение к глубине эстуария.

- Морфометрия эстуариев и заливов (профиль дна, изменения углов схождения берегов) играет существенную роль в трансформации приливных волн.
- Причиной различия величин приливов в бухтах с левым и правым загибом является вращение Земли, что подтверждено лабораторными экспериментами.

Апробация работы. Основные результаты, изложенные в данной работе, докладывались на Международном семинаре с полевым выездом «Трансграничные водосборы: Финляндия и Россия – водосбор Белого моря» с экспедицией на Белое море и сессией для молодых ученых (Карелия, о-в Тонисоар, 2013); VII международной научной конференции молодых ученых и талантливых студентов «Водные ресурсы, экология и гидрологическая безопасность» (Москва, 2013); 12-й международной конференции «Государственное управление» Российская Федерация в современном мире» (Москва, 2014); Международной школе-конференции «White sea international student workshop on optics of coastal waters» (Беломорская биологическая станция (ББС) МГУ, 2014); Международной молодежной школе-конференции «Моря, озера и трансграничные водосборы России, Финляндии и Эстонии» (Петрозаводск, 2014); Всероссийской научной конференции «Научное обеспечение реализации «Водной стратегии Российской Федерации до 2020 г.» (Петрозаводск, 2015); 4-й международной научно-практической конференции «Морские исследования и образование: MARESEDU-2015» (Москва, 2015); Международной научной школе молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах» (Москва, 2015).

Исследования, изложенные в данной работе, получили поддержку РФФИ, грант № 16 – 35 – 00344 мол_а.

Личный вклад автора. Автор непосредственно участвовал во всех этапах диссертационной работы: обработке и анализе натурных данных, построении графиков, написании программ и выполнении необходимых численных расчетов в пакете Matlab, в подготовке и проведении лабораторного эксперимента, а также в обсуждении и интерпретации полученных результатов. Автор участвовал в подготовке результатов к опубликованию в журналах, а также представлял их на конференциях. По теме работы было принято участие в экспедиции научно-студенческого общества НСО-2014 на Беломорскую биологическую станцию МГУ им. Н.Перцова, 26.01.2014-06.02.2014.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 работ, в том числе, 2 статьи в рецензируемых журналах из списка ВАК, 5 тезисов докладов.

Статьи, опубликованные в журналах из перечня ВАК:

1. Зырянов В.Н., **Чебанова М.К.**, Филатов Н.Н. Интрузия морских вод в устья рек // Водные ресурсы. – 2015. – Т.42. – № 5. – С.1 – 12.
2. Зырянов В.Н., **Чебанова М.К.** Гидродинамические эффекты при вхождении приливных волн в эстуарии // Водные ресурсы. – 2016. – Т. 43. – №4. – С. 1 – 8.

Другие публикации:

1. **Чебанова М.К.** Некоторые особенности интрузии морских вод в устье реки Кеми // Процессы в геосредах. Сб. научных статей. – М: ИПМех РАН. – 2014. – № 1. – С. 162-169.
2. **Чебанова М.К.** Некоторые особенности интрузии морских вод в устье реки Кемь // Процессы в геосредах. – М: ИПМех РАН. – 2015. – №1(1). – С.105-113.
3. Зырянов В.Н., **Чебанова М.К.** Приливные волны в эстуарии // Процессы в геосредах. – М: ИПМех РАН. – 2015. – №3(3). – С. 21-34.
4. **Чебанова М.К.** Гидрофизические процессы в эстуариях // Моря, озера и трансграничные водосборы России, Финляндии и Эстонии. Лекции

научных сотрудников, преподавателей и молодых ученых для вузов (по докладам Международной молодежной школы-конференции). – Петрозаводск: Карельский научный центр РАН. – 2015. – С. 91-101.

Опубликованные тезисы докладов:

1. **Чебанова М.К.** Интрузия морских вод в эстуарии реки Кеми // Сб. докладов на VII международной научной конференции молодых ученых и талантливых студентов «Водные ресурсы, экология и гидрологическая безопасность» (11-13 декабря 2013 г., Москва, Россия). – М.: ИВП РАН. – 2013. – С. 61 – 67.
2. **Chebanova M.K.** «Salt water intrusion in the tidal estuary of the river Kem». International White Sea Student Workshop on Optics of Coastal Waters. Book of abstracts. — Abstracts of lectures and poster presentations of the International White Sea Student Workshop on Optics of Coastal Waters; Nikolai Pertsov White Sea Biological Station of Lomonosov Moscow State University; Republic of Karelia, Russia, 30 August – 7 September, 2014. — WSBS – Moscow, 2014. – P. 11.
3. Зырянов В.Н., **Чебанова М.К.**, Филатов Н.Н. Взаимодействие морских и речных вод в устьях приливных рек (на примере устья р. Кеми) // Сб. научных трудов конференции «Научное обеспечение реализации «Водной стратегии РФ на период до 2020 г.». – Петрозаводск: КарНЦ РАН. – 2015. – Т.1. – С. 287-294.
4. Зырянов В.Н., **Чебанова М.К.** Приливные волны в эстуарии. Сборник тезисов по итогам 4-ой международной научно-практической конференции «Морские исследования и образование: MARESEDU-2015», 19-24 октября 2015г., г.Москва, МГУ им.Ломоносова. – С. 427-430. URL: <http://www.maresedu.com/#!/materials/cee5>]
5. Зырянов В.Н., **Чебанова М.К.** Эффекты конфузора и турбулентного трения в динамике приливных волн в эстуарии. // Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: Международная

научная школа молодых ученых; 11-13 ноября 2015 г., Москва: Сборник тезисов. - М.: МАКС Пресс. – 2015. – С. 92 – 95.

Благодарности. Автор выражает признательность своему научному руководителю д.ф.-м.н., проф. В.Н. Зырянову, а также коллективу лаборатории гидродинамики ИВП РАН за всестороннюю помощь и поддержку при работе над диссертацией. Автор также благодарит сотрудников Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН (ИВПС РАН) и лично чл.-корр. РАН, д.г.н., проф. Н.Н. Филатова и к.г.н. А.В. Толстикова за любезно предоставленные данные наблюдений.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов и списка использованных источников, включающего в себя 215 наименований, из них 113 на иностранных языках. Полный объем диссертации — 153 страницы, включая 65 рисунков и 7 таблиц.

1. Современное состояние проблемы

1.1. Классификации и гидрофизические особенности эстуариев

Понятие «эстуарий» происходит от латинского слова «aestuarium» и означает залив, лагуна, лиман, русло реки, затопляемые приливом, а само это понятие проистекает от латинского aestus – кипение, волнение [Михайлов, 1997а]. Как отмечает И.В. Самойлов [Самойлов, 1952], первыми этот термин стали применять древние римляне, наблюдая во время прилива бурное течение в устьях рек Галлии и Британских островов.

Первые целенаправленные исследования процессов в эстуариях проводились в США, Англии и Нидерландах в 1950-1960-х годах с целью изучить процессы перемешивания речных и морских вод в районах крупных городов и портов (Лондон, Нью-Йорк, Амстердам, Балтимор и др.). В этот период публикуется много работ, посвященных гидрофизическим особенностям эстуариев. В первых работах того периода были сделаны попытки дать определение эстуарию и обозначить его границы. В России же подобные исследования были начаты значительно позже.

В работах Кетчума, Притчарда, Хансена и Раттрей [Ketchum, 1951; Pritchard, 1955; Hansen, Rattray, 1966] и др. были описаны основные особенности формирования гидрологического режима эстуариев, такие как градиенты солености и плотности в направлении от речного края к морскому и в вертикальном направлении от поверхности ко дну, наличие эстуарной циркуляции, отмечалась роль речного стока и приливного воздействия в его формировании, были предложены различные классификации. Стратификация водной толщи по глубине послужила основой для гидрофизической классификации эстуариев.

Притчард [Pritchard, 1955] выделил четыре типа эстуариев с различными механизмами поддержания баланса соли: 1. Сильно стратифицированный

эстуарий со значительной адвекцией в горизонтальном и вертикальном направлениях; 2. Частично перемешанные эстуарии с вертикальной диффузией соли и сильным приливным перемешиванием; 3. Широкий хорошо перемешанный эстуарий с боковой циркуляцией, вызванной силой Кориолиса; 4. Узкие хорошо перемешанные эстуарии с продольной турбулентной диффузией.

Начиная с работ Камерона и Притчарда [Cameron, Pritchard, 1965], Стоммела и Фармера [Stommel, Farmer, 1952, 1953], выделяют три типа перемешивания: 1. Полное перемешивание и слабая стратификация; 2. Частичное перемешивание и умеренная стратификация; 3. Слабое перемешивание и сильная стратификация (с клином осолоненных вод) [Михайлов, 1997а; Повалишникова, 2001; Михайлова, 2013; Долгополова, Исупова, 2010]. В таблице 1 приведена краткая характеристика основных трех типов эстуариев с примерами. Существуют и другие классификации эстуариев, например, классификация Ч.Б. Оффисера [Officer, 1976], который выделил следующие типы эстуариев: 1. Хорошо перемешанные; 2. Стратифицированные; 3. С границей раздела (с клином соленых вод, с неподвижным клином соленых вод под сильным течением пресных, фьорды, имеющие тонкий слой пресных вод над застойной массой соленых), классификация Дайера [Dyer, 1973, 1986, 1997] и др.

Таблица 1. Классификация эстуариев по типам перемешивания вод

Тип	Характеристика	Пример
С клином осолоненных вод	<ol style="list-style-type: none"> 1. поверхностная соленость значительно меньше придонной; 2. на средних глубинах наблюдается значительный градиент солености; 3. Соленость верхнего слоя растет по направлению к морю, тогда как соленость в нижнем слое остается практически неизменной и равна солености в море. 4. двухслойная циркуляция: в поверхностном 	Миссисипи, Кемь, Онега;

	<p>слое пресная вода движется в сторону моря, а в придонном слое практически неразбавленная морская вода движется в сторону суши [Михайлов, 1997а];</p>	
<p>Частично перемешанные</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. постепенный рост солёности от поверхности ко дну с максимальным градиентом в области границы раздела между верхним и нижним слоем; 2. сильное приливное течение, за счет которого движение всей водной массы становится турбулентным. В неглубоких эстуариях турбулентность возникает в результате трения о дно. Весь объем воды в эстуарии охвачен турбулентным перемешиванием; 3. обмен солью и массой между верхним и нижним слоями происходят в обоих направлениях; 4. солёность вод верхнего и нижнего слоев постепенно растет по направлению к морю при наличии турбулентного обмена между слоями; 	<p>Хугли, Мезень, Сена, Жиронда [Долгополова, 2013];</p>
<p>Полностью перемешанные</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. солёность растет по направлению к морю, но практически не изменяется по глубине из-за интенсивного турбулентного перемешивания; 2. объем прилива намного больше объема поступающего в эстуарий речного стока; 3. перенос соли осуществляется в основном горизонтальной турбулентной диффузией в осредненном течении; 4. среднее течение на всех горизонтах направлено в сторону моря, но оно намного слабее сильного приливного течения. 	<p>Северн, Мерси [Долгополова, 2013], Эльба, Лимпопо.</p>

В качестве критерия выделения типа эстуария Д.В. Хансен и М. Раттри [Hansen, Rattray, 1966] предложили соотношение, названное параметром стратификации.

Основными факторами перемешивания вод в эстуариях являются воздействие приливов и воздействие реки. Основной вклад притока речной воды в процессы смешения в эстуарии заключается в том, что он приводит к возникновению циркуляционных течений, вызванных различием плотностей соленой и пресной водных масс [Hansen, Rattray, 1965, 1966; Fisher *et al*, 1979; Ippen, Harleman, 1961; Rigter, 1973; Abraham *et al*, 1975; Иппен, 1970; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983; Savenije, 2005; Prandle, 2009]. Во внутренних областях водных масс наблюдаются большие продольные и вертикальные градиенты плотности. Влияние прилива на смешение вод сказывается двумя способами: прилив является причиной придонной турбулентности и, как следствие, вызывает турбулентное перемешивание; реверсивные приливные движения генерируют остаточную циркуляцию, которая, в свою очередь, тоже влияет на перемешивание [Fisher *et al*, 1979; Savenije, 2005; Abraham *et al*, 1975; Семенов, Лунева, 1996, 1999; Здоровеннов и др., 2001; Май, Фукс, 2005; Prandle, 2009]. Особенности рельефа эстуариев могут вызывать задержку вод зоной осушки на отливе, что также сказывается на перемешивании в эстуариях [Schijf, Schonfeld, 1953; Okubo, 1973].

Особенности перемешивания, эстуарной циркуляции вод и переноса примеси в эстуариях и устьях рек освещены в многочисленных монографиях и статьях [Монин, Озмидов, 1981; Полонский, Горелиц, 1985; Полонский, Скриптунов, 1995; Байдин, 1983; Васильев, 1976; Зырянов, 1987; Кутало, 1984; Лупачев, 1984, 1986, 1989; Музылев и др., 1985; Никифоровская, 1985]. Имеется целый ряд работ, в которых была описана типичная эстуарная циркуляция [Иппен, 1970; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983; Hansen, Rattray, 1966; Ketchum, 1983; Officer, 1976, 1983; Pritchard, 1955].

Многие исследователи [Stommel, 1953a, 1953b; Pritchard, 1955, 1958, 1967; Ketchum, 1951, 1983; Hansen, Rattray, 1966] в своих работах задаются вопросом, какой из двух факторов – прилив или речной сток – является основным для того или иного эстуария. Так, Кетчум в работе [Ketchum, 1951] модифицировал классический метод «приливной призмы» и рассчитал распределение речной воды в зависимости от величин прилива, речного стока и топографии.

Стоммел в [Stommel, 1953a, 1953b] выделил эстуарии с преобладающим влиянием речного стока, эстуарии, в которых основным фактором является приливное воздействие, а также описал промежуточный тип эстуариев со значительной ролью обоих факторов. Он описал физический характер типичной двухслойной эстуарной циркуляции, при которой в верхней части потока происходит перенос воды и солей в сторону моря, а в нижней его части — в сторону реки, и основные факторы, определяющие потоки. К ним он отнес градиенты давления, трение на границе раздела слоев воды разной плотности, силу Кориолиса, вовлечение, напряжение турбулентного трения, поле скоростей.

Для того чтобы охарактеризовать соотношение объемов пресного стока и приливного потока, а также для описания характера перемешивания вод, Симмонс [Simmons, 1955] ввел приливный параметр α , известный также как параметр Симмонса или число Кантера-Кремерса.

Иппеном [Иппен, 1970], а также Харлеманом и Абрахамом [Harleman, Abraham, 1966] были предложены параметры, характеризующие соотношение диссипации кинетической энергии и роста потенциальной энергии. В этих двух показателях сравнивается стабилизирующее действие увеличения плотности по вертикали и турбулентная энергия, требующаяся для перемешивания.

Д.В.Хансен и М.Раттрей в 1966 году в ставшей уже классической работе [Hansen, Rattray, 1966] для анализа эстуарной стратификации и циркуляции вод предложили для описания характера стратификации использовать параметр стратификации n , равный $\Delta S/S_{cp}$, а для описания характера вертикальной циркуляции – циркуляционный параметр u_s/u_f , где u_s – средняя поверхностная

скорость течения, u_f – средняя скорость всего потока пресной воды, т.е. средняя скорость течения, обусловленная речным стоком. С ростом параметра n увеличивается степень стратификации, а с увеличением параметра u_s/u_f – степень влияния прилива. Хансен и Раттрей выделили несколько типов эстуариев. В типах эстуариев 1a и 1b – результирующий поток направлен в сторону моря во всех слоях, хотя тип 1a – типичный хорошо перемешанный эстуарий со слабой стратификацией, а тип 1b – уже заметная стратификация; перенос соленых вод вызван действием прилива. Для типов 2a и 2b результирующий поток имеет обратное направление на дне, а процессу проникновения солей способствуют как приливная диффузия, так и адвекция; тип 2a соответствует хорошо перемешанному эстуарию, а тип 2b – стратифицированному. Тип 3 отличается от типа 2 отсутствием переноса солей в результате приливной диффузии. Тип 3a имеет слабую стратификацию, а тип 3b – глубокий нижний слой с градиентами солености, не достигающими дна, характерен для фьордов. Тип 4 характеризует сильно стратифицированный эстуарий с клином соленых вод [Hansen, Rattray, 1966].

Хансен и Раттрей [Hansen, Rattray, 1966] показали, что увеличение ширины эстуария приводит к незначительному уменьшению стратификации и большой относительной циркуляции u_s/u_f , увеличение расхода пресной воды – к сильной стратификации и уменьшению параметра u_s/u_f . Стратификационно-циркуляционная схема Хансена-Раттрей дает возможность оценить возможные эффекты в случае изменения одного из параметров.

Первому типу смешения (полное перемешивание) соответствуют эстуарии с небольшим речным стоком и сильным воздействием приливов. Увеличение стока и уменьшение действия приливов приводят к увеличению вертикальных градиентов плотности. Поэтому по мере уменьшения влияния приливов и возрастанию влияния речного стока происходит смена типов смешения. Стратификация потока характерна для тех эстуариев, где влияние приливов слабое. В разные фазы прилива при одинаковом значении речного стока степень

стратификации вод в эстуарии разная, так же она изменяется вместе с сезонным изменением стока [Михайлов, 1997а].

Основные силы, определяющие поле средней скорости в эстуарии, - это продольный градиент давления, определяющий адвекцию; плавучесть, отвечающая за устойчивость водной толщи (суммарное влияние силы тяжести и стратификации); турбулентное трение.

Как показано в работах [Иппен, 1970; Михайлов, 1997а; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983], в однородных эстуариях продольный горизонт давления является обязательным условием возникновения циркуляции, тогда как в стратифицированных потоках будет достаточно уклона в сторону моря границы раздела двух разных по плотности сред. В однородном потоке с небольшими горизонтальными градиентами плотности при положительном уклоне водной поверхности поток на всех глубинах направлен к морю. При больших продольных или вертикальных градиентах плотности (в случае деления водной массы на два слоя) возникает типичная двухслойная циркуляция. В работах [Savenije, 1993b; Fisher *et al*, 1979] авторы пытались оценить влияние продольного градиента давления на плотностную конвекцию и ее взаимосвязь с морфологией эстуария. Фишер [Fisher *et al*, 1979] показал, что градиенты плотности оказывают большее воздействие на продольное перемешивание, чем на вертикальное, и выделил два процесса, которые вызывают перемешивание вод в эстуариях: мелкомасштабная турбулентная диффузия и адвекция. Savenije [Savenije, 1993b] получил, что плотностная циркуляция зависит от продольного градиента солёности.

В стратифицированных эстуариях практически всегда существуют условия для возникновения внутренних волн. В работах [Gardner *et al*, 1980; Gardner, Smith, 1978; Farmer, Smith, 1978; New *et al*, 1987; Abraham, 1988; Лупачев, 1976; Иппен, 1970] показано влияние внутренних волн, возникающих в результате взаимодействия приливного потока с резкими неровностями дна, на характер турбулентного перемешивания в стратифицированных эстуариях. При

разрушении внутренних волн в результате эффекта вовлечения происходит перенос соли из нижнего в верхний слой. В результате вертикальной диффузии соли соленость на поверхности возрастает, а вблизи дна уменьшается. Результирующее поле давления получается двухкамерной циркуляцией с втеканием вблизи дна и поверхностным оттоком в средних слоях [Хубларян, Фролов, 1988]. В работе Хансена и Раттрей [Hansen, Rattray, 1972] был выполнен теоретический анализ этого механизма.

Влияние градиентов плотности зависит от интенсивности турбулентности. Турбулентное перемешивание по вертикали играет значительную роль в определении типа стратификации и определяет основные процессы в эстуарии. Если приливные течения значительны, то турбулентность, вызванная трением о дно, вызывает вертикальное перемешивание речных и соленых вод (хорошо перемешанный эстуарий). В этом случае разница плотностей по вертикали в каждой точке потока мала, но двухслойная циркуляция при этом сохраняется за счет горизонтального градиента плотности. Если плотность водной массы возрастает с глубиной, но нет горизонтального градиента плотности, то такая водная масса совершенно стабильна. Но это возможно только в состоянии покоя. Тогда распространение солей будет осуществляться за счет молекулярной диффузии. Если же вода движется, то скорость смешения соленой и пресной воды будет зависеть от энергии турбулентности. При малых скоростях потока обмен импульсом между верхним нижним слоем невелик, смешение будет происходить только в узкой зоне раздела между слоями соленой и пресной воды. Может даже наступить почти полное разделение потока на слои пресной и соленой воды (эстуарий с соленостным клином). Между двумя этими предельными случаями наблюдаются еще и промежуточные типы перемешивания, как и показано на диаграмме Хансена-Раттрей [Bowden, 1981].

К настоящему времени существует множество работ, посвященных описанию процессов морской и океанической турбулентности [Мамаев, 2000; Ozmidov, 1965; Монин, Озмидов, 1981; Озмидов, 1986; Филлипс, 1980; Thorpe,

2007; Smyth, Moum, 2000; Moum, Smyth, 2000; Woods, 1968; Richardson, 1926; Richardson, Stommel, 1948, Okubo, 1962a, 1962b; Bowden, 1981; Боуден, 1988]. Теория морской турбулентности может быть применена к эстуариям с поправкой на особенности их гидродинамики.

Вертикальная плотностная стратификация, существующая в эстуариях, оказывает влияние на вертикальную турбулентную диффузию. Демпфирующее влияние устойчивого градиента плотности водной массы на турбулентность может привести к тому, что турбулентность в рассматриваемом потоке не разовьется, хотя она могла бы существовать при всех других условиях [Озмидов, 1986]. В качестве первоначального критерия существования турбулентности в стратифицированном потоке в теории морской турбулентности широко используется число Ричардсона: $Ri = N^2(z)/(\partial u/\partial z)^2$. Здесь $N^2(z) = (g/\rho)\partial\rho/\partial z$ - квадрат частоты Вайсяля-Брента, $\partial u/\partial z$ - изменение скорости с глубиной. Число Ричардсона характеризует собой отношение работы механизма затухания турбулентности (работы архимедовых сил (плавучести)) к работе механизма ее генерации (работе турбулентных напряжений) без учета действия сил вязкости. Озмидов [Озмидов, 1986] для характеристики интервала влияния сил плавучести предложил использовать частоту Вайсяля-Брента. Частота Вайсяля-Брента характеризует вертикальные термохалинные колебания частицы, выведенной из состояния равновесия относительно исходного положения. Устойчивый градиент плотности уменьшает вертикальное перемешивание, так как оно происходит с увеличением потенциальной энергии, заимствованной из кинетической энергии турбулентности [Озмидов, 1986]. Следовательно, критерием существования турбулентности в устойчиво стратифицированном потоке должно быть значение числа $Ri < 1$. При $Ri > 1$ турбулентность затухает. Этот критерий может быть конкретизирован для разных типов движения. Как было показано Майлсом и Ховардом [Miles, 1961; Howard, 1961; Озмидов, 1986], для горизонтально однородного потока с устойчивым вертикальным градиентом плотности таким значением будет $Ri < 1/4$. Число Ri , построенное по значениям градиентов

плотности и скорости на заданной глубине, отражает влияние устойчивости вод на вертикальное перемешивание в эстуарии. Число Ричардсона и частота Вайсяля-Брента используются для анализа ступенчатой структуры гидрофизических полей.

В работах Боудена [Bowden, 1981; Боуден, 1988] высказывается предположение о неуместности использования этого критерия в слое резкого термоклина, так как обмен через слой скачка происходит не благодаря турбулентной диффузии, а в результате турбулентного вовлечения. Оффисер [Officer, 1976] полагает, что этот подход уместен при $Ri > 10$. Как показано в [Озмидов, Озмидова, 1997], критическое значение числа Ричардсона может достигаться лишь эпизодически, при наложении различных внутренних волн, развивающихся в слое скачка плотности, на сдвиговое течение. Линейные и нелинейные взаимодействия между ними приводят к появлению областей с закритическим значением числа Ричардсона и к появлению турбулизированного «пятна» жидкости, эродирующего слой скачка [Озмидов, Озмидова, 1997].

Число Ричардсона, определяемое через крупномасштабные характеристики потока, рядом авторов [Dyer, 1986; Dyer, New, 1986; Officer, 1976; Prandle, 2009] используется в качестве грубого параметра, позволяющего определить стратификацию в эстуарии. В работах [Linden, Simpson, 1988; Simpson *et al*, 1990] показано, что число Ричардсона меняется во взаимосвязи с фазой приливного цикла и сезонным изменением стока, поэтому смешение нельзя определять только по одному параметру. В некоторых работах предложены аналоги и модификации числа Ричардсона [Dyer, New, 1986; Fisher, 1972].

Турбулентность в хорошо перемешанных эстуариях может быть описана в рамках теории турбулентности в пограничных слоях, так как основным источником турбулентности в таких водных объектах выступает шероховатость дна и ветровое воздействие [Long, 1977; Gardner, Nowell, Smith, 1980; Abraham, Van Os, Verboom, 1981]. Придонная турбулентность, вызванная воздействием

прилива и шероховатостью дна, является основным источником турбулентности [Gardner, Nowell, Smith, 1980].

В частично стратифицированных эстуариях и в эстуариях с соленостным клином турбулентный обмен через слой скачка плотности происходит за счет процессов на поверхности пикноклина. Основной тип турбулентности в таких эстуариях – это свободная турбулентность, на которую за счет мелководности накладывается придонная турбулентность, вызванная воздействием приливов, и приповерхностная, вызванная ветровым перемешиванием [Gardner, Nowell, Smith, 1980; Abraham, Van Os, Verboom, 1981].

На мелководьях нижний пограничный слой выходит в приповерхностную область и смыкается с верхним пограничным слоем, турбулентное перемешивание охватывает всю водную толщу [Лапина, 2001].

Изучение турбулентности в эстуариях было начато в середине 1950-х годов и было вызвано необходимостью определения ее параметров при моделировании циркуляции в эстуарии. Притчард [Pritchard, 1954, 1956] при описании осредненной по приливному циклу динамики и транспорта соли в равнинном эстуарии связал турбулентные потоки соли со средними градиентами солености с помощью коэффициентов турбулентной диффузии, а турбулентный перенос массы и момента со средней скоростью с помощью коэффициентов турбулентной вязкости. Такой подход впоследствии использовался и другими исследователями. Притчард [Pritchard, 1956] на основании данных измерений в эстуарии реки Джеймс оценил вклад различных процессов в перенос соли и получил, что градиент турбулентных напряжений в горизонтальной плоскости мал по сравнению с вертикальным градиентом. Боуден [Bowden, 1967] показал, что это справедливо для частично перемешанного эстуария, в хорошо перемешанном эстуарии продольным диффузионным переносом пренебрегать нельзя. В отличие от горизонтального обмена вертикальный турбулентный обмен должен учитываться всегда.

Определению вертикальных турбулентных коэффициентов вязкости и диффузии, необходимых для математического моделирования гидрофизических процессов в эстуариях, посвящено множество работ [Richardson, 1926; Richardson, Stommel, 1948; Харлеман, 1970; Дебольский и др., 1984; Лапина, 2001; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983; Thatcher, Harleman, 1972]. В работах [Rodi, 1980; Rodi *et al*, 1981; Abraham, Van Os, Verboom, 1981] дан обзор основных моделей турбулентности в эстуариях.

Помимо оценок коэффициентов турбулентного обмена в ряде работ изучаются различные аспекты физики процессов турбулентности в зоне смешения [см. ссылки в Gardner, Nowell, Smith, 1980; Bowden, 1981], проводится анализ тонкой вертикальной T - S структуры [Музылев и др., 1985; Gardner, Smith, 1978].

Начиная с 1960-х годов стали проводиться натурные изучения пикноклина [Gardner, Smith, 1978; Farmer, Smith, 1978; см. ссылки в Gardner, Nowell, Smith, 1980] и лабораторные эксперименты [см. ссылки в Gardner, Nowell, Smith, 1980]. Наряду с прямыми измерениями турбулентных пульсаций и лабораторным моделированием используются также различные способы натурального моделирования диффузионных процессов с помощью пятен и струй красителей [Озмидов, 1986], с помощью трассеров и дискретных индикаторов [Петров, Путьрский, 1982; Борисов, Страчук, 1979].

В эстуариях турбулентные свойства анизотропны и меняются во времени и пространстве. Турбулентные коэффициенты вязкости и диффузии представляют собой функции координат и параметров течения, поэтому основные сложности изучения турбулентности связаны с их определением.

Как правило, процессы турбулентной диффузии изучаются в рамках статистической теории турбулентности. В основе статистической теории лежит физическая схема, предложенная Ричардсоном еще в 1922 году: турбулентные коэффициенты могут быть получены как величины, пропорциональные характерной длине и скорости. Способ основан на использовании сведений о

величине диссипации турбулентной энергии ε , определяемой из теории локального подобия турбулентности Мони́на-Ягло́ма [Монин-Яглом, 1965]. Как следствие из развитой Колмогоровым теории спектров турбулентности, Бетчелор [Бэтчеллор, 1973] показал, что коэффициент турбулентной диффузии зависит от средней скорости вихрей, участвующих в диффузии (закон $4/3$).

Непосредственные массовые измерения таких параметров турбулентных потоков, как пульсации скоростей, представляют сложную задачу, поэтому обычно коэффициенты определяются с помощью полуэмпирических теорий турбулентности, в основе которых лежит концепция турбулентной вязкости/диффузии.

Концепция турбулентной вязкости/диффузии базируется на предположении о пропорциональности осреднённых произведений пульсационных скоростей и характеристик поля осредненных скоростей; турбулентных потоков тепла и солей и градиентов солёности/температуры [Rodi, 1980; Мамаев, 2000; Rodi *et al*, 1981]. В основе большинства зависимостей для определения коэффициентов в нестратифицированном потоке (хорошо перемешанный эстуарий) лежит теория пути смешения Прандтля и гипотеза подобия Кармана [Bowden, 1981; Rodi, 1980]. В случае стратифицированного потока теория пути смешения может применяться с поправкой на то, что вертикальный поток плавучести вносит изменение в приближение длины смешения [Bowden, 1981; Rodi, 1980; Хубларян, Фролов, 1988]. Эффект плавучести может быть учтен с помощью числа Ричардсона [Bowden, 1981; Rodi, 1980]. Если турбулентность в устойчиво стратифицированной среде существует, то ее параметры должны зависеть от Ri . Коэффициенты турбулентной вязкости N_z и турбулентной диффузии K_z уменьшаются с увеличением Ri , причем последний уменьшается быстрее. Зависимости коэффициентов от числа Ричардсона можно получить из анализа уравнения баланса турбулентной энергии или из данных наблюдений. Такие зависимости изначально были получены с использованием теории подобия Мони́на-Обухова для атмосферы.

Для эстуариев предложено множество эмпирических формул, отражающих зависимость коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии от Ri [Kent, Pritchard, 1959; Munk, Anderson, 1948; Kent, 1960; Officer, 1976]. Эти зависимости широко используются во многих работах для характеристики турбулентности.

Поскольку турбулентная вязкость и диффузия зависят от турбулентной структуры, то не всегда корректно использование модели пути смешения Прандтля, полагающей коэффициенты константой. Так, например, как показано в [Rodi, 1980], во время малой воды, когда градиенты скорости малы, использование модели пути смешения Прандтля не позволяет оценить турбулентность. В случае, если необходимо получить распределение коэффициентов турбулентной вязкости/диффузии, нужно использовать модель с одним уравнением для кинетической энергии [Rodi, 1980; Rodi *et al*, 1981; Abraham, Van Os, Verboom, 1981]. Для характеристики турбулентности эта модель использует такие величины, как локальная кинетическая энергия k и характерный масштаб явления L . Система уравнений замыкается полуэмпирическим уравнением изменения кинетической энергии в пространстве и во времени. Распределение характерного масштаба явления определяется эмпирически. Диссипация турбулентной энергии в модели заменяется характерным масштабом явления с помощью соотношения $\varepsilon \sim k^{3/2}/L$. Такая модель использовалась для частично перемешанных эстуариев в работах [Liu, Leendertse, 1978; Smith, Dyer, 1979]. Использование данной модели затруднительно для потоков с двумя характерными масштабами. Так как в стратифицированных потоках взаимодействует два типа турбулентности, то турбулентные коэффициенты в подобных эстуариях не могут быть пропорциональны только одной характерной длине [Abraham, Van Os, Verboom, 1981]. В этом случае может быть использована модель турбулентности с двумя уравнениями для кинетической энергии и скорости ее диссипации, или k - ε модель турбулентности. В данной модели добавляется еще одно уравнение для диссипации кинетической энергии ε , зависящей от характерного масштаба

явления. Коэффициент турбулентной вязкости пропорционален $\sim k^2/\varepsilon$ [Rodi, 1980].

Рядом авторов [Fisher *et al*, 1979; Leendertse, 1967; см. ссылки в Pritchard, 1989] была исследована циркуляция в эстуариях, вызванная влиянием ветра. Было показано, что ветровое воздействие вызывает кратковременное (до 10 суток) изменение циркуляции вод, а постоянно действующая остаточная приливная циркуляция определяет долговременный перенос водных масс и вещества и вносит большой вклад в систему крупномасштабных течений, в отличие от ветровой циркуляции.

В работах, посвященных динамике наносов в эстуариях [Самойлов, 1952; Симонов, 1969; Михайлов, 1997а; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983; Dyer, 1986; Allen, Sauzay, 1976; Gibbs *et al*, 1989; Officer, 1976; Демиденко, 1991; Долотов, 2010] показано, что эстуарная циркуляция является важнейшим фактором распределения наносов. Результирующее движение воды у дна и повышенная турбулентность, связанная с приливами, становятся причиной возникновения, в зоне смешения так называемой «нулевой точки», где прекращается у дна течение в сторону реки [Михайлов, 1997а; Allen, Sauzay, 1976; Gibbs *et al*, 1989]. В районе «нулевой точки» расположена зона максимальной мутности, в которой содержание взвешенных наносов больше, чем в речной или морской воде [Демиденко, 1991; Dyer, 1986]. В отечественной литературе эти зоны называются маргинальными фильтрами – термином, введенным академиком А.П. Лисицыным [Лисицын, 1994]. В зоне смешения морских и речных вод происходят крупномасштабные процессы флокуляции и коагуляции растворенных и взвешенных веществ, образование свежих оксигидратов железа, алюминия, процессы биоассимиляции и биофильтрации. Все эти процессы приводят к осаждению в этих областях более 90% взвешенных и 20-40% растворенных веществ, поступающих с речным стоком [Лисицын, 1994; Чалов и др., 1999]. Натурному и теоретическому изучению маргинальных фильтров посвящено множество работ [Лисицын, 1994; Горелков, Сеин, 1993; Михайлов,

1997а, 1997б; Михайлов и др. 2000; Чалов и др., 1999; Dolotov et. al., 2002], в Институте океанологии РАН существует научная школа под руководством А.П. Лисицына, занимающаяся маргинальными фильтрами Белого моря.

1.2. Математическое моделирование динамики вод в эстуариях и процессов проникновения солености в устья рек

В настоящее время имеется большое количество математических моделей динамики вод в эстуариях и процессов проникновения соленых вод в устье реки. Модели могут быть стационарными и нестационарными в зависимости от того, меняются ли компоненты течения во времени; одно- дву- и трехмерными в зависимости от размерности; численными и аналитическими в зависимости от способа их решения. Выбор модели определяется задачами исследования.

В большинстве случаев процессы внедрения солености в устья рек определяются величиной речного стока, градиентом плотности и амплитудой прилива. Так как наиболее важный аспект изучения солевых интрузий – это вычисление состояния равновесия и его зависимости от притока пресной воды, то процессы интрузии могут изучаться отдельно, и для приливных движений воды можно проводить осреднение за период прилива. Такие модели, однако, не позволяют количественно учесть перемешивание, индуцированное приливом.

Для описания общих закономерностей процессов в эстуариях, в частности в хорошо перемешанных эстуариях, для исследования влияния на распределение солености расхода пресной воды, разности плотностей речной и морской воды, интенсивности турбулентности используются одномерные модели. Такие модели не позволяют описать перемешивание в эстуарии, поскольку процессы перемешивания в них учтены только в виде коэффициента продольной дисперсии, зависящего от множества факторов. Существующие в настоящее время формулы, оценивающие этот коэффициент, не позволяют учесть влияние всех факторов [Fisher *et al*, 1979].

При низкой вертикальной стратификации вод в хорошо или частично перемешанном эстуарии для моделирования процессов интрузии солености в устье реки широко используются одномерные модели, основанные на решении уравнения баланса соли. Первый шаг в этом направлении сделал Кетчум в работе [Ketchum, 1951], модифицировав классический метод «приливной призмы» и рассчитав распределение речной воды в зависимости от величин прилива, речного стока и топографии. Кетчум [Ketchum, 1951] разбил русло на сегменты, что позволило ему грубо оценить распределение осредненной по сечению солености воды. Аронс и Стомелл [Arons, Stommel, 1951] развили идею Кетчума в своей работе «*A mixing length theory of tidal flushing*». На основе одномерного уравнения диффузии ими было получено распределение солености в воде. Концепция приливной призмы позволяет оценить предельную дальность проникновения соленой воды в реку во время приливной фазы, но, как показано Стомеллом в «*Computation of pollution in a vertically mixed estuary*» [Stommel, 1953a], дает значительную ошибку для реальных эстуариев, так как процесс продольного смешения в реальных условиях достаточно сложен. Поэтому этот метод может быть использован только для случаев полного перемешивания.

Более точные решения могут быть получены на основе одномерного уравнения диффузии-адвекции для консервативной примеси, полученного интегрированием по сечению эстуария с учетом уравнения неразрывности, как это было сделано Притчардом [Pritchard, 1958]. Окубо [Okubo, 1964] проанализировал процедуру осреднения параметров течения, использовавшихся в уравнении Притчарда с учетом отклонения от средних по сечению значений и получил выражение для транспорта соли, усредненное за период прилива и по сечению эстуария.

Существует множество моделей, основанных на решении уравнения диффузии-адвекции для равновесного состояния эстуария [Ippen, Harleman, 1961]. Для большинства моделей характерно осреднение компонент за приливной цикл [Rigter, 1973; Fisher, 1974; West, Broyd, 1981; Prandle, 1981; Oye,

1984, Kranenburg, 1986, Van Os, Abraham, 1990; Savenije, 1989, 1993b; Prandle, 2004; Brockway *et al*, 2006]. Но существуют модели, в которых решение уравнения дано для момента малой воды [Ippen, Harleman, 1961; Savenije, 2005; Harleman, Abraham, 1966] или полной воды [Savenije, 2005]. В работах [Savenije, 1993, Prandle, 2004] была сделана попытка учесть морфометрию эстуария.

Несмотря на то, что подобные одномерные стационарные модели широко используются для прогнозирования солевых интрузий, они имеют ряд недостатков. Во-первых, эстуарии в реальных условиях часто не достигают состояния равновесия. Второй недостаток заключается в сложности определении коэффициента продольной дисперсии. Боуден [Bowden, 1965] показал, что коэффициент продольной дисперсии очень чувствителен к профилю скорости, а [Prych, 1970; Иппен, 1970] описали его зависимость от продольной координаты. Приливные осцилляции, топография дна, ветер и градиент плотности приводят к изменению коэффициента продольной дисперсии. Существует несколько способов вычисления коэффициента продольной дисперсии, представленные в работах [Fisher *et al*, 1979; Taylor, 1954; Elder, 1959; Харлеман, 1970; Sooky, 1969; McQuivey, Keefer, 1974; Liu, 1977, West, Broyd, 1981]

Существует ряд нестационарных одномерных численных моделей, предложенных в [Stigter, Siemons, 1967, Thatcher, Harleman, 1981, Prandle, 1981, Savenije, 2005]. Недостаток большинства этих моделей в том, что в качестве калибровочного коэффициента они используют коэффициент продольной дисперсии, что приводит к вычислительным ошибкам и снижает их прогнозные возможности.

Если влияние неоднородности плотности на поток существенно, уравнение диффузии-адвекции применять нельзя. Для случая хорошо перемешанного потока с выраженным горизонтальным градиентом плотности в работе [Vreugdenhil, 1976, приводится по: Fisher *et al*, 1979] была использована численная модель с вертикальным осреднением и бароклинными силами. Однако моделирование солевой интрузии в такой модели очень искусственно. Модель

дает приемлемые результаты только до тех пор, пока не возникает придонное противотечение.

Наряду с одномерными моделями для описания циркуляционных потоков в эстуариях используются двумерные модели. Для широких, неглубоких и относительно однородных по глубине эстуариев производится осреднение уравнений по вертикальной координате (плановые модели). Такие модели хорошо учитывают особенности рельефа дна, ветровое воздействие и силу Кориолиса и дают хорошие результаты при вычислении приливных вариаций уровня. Для описания вертикальной структуры в двухслойной жидкости используются уравнения в x - z плоскости, циркуляция определяется как система из продольных и вертикальных компонентов течения, осредненных по ширине. Такие модели позволяют описывать ветровые течения и стационарные циркуляционные течения, индуцированные притоком пресной воды.

Для случаев сильной стратификации обычно используются двухслойные модели. В таких моделях течения в эстуарии схематизируют потоками, состоящими из двух слоев жидкости с различной плотностью и движущихся с различными скоростями. Для случаев сильной вертикальной стратификации пренебрегают массообменом между слоями, и плотности жидкости в каждом слое принимаются постоянными [Dazzi, Tonasino, 1974]. Обязательным условием использования такой модели является условие, что касательное напряжение на поверхности разделов известно. В случае частичной стратификации такое допущение недопустимо, и модель расширяют, вводя переменные плотности в обоих слоях [Grubert, Abbot, 1972].

Впервые двухслойное приближение для моделирования клина соленых вод использовал Кейлеган [Keulegan, 1959; Кейлеган, 1970]. Во время натурных и лабораторных экспериментов Кейлеган наблюдал клин соленых вод с типичной двухслойной циркуляцией: течения, направленные в придонном слое против потока, а в поверхностном – по речному потоку. Концепция Кейлегана основана на понятии плотностной скорости – скорости распространения внутренних волн

на границе раздела морской и пресной водной массы. В результате экспериментов в лотке и анализа размерностей им были получены эмпирические зависимости для длины и высоты клина. Кейлеган рассматривал случай неподвижного клина, что характерно для неприливных рек.

Решение задачи об определении формы клина и дальности проникновения соленых вод при условии пренебрежения циркуляцией жидкости в клине получено в работе Шийфа и Шонфельда [Schijf, Schönfeld, 1953]. На основании анализа взаимодействия двух слоев ими было получено выражение для длины клина, которое, однако, сложно использовать на практике из-за трудностей в задании коэффициента трения на поверхности раздела. Подобный гидравлический подход был использован и в работе [Гогелиани, 1973]. Пренебрежение циркуляцией в клине, трением о дно и отсутствием массообмена между слоями жидкости является очень грубой схематизацией механизмов переноса соли.

Эмпирические зависимости, связывающие форму и длину клина соленых вод с плотностным числом Фруда, такие как уравнения Кейлегана, Шийфа и Шонфельда, Ларсена, широко используются при расчетах солевых интрузий [Повалишникова, 1995; Руководство..., 1973; Guidelines..., 1991; Михайлов, Бабич, 1991].

Теория двухслойного соленостного клина для приливных рек при наличии ледяного покрова без учета процесса турбулентной диффузии поля плотности была развита в работе В.Н. Зырянова [Зырянов, 1987]. В работе представлено аналитическое решение для длины соленостного клина в устье реки с ледяным покровом в рамках градиентно-вязкого режима течения, а также исследовано проявление пампинг-эффекта при моделировании интрузии соли в приливное устье.

В работе М.Г. Хубларяна и А.П. Фролова [Хубларян, Фролов, 1988] была предложена модель, описывающая циркуляцию вод и распределение солёности в

слабо стратифицированном эстуарии при условии постоянства глубины и ширины.

Для нестационарного клина существуют численные модели на базе решения уравнений Сен-Венана или его аналогов, либо трехмерные модели с k - ϵ моделью турбулентности [Зырянов, 1987; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983].

1.3. Приливные волны в эстуариях

Приливы в эстуарии являются одним из основных факторов, определяющих особенности динамики и смешения речных и морских вод. По величине прилива выделяются четыре типа эстуариев [Davies, 1964; Dyer, New, 1986; Сафьянов, 1996]: микроприливные (величина прилива < 2 м), мезоприливные (2-4м), макроприливные (4-6м) и гиперприливные (> 6 м).

Исследования приливов в эстуариях были начаты еще в первой половине 20 века [Шокальский, 1933, 1959; Березкин, 1932, 1947; Шулейкин, 1949, 1953; Зубов, 1947], но долгое время они не носили систематического характера. При изучении приливных волн в эстуариях важно учитывать нелинейные мелководные эффекты, отражение волн от берегов, взаимодействие приливов и речного стока [Stommel, Farmer, 1952; Дитрих, 1961; Шулейкин, 1968; Bowden, Gilligan, 1971; Боуден, 1988; Ippen, 1966; Дронкерс, 1967; Кутало, 1984; Лупачев, 1995; Мак-Доуэлл, О'Коннор, 1983; Некрасов, 1975].

С приливными волнами в эстуарии связаны колебания уровня и приливные течения. В зависимости от типа волны, формирующей прилив, течение может совпадать по фазе с колебанием уровня моря (прогрессивная волна) или быть в противофазе с ним (стоячая волна). Часто имеет место промежуточное состояние (прогрессивно-стоячая волна).

Приливные волны исследовались в основополагающих работах Ламба и Праудмена [Ламб, 1947; Праудмен, 1957], однако авторами были сделаны некоторые допущения (однородность жидкости и отсутствие трения), которые не

позволяют применять эти результаты для решения многих инженерных задач в эстуариях.

Приливные движения в прибрежных зонах имеют вид свободных длинных волн, их скорость не связана с движением Солнца и Луны, а определяется только глубиной моря. При изучении приливных течений в прибрежных районах и эстуариях рассматривают следующие силы: сила, вызванная градиентом давления, силы инерции, сила Кориолиса, силы трения, приливообразующей силой обычно пренебрегают [Некрасов, 1975, 1990; Боуден, 1988].

Силой Кориолиса часто пренебрегают при рассмотрении узкого эстуария. Если это условие не выполняется, то воздействие инерционной силы приводит к появлению поперечных колебаний, наложенных на продольные движения и сдвинутых по фазе на четверть периода, поступательные приливные волны принимают характер волн Кельвина. Детальное исследование стоячей длинной волны, подвергающейся воздействию силы Кориолиса, осложняется тем, что волны Кельвина при отражении меняют свою форму. Влияние силы Кориолиса сказывается не на скорости распространения волны, а на амплитуде и скорости течения. В заливе, длина которого больше, чем $\lambda/4$, влияние силы Кориолиса приводит к появлению «амфидромической точки», в которой уровень воды остается постоянной. Подробно влияние силы Кориолиса рассмотрено в работах [Боуден, 1988; Дронкерс, 1967; Некрасов, 1975; Некрасов, 1990].

На движение длинной волны в прибрежных районах большое влияние оказывает трение, причем внутреннее трение оказывает меньшее действие, чем внешнее, вызванное неровностями дна. Действие донного трения проявляется в трансформации приливных волн: изменяется амплитуда и фазовая скорость прилива, по мере продвижения приливая волна становится все более несимметричной, время подъема уровня оказывается меньше времени его спада, и в конечном итоге, вызывает затухание волны [Дебольский и др., 1984; Зырянов, Лейбо, 1985; Зырянов, Музылев, 1988; Лапина, 2000; Музылев и др., 1985; Пясковский, Сгибнева, 1984]. При выходе приливной волны на мелководье

высота волны достигает порядка глубины, и отклонение уровня уже нельзя считать малым по сравнению с глубиной. Гребень волны начинает перемещаться быстрее ложбины, и волна деформируется. Этот процесс оказывает такое же влияние, как и донное трение, уменьшая время подъема уровня и удлиняя время его спада. В некоторых эстуариях время подъема уровня сокращается настолько, что подъем уровня происходит скачкообразно в виде прибойной волны – бор или маскаре. Это явление описано в работе [Долгополова, 2013].

Особенностью распространения приливной волны в мелководных прибрежных районах является существование критической глубины, при которой трение становится доминирующим [Зырянов, Лейбо, 1985; Зырянов, Музылев, 1988; Зырянов, 1995; Лапина, 2001; Музылев и др., 1985;]. Как показано в работах [Зырянов, 1995; Зуруанов, 2003; Зырянов, Решетков, 1998; Зуруанов, Reshetkov, 1999; Зуруанов, 2003], выражение для критической глубины совпадает с формулой для толщины пограничного слоя Стокса [Лайтхилл, 1981], характеризующего глубину, на которую диффундирует завихренность от свободной поверхности за время порядка периода волны. Для приливной волны полусуточного периода значение критической глубины колеблется в летний и зимний периоды от 10 до 25 м в зависимости от коэффициента турбулентного обмена [Зырянов, 1995; Лапина, 2001].

Экспериментальные исследования приливных течений показали [Дебольский и др., 1984; Le Blond, 1978], что в закритической области глубин в уравнении сохранения импульса баланс осуществляется, главным образом, между горизонтальным градиентом давления и напряжением турбулентного трения. Исключение составляют только непродолжительные моменты смены направления приливного течения [Зырянов, 1987]. Такой режим течения называется градиентно-вязким [Зырянов, Лейбо, 1985; Зырянов, Музылев, 1988; Зырянов, 1995; Лапина, 2001; Музылев и др., 1985].

Критическая глубина разделяет два режима течения: при глубинах больше критической движение приливной волны в первом приближении описывается

волновым уравнением, при глубинах меньше критической – нелинейным параболическим уравнением для уровня [Зырянов, 1995; Дебольский и др., 1984]. Существование градиентно-вязкого режима обусловлено высокой диссипацией приливной энергии в результате действия придонного трения и отсутствием отраженной волны при глубинах меньше критической [Дебольский и др., 1984; Зырянов, 1995; Лапина, 2001].

С эволюцией приливной волны в области закритических глубин связано явление нелинейной приливной накачки, вызывающее подъем среднего уровня по направлению к берегу. Этот эффект изучался в работах [Зырянов, Лейбо, 1985; Музылев и др., 1985; Лупачев, 1986; Зырянов, Музылев, 1988; Зырянов, 1995; Лапина, 1998, 2000, 2001; Зырянов, Хубларян, 2006]. Нелинейное искажение приливной волны при ее выходе на мелководье приводит к генерации остаточных вдольбереговых перемещений водных масс и взвеси, а в зимнее время этот перенос является единственным источником перемещения взвеси и загрязняющих веществ.

Фактический прилив в окраинном бассейне является суммой собственного, т.е. вызванного непосредственным воздействием на объект приливной силы, и индуцированного, т.е. вызванного периодическим приливым воздействием смежного водоема. Индуцированные приливы в эстуариях исследовались в ряде работ [Иппен, Харлеман, 1970; Некрасов, 1975; Некрасов, 1990; Боуден, 1988; Hunt, 1964; Харлеман, 1970; Prandle, 1985, 2003; Prandle, Rahman, 1980] при определенных ограничивающих предположениях: в предположении, что длина волны много больше длины эстуария, а амплитуда прилива мала по сравнению с глубиной; при условии малости ускорения, что позволяет пренебречь силами инерции и линеаризовать уравнение динамики, исключив нелинейный член. Для того чтобы получить общие черты волновой картины, приливы рассматриваются без учета влияния трения. Большое внимание уделяется геометрии эстуариев как фактору, определяющему собственный период колебаний в бассейне. В работах [Иппен, Харлеман, 1970; Некрасов, 1975; Некрасов, 1990; Боуден, 1988]

рассмотрен случай узкого прямоугольного канала с закрытым концом. В этом случае происходит полное отражение волны от глухого конца и образуется стоячая волна с максимумом на закрытом конце и на расстояниях, кратных $L/2$. При длине залива $L=\lambda/4$ собственные и вынужденные колебания бассейна совпадают и возникает резонанс. Случай канала переменного сечения без учета трения, представленный в работах [Праудмен, 1957; Иппен, Харлеман, 1970], позволяет найти резонансный период колебаний для заливов с формой, отличной от прямоугольной. Необходимым условием является требование постепенного изменения сечения канала, чтобы им можно было пренебречь в пределах длины волны. Однако такие решения имеют ряд ограничений, вызванных пренебрежением силами трения. Амплитуда прилива не может расти бесконечно и трение сильно влияет на процессы распространения и отражения волны. Эффект трения на мелководьях значителен, поэтому при изучении приливов в реальных эстуариях необходимо его учитывать. В работах Перроуда [Perroud, 1959] рассмотрены приливы с учетом трения для различных каналов с медленно меняющимся сечением в линейном приближении. Трение линеаризовано и учитывается с помощью линейного коэффициента. В работах [Иппен, Харлеман, 1970; Некрасов, 1975; Некрасов, 1990; Боуден, 1988] получены выражения для амплитуды и скоростей при индуцированном приливе в прямоугольном канале, закрытом с одного конца, с учетом действия трения. В работе Праудмена [Proudman, 1925] рассмотрен случай канала с параболической формой русла, в работе [Prandle, Rahman, 1980] получено аналитическое решение для канала с изменяющейся глубиной и шириной, выраженными степенной зависимостью от длины канала, а в работах [Hunt, 1964; Иппен, Харлеман, 1970; Prandle, 1985; Jay, 1991; Lanzoni, Seminara, 1998, 2002; Savenije, Veling, 2005; Savenije, 1992, 2005] – для канала с глубиной и шириной, изменяющейся в экспоненциальной зависимости от длины канала (воронкообразного эстуария). В работах [Hunt, 1964; Иппен, Харлеман, 1970; Prandle, 1985; Savenije, 2005] получены выражения для геометрии резонансных заливов и условие, при котором возникает усиление

или ослабление амплитуды приливной волны. Трение в вышеперечисленных работах аппроксимировалось линейным членом при условии доминирования лунного полусуточного прилива.

При математическом описании приливов с трением интерес представляет также количественное определение диссипации энергии на единицу массы жидкости и масштаба турбулентности. Результаты, полученные в этом направлении, представлены в работах [Некрасов, 1975; Некрасов, 1990].

2. Процессы обмена и формирования ступенчатых структур в зоне взаимодействия речных и морских вод

Структура зоны смешения вод характеризуется специфическим пространственным распределением солености и плотности воды и исследуется по данным вертикальных разрезов, которые позволяют характеризовать расположение линий постоянной температуры, солености и плотности в эстуарии. В данной главе будут описаны закономерности перемешивания вод в зоне смешения эстуария р. Кемь. На основании данных промеров солености и температуры, выполненных по разрезу в устьевой области реки Кемь, можно получить картину распределения солености и температуры в зоне смешения и представление о характере перемешивания вод и эстуарной циркуляции.

Экспедиционные работы в эстуарии реки Кемь проводились сотрудниками ИВПС РАН на судне «Эколог» несколько лет подряд: в период с 07 июля по 13 июля 2008 года на 14 станциях, 14 по 18 июля 2009 года на 16 станциях; в период с 01 по 05 августа 2010 года на 5 станциях и в период с 15 по 16 июля 2011г. на 11 станциях разреза. Длина разреза составила примерно 17,6 км [Сравнительный анализ..., 2011]. На рисунке 1 представлены схемы расположения станций.

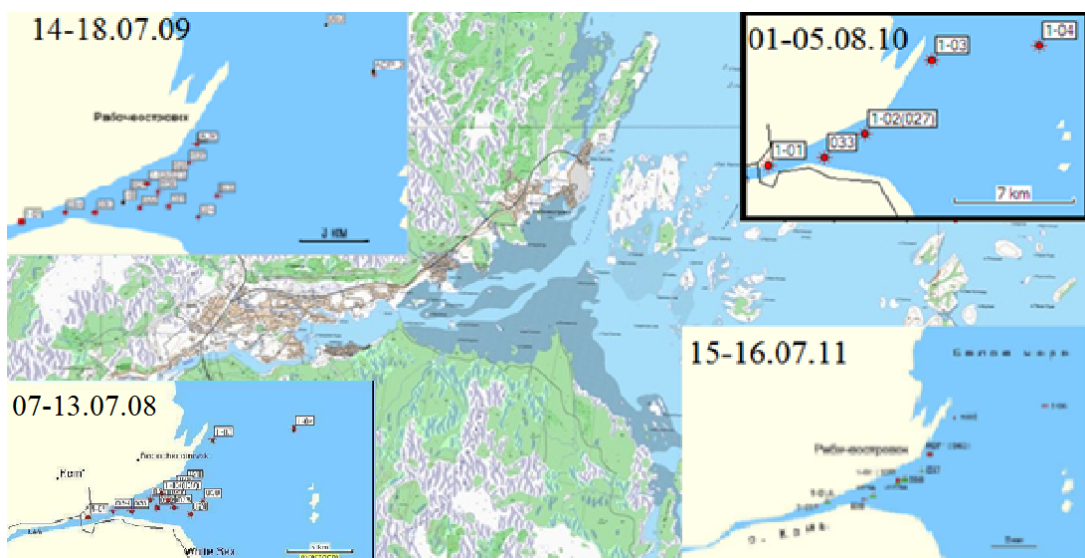


Рисунок 1 – Схема расположения станций во время экспериментальных работ в эстуарии р. Кемь в 2008, 2009, 2010 и 2011 году

Река Кемь – крупнейшая река Карелии. Берет начало из оз. Нижнее Куйто и впадает в пролив Западная Соловецкая Салма Онежского залива Белого моря. Река имеет закрытую устьевую область эстуарного типа и впадает в Кемскую губу двумя рукавами. Ширина в устье более 200 метров, глубина редко более 3 метров. Замыкающий створ – Путкинская ГЭС, расстояние от устья 5.7 км [Сравнительный анализ..., 2011; Кураева, 1984].

Река Кемь относится к полугорным рекам с невыработанным в кристаллических породах продольным профилем русла [Кураева, 1984]. Подстилающие породы поймы реки Кемь, расположенной на Балтийском кристаллическом щите, представлены гнейсами и амфиболитами. Вследствие того, что в месте впадения реки в Онежский залив расположены обширные цепи порогов и дно реки имеет большой уклон (0,002), длина устьевого участка небольшая – около 0,5 км [Кураева, 1984].

Устьевое взморье Кеми охватывает всю Кемскую губу и примыкающий к ней район Онежского залива до десятиметровой изобаты. Кемская губа отделена от Онежского залива цепью островов. Водообмен с заливом осуществляется через пролив между островами Мартыниха и Наумиха и пролив Кемская салма.

Кемская губа – мелководный район (глубины менее 5 м) с обширной полосой каменистых отмелей и осушек вдоль берегов. Длина губы около 10 км, ширина в вершине – 0,6, в устье – 3 км. В центральной части губы с запада на восток проходит фарватер, ведущий к устью Кеми, сильно блуждающий, извилистый, в некоторых местах раздваивающийся, имеющий ширину 20-30 м.

На режим устьевого участка реки Кемь сильное влияние оказывают полусуточные приливы.

2.1. Смешение речных и морских вод

Характерная гидрофизическая черта эстуариев - увеличение солености и плотности воды по направлению от речного края эстуария к морскому и от

поверхности ко дну, что хорошо видно на рисунке 2, на котором представлен разрез эстуария реки Кемь от мористой части к устью реки по данным 2011 года, и на рисунке 3, где представлены карты распределения солености на дне и поверхности в 2008 году в различные фазы приливо-отливного цикла. Так, из рисунков видно, что в приустьевой части эстуария реки Кемь с глубинами 2 - 3 м (станции 1 - 01 и 033) не обнаружено заметной стратификации вод, вызванной влиянием приливов, преобладает преимущественно речная водная масса с высоким значением мутности. В зоне смешения речных и морских вод (станции 037, 033А, 038, 027А и 027) уже заметно влияние морских вод: в фазу прилива соленость повышается до 18 – 24 ‰, в фазу отлива она составляет 6 - 17 ‰. В переходной зоне эстуария реки Кемь обнаружена стратификация вод с двумя четко выраженными слоями: верхним с максимальной температурой и минимальной соленостью и нижним с минимальной температурой и максимальной соленостью, разделенными слоем скачка (рисунок 4) [Сравнительный анализ..., 2011]. Граница водораздела находится на разных глубинах и зависит от фазы прилива. В фазу отлива переход к нижнему слою нерезкий. В мористой части эстуария (станции 043, 1 - 03, 1 - 04) в фазу отлива распределялся только верхний слой (3 – 4 м), распределение солености в прилив близко к однородному.

Для описания характера вертикального перемешивания вод и типа стратификации в прибрежной океанографии используется параметр стратификации [Hansen, Rattray, 1966; Pritchard, 1967]. Параметр стратификации n представляют в виде [Hansen, Rattray, 1966; Михайлов, 1997а]:

$$n = \Delta S / S_{\text{ср}}, \quad (1)$$

где $\Delta S = S_{\text{дно}} - S_{\text{пов}}$, $S_{\text{ср}} = 0.5(S_{\text{дно}} + S_{\text{пов}})$, $S_{\text{дно}}$ и $S_{\text{пов}}$ – соленость воды у дна и на поверхности.

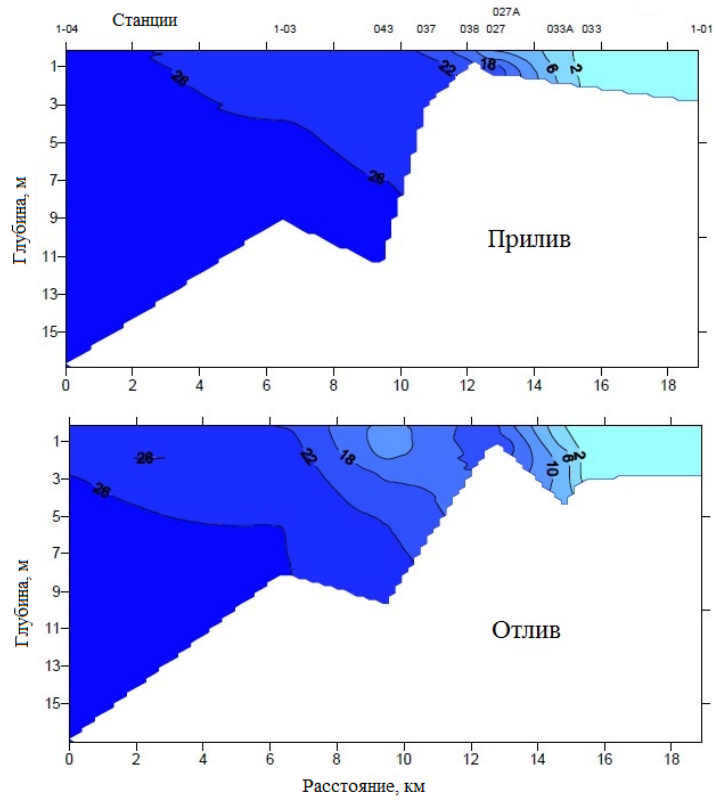


Рисунок 2 – Вертикальное распределение солености по продольному разрезу в устье р. Кеми
[Сравнительный анализ..., 2011]

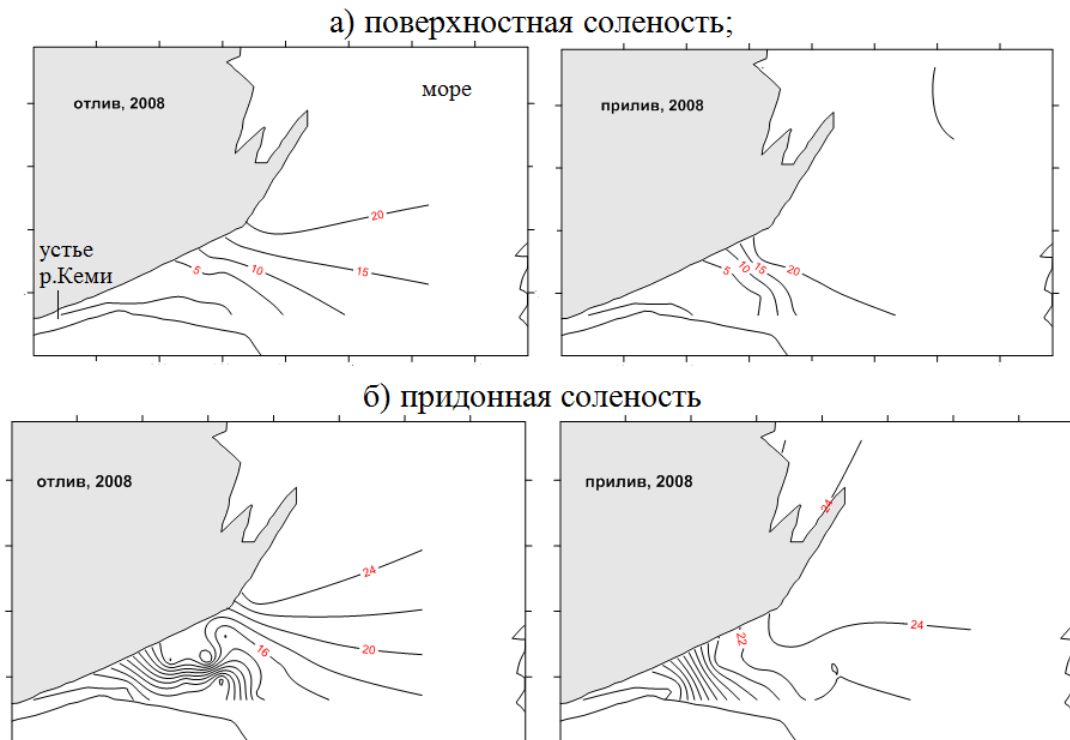


Рисунок 3 – Распределение солености (в ‰) в поверхностном (а) и придонном слое (б) в разные фазы приливо-отливного цикла в эстуарии р. Кеми в 2008 году

Согласно классификации Притчарда в зоне смешения морских и речных вод выделяются три типа вертикального перемешивания и стратификации вод: $n = 0 - 0.1$ - полное перемешивание и слабая стратификация; $n = 0.1 - 1$ - частичное перемешивание и умеренная стратификация; $n > 1$ - слабое перемешивание и сильная стратификация (с клином осолоненных вод) [Pritchard, 1967; Михайлов, 1997а; Хубларян, Фролов, 1988].

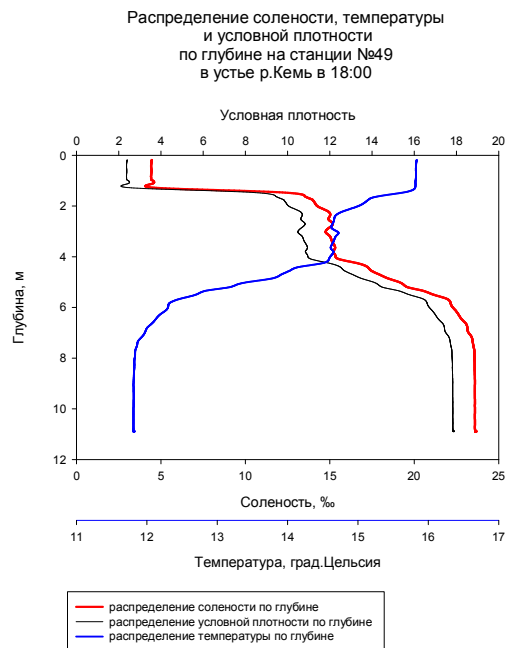


Рисунок 4 – Распределение солёности, температуры и условной плотности в 18:00, 14 июля 2009 г

Результаты расчета параметра стратификации по разрезу от мористой части к речной в период с 15 по 16 июля 2011г. представлены в таблице 2. На основании экспедиционных данных можно также получить картину вертикального распределения солёности, температуры и условной плотности в эстуарии реки Кемь на каждый час приливоотливного цикла. В таблице 3 представлен результат расчета параметра стратификации для суточной станции за период 14.07.2009 18:00 по 15.07.2009 10:00, а на графике на рисунке 5 – суточный ход основных параметров, на рисунках 6 и 7 – распределение температуры и солёности по глубине на каждый час приливо-отливного цикла за тот же период. Из рисунка 7 видно, что в вертикальном направлении солёность

возрастает от поверхности ко дну эстуария, при этом профиль солености изменяется в зависимости от фазы прилива.

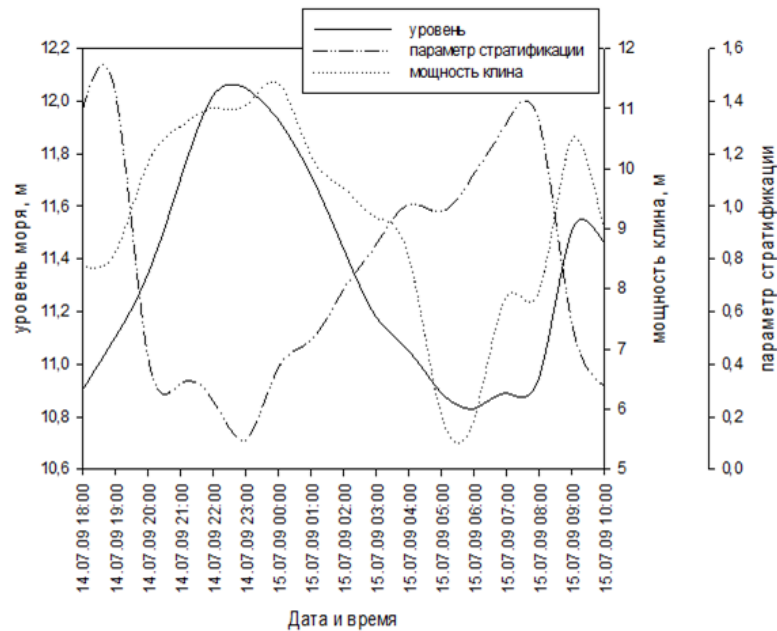


Рисунок 5 — Суточный ход уровня, параметра стратификации и толщины клина на суточной станции 49 в устье реки Кемь (14-15 июля 2009 г.)

Видно, что в фазу малой воды параметр стратификации превышает единицу. Отсюда можно сделать вывод, что смешение морских и речных вод в эстуарии реки Кемь происходит по типу клина осолоненных вод по классификации Притчарда [Михайлов, 1997а, Pritchard, 1967].

Таблица 2. Результаты расчета параметра стратификации для эстуария р.Кемь по разрезу от мористой части к устью (15-16 июля 2011 г.)

Станция	Глубина, м	фаза	Соленость на дне, ‰	Соленость на поверхности, ‰	Показатель стратификации	Мутность, FTU
1-04	16	прилив	26,7	26,35	0,013	0,7
1-04	16	отлив	26,3	25,9	0,015	1,1
1-03	9	прилив	26,5	25,4	0,042	2
1-03	9	отлив	26	21,4	0,194	2,5
43	12	прилив	26	25	0,039	1,5
43	12	отлив	25	12,5	0,667	7,5
37	3	прилив	25	20	0,222	3,5
27А	1,4	отлив	21	17	0,211	11
38	0,75	прилив	17,5	14,5	0,188	6,5
27	1	отлив	19,5	19,5	0	9,5
27	1,5	прилив	22	12	0,588	11
33А	4,5	отлив	7,5	2	1,158	20
33	2	прилив	1,8	1,1	0,483	17
33	2	отлив	0,8	0,5	0,462	16
1-01	3	прилив	0,015	0,015	0	16,5
1-01	3	отлив	0,02	0,05	-0,857	16,5

Температура воды изменяется от примерно от 12 °С в мористом районе до 17.3 °С на мелководье в устье реки Кемь (по данным 2009 года). При этом с ростом температуры соленость воды изменяется от почти 24 ‰ до 0 ‰ в устье. Эта взаимосвязь между температурой и соленостью хорошо просматривается на T-S диаграмме, составленной по данным 2009 года (рисунки 8, 9). Смешение пресной воды реки Кемь и вод Белого моря дают на этих диаграммах почти прямую полосу трансформации вод (рисунки 8 и 9). На диаграмме можно выделить 2 водные массы: речную и морскую. Можно отметить, что перемешивание охватывает все слои воды от дна до поверхности, в зоне

взаимодействия речной и морской воды образуется промежуточная водная масса, вызванная смешением вод.

Таблица 3. Результаты расчета параметра стратификации для суточной станции за приливо-отливный цикл (14-15 июля 2009 г.)

дата	время	глубина пов-ти клина, м	глубина точки	соленость на поверхности	соленость на дне	параметр стратификации		уровень
14.07.09	18:00	2,5	10,81	4,463	23,611	1,36		0,81
	19:00	2,5	11	3,89	23,956	1,44		0,96
	20:00	1,25	11,26	15,447	23,942	0,43		1,19
	21:00	1	11,58	17,124	23,832	0,33		1,43
	22:00	1	11,93	18,314	23,78	0,26		1,62
	22:58						ПВ	1,7
	23:00	1	11,95	21,404	23,936	0,11		1,69
15.07.09	0:00	0,5	11,86	16,22	23,994	0,39		1,61
	1:00	1,5	11,64	14,562	23,943	0,49		1,42
	2:00	1,75	11,37	11,637	23,731	0,68		1,16
	3:00	2	11,1	9,533	23,751	0,85		0,91
	4:00	2,5	10,98	7,845	23,793	1,01		0,73
	5:00	5	10,82	8,099	23,673	0,98		0,63
	5:27						МВ	0,6
	6:00	4	10,77	6,654	23,775	1,13		0,63
	7:00	3	10,81	4,961	24,061	1,32		0,74
	8:00	2	10,9	4,923	24,064	1,32		0,94
	9:00	1	11,45	13,519	23,897	0,55		1,19
	10:00	2,5	11,4	17,366	23,784	0,31		1,43

Распределение температуры по глубине за приливной цикл

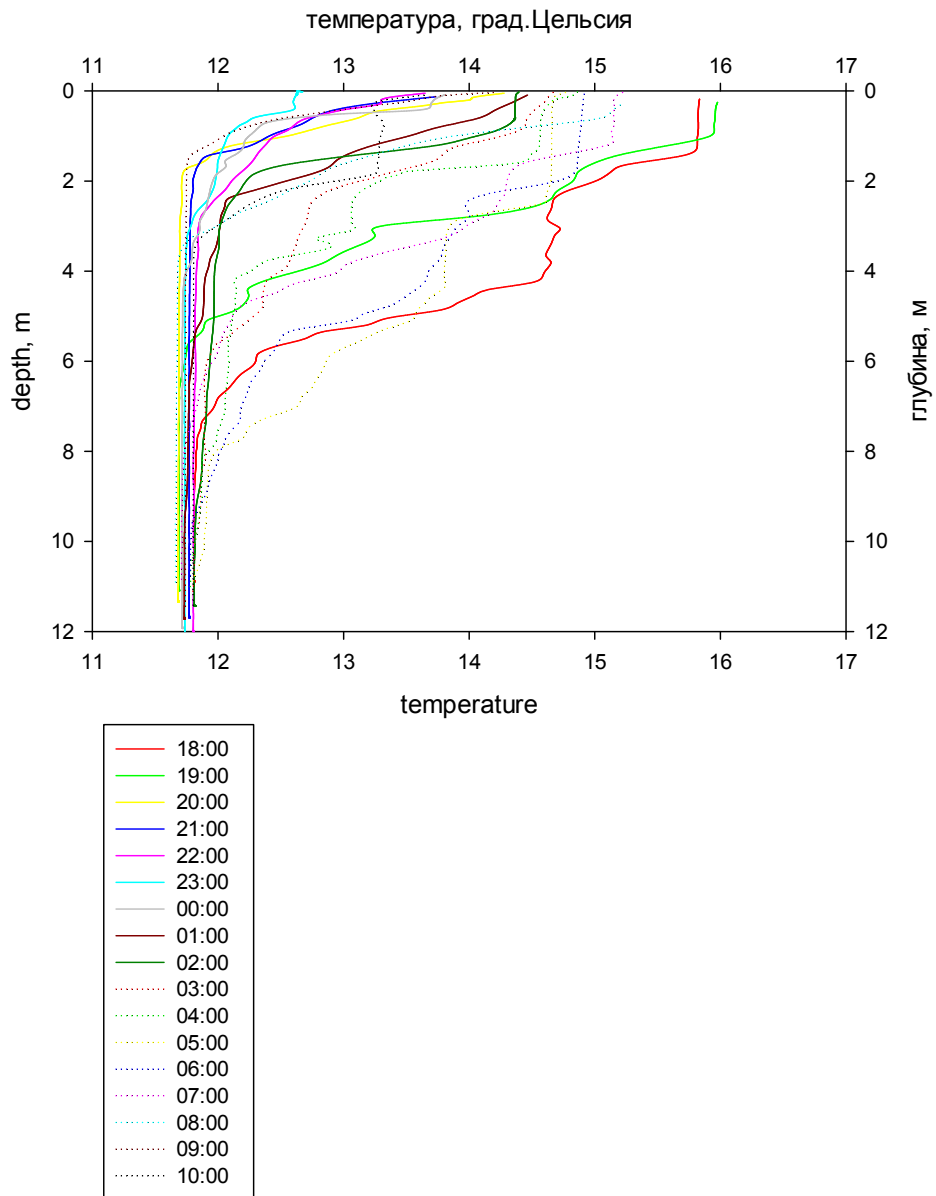


Рисунок 6 – Распределение температуры за приливной цикл

Распределение солёности по глубине за приливной цикл

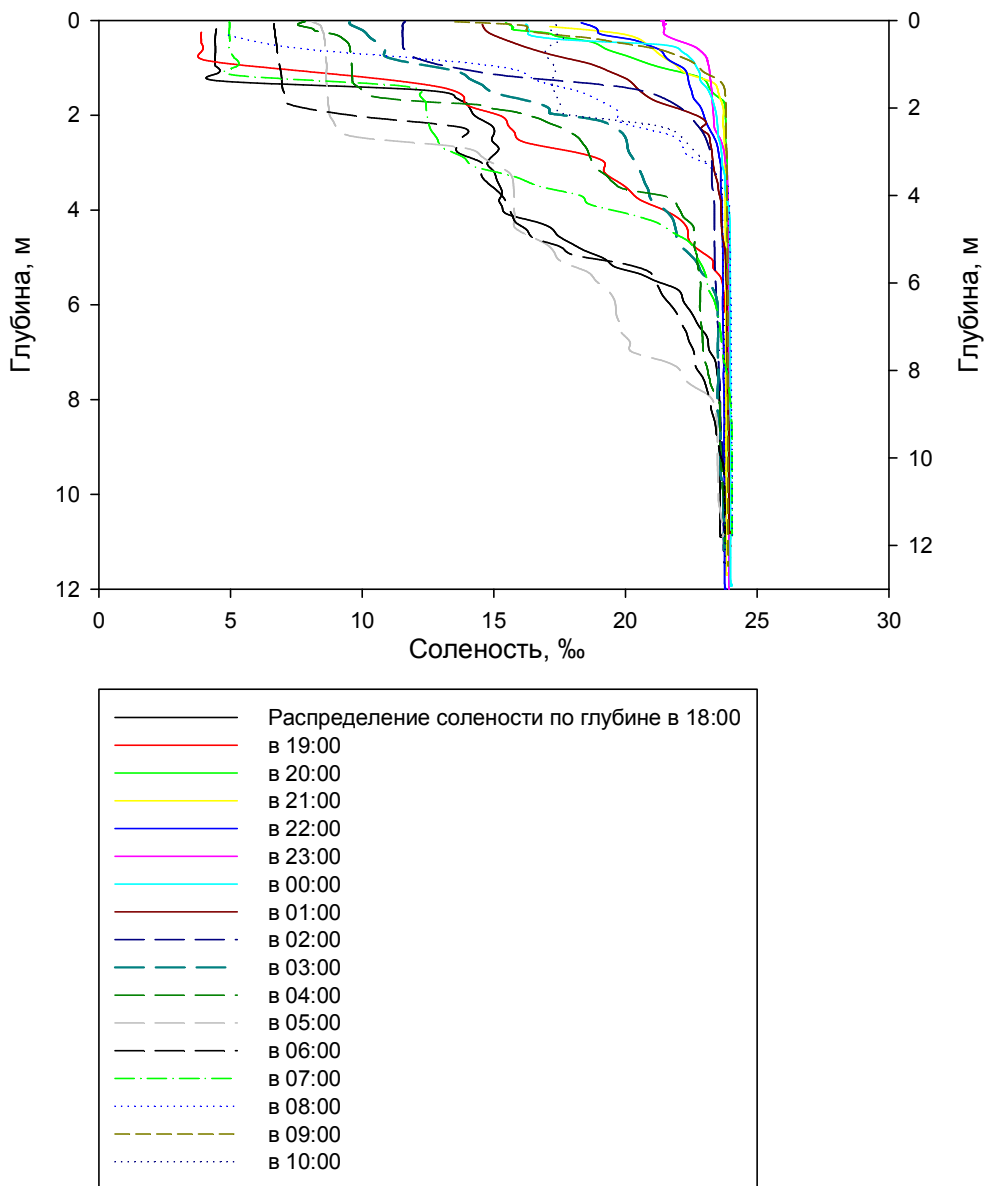


Рисунок 7 – Суточный ход распределения солёности по глубине в устье реки Кемь

Таким образом, в эстуарии реки Кемь в соответствии с относительной ролью приливо-отливных течений и речного стока можно выделить три зоны: приустьевая зоной с преобладанием речной водной массы, слабо подверженная воздействию морских вод, переходная зона смешения речных и морских вод и мористая зона с преобладанием морских вод, подверженная незначительному влиянию речного стока [Долотов, 2010; Сравнительный анализ..., 2011].

На рисунке 9 приведена T-S диаграмма для суточной станции, находящейся в зоне смешения в эстуарии реки Кеми. Смешение двух водных масс дает практически прямую линию трансформации водных масс, хотя все точки и не ложатся на одну прямую. T-S диаграмму трансформации водных масс (рисунки 8, 9) усложняет радиационный прогрев и перемешивание на мелководьях, вызванное приливо-отливными течениями, а также наличием зоны осушки, которая задерживает воды на отливе.

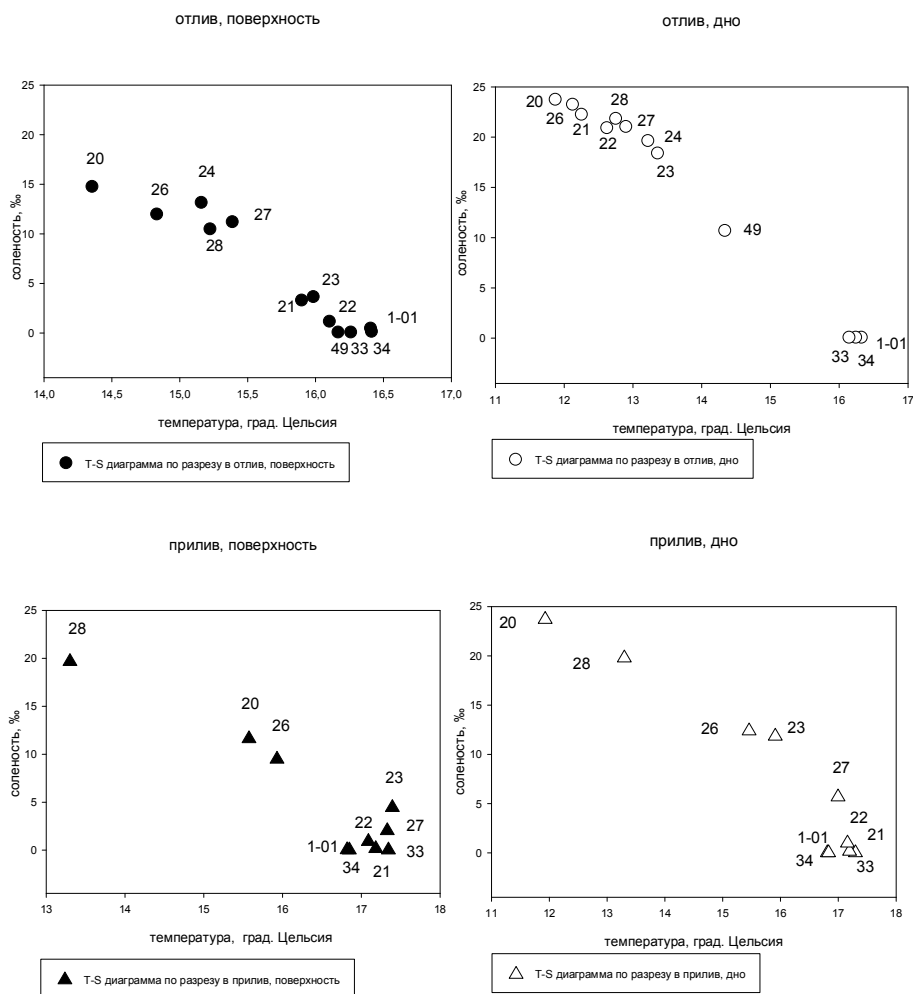


Рисунок 8 — T-S диаграмма для разреза в зоне смешения в эстуарии реки Кеми (2009 год)

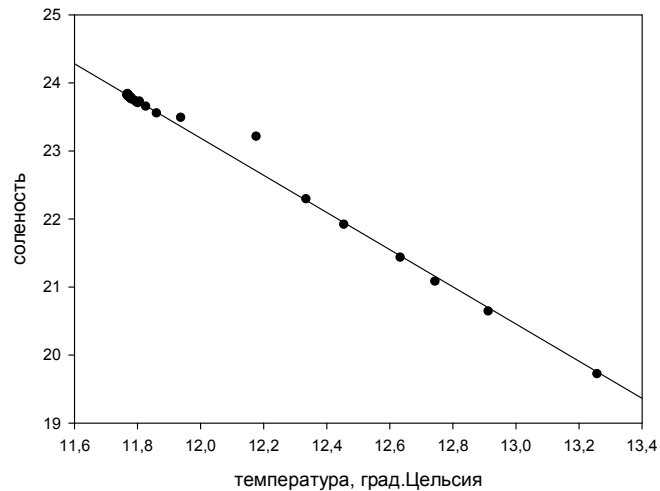


Рисунок 9 – T-S диаграмма р. Кемь, сут. ст. 49, 18:00, 14.07.09

Приливные колебания уровня на входе в эстуарий вызывают изменения наклона свободной поверхности, которые проявляются в распространении гравитационных волн вглубь эстуария. Скорость приливной волны падает с уменьшением глубины, поэтому на мелководьях приливная волна деформируется. Если в мористой части полусуточный прилив имеет правильный характер (среднее время роста уровня приблизительно равно времени его падения) и средний период составляет примерно 12 ч. 25 мин., то в эстуарии уменьшается не только величина прилива, но и время падения уровня оказывается больше времени его роста. Для эстуария реки Кемь величина прилива уменьшается на 30 см, время падения уровня оказывается больше времени его роста примерно на 1.5 часа. Продолжительность приливногo течения составляет 4 - 5 часов, а отливногo 7 - 8 часов (рисунок 5).

Максимальное проникновение соленых вод приходится на момент смены приливного течения на отливное. Смена приливного течения на отливное происходит в течение часа после момента полной воды, а отливного на приливное – через 1.5 – 2 часа после малой воды, что связано с нелинейным характером трансформации приливной волны на мелководье и влиянием речного стока [Белое море и его водосбор, 2007; Сравнительный анализ..., 2011].

В поверхностном слое отливное течение устанавливается раньше, чем у дна, и в то время как в поверхностном слое уже начинается процесс распреснения, в остальной толще воды наблюдается увеличение мощности клина соленых вод (рисунок 5, 15.07.09 00:00). В эстуарии реки Кемь существуют обширные зоны мелководий, поэтому процесс стекания по главному руслу удлиняется за счет масс воды, увлекаемых с отмелей [Михайлова, 2013]. Вынос речных вод в отлив происходит более интенсивно, чем проникновение морских вод в устье с приливом. В начале прилива некоторое время продолжается вынос речных вод в море в поверхностном слое, хотя в остальной толще уже начинают поступать морские воды.

Водные массы в зоне смешения сильно стратифицированы по глубине. Слой скачка солености располагается близко к поверхности, а вертикальные градиенты солености в нем достигают 10‰ (рисунок 7, 14.07.2009 18:00 и 19:00; 15.07.2009 7:00 и 8:00). Такие большие градиенты солености говорят о том, что перемешивание происходит слабо.

Из рис. 10 видно, что ход поверхностной солености практически повторяет ход уровня моря, достигая максимального значения в полную воду, минимальное же значение поверхностной солености наступает с опозданием на 1,5 часа (на рисунке 10). Это связано с тем, что приливная волна на мелководьях трансформируется, и время падения уровня оказывается больше времени его роста на 1,5 часа (см. рисунок 10: прилив длится около 5 часов, отлив – около 7,5 с 23:00 14.07.2009 по 07:00 15.07.2009).

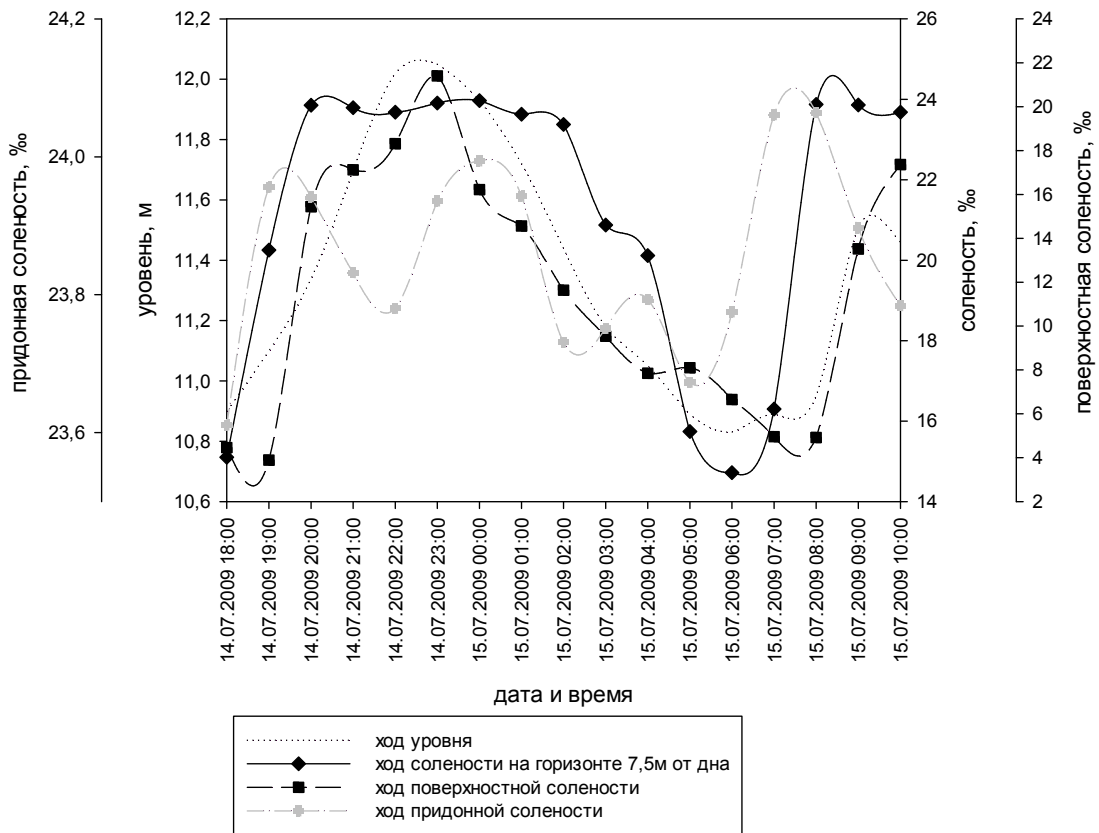


Рисунок 10 – Суточный ход уровня и солёности за приливной цикл (2009 год)

Придонная солёность меняется в небольшом диапазоне (23,6-24), причем связи этих изменений с фазой приливоотливного цикла не прослеживается, поэтому можно считать ее относительно постоянной. Исходя из этого, можно сделать вывод, что в точке постановки суточной станции клин наблюдается во время всего приливо-отливного цикла, меняется лишь его мощность. В отлив соленые воды отступают в сторону моря, слой скачка заглубляется, увеличивается его толщина, а вертикальные градиенты солёности уменьшаются. В период малой воды (МВ наступает в 05:30 15.07.2009) слой скачка заглубляется, увеличивается его толщина, вертикальные градиенты солёности уменьшаются, наблюдается минимальная толщина солёностного клина (см. рисунки 4, 6 15.07.2009 5:00). С повышением уровня воды в прилив происходит миграция клина в сторону устья реки, в отлив же клин перемещается в сторону

моря. Максимальные горизонтальные градиенты солёности составляют 5-10 ‰ на 1 км.

2.2. Турбулентное перемешивание в зоне смешения

Анализ графика вертикального профиля солёности и суточного хода солёности (рисунки 7, 10) свидетельствует о том, что осолоненные воды выносятся пресным потоком на поверхность, следовательно, происходит турбулентное перемешивание внутри потока [Тимофеева, 1982].

Процесс перемешивания через границу раздела двух водных масс сопровождается образованием мелкомасштабных ступенек (инверсий) на вертикальном профиле плотности (солёности). В слое смешения за счет образования локальных вихрей из-за сдвига скорости течения (рисунок 11) происходит процесс быстрого выравнивания солёности и температуры поперек слоя. Как следствие, на вертикальных распределениях солёности образуется ступенька (рисунки 7, 11, 12).

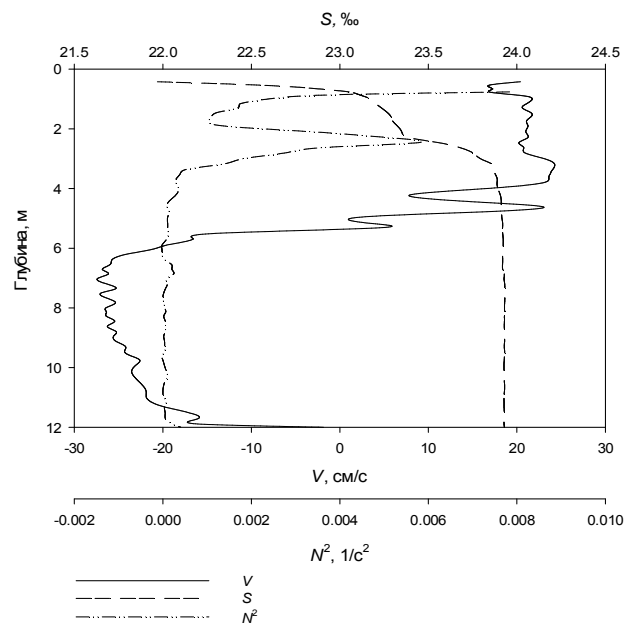


Рисунок 11 — Распределение скорости, солёности и квадрата частоты Вейселя-Брента по вертикали на суточной ст. 49 в 23 ч 00 мин в устье р. Кеми

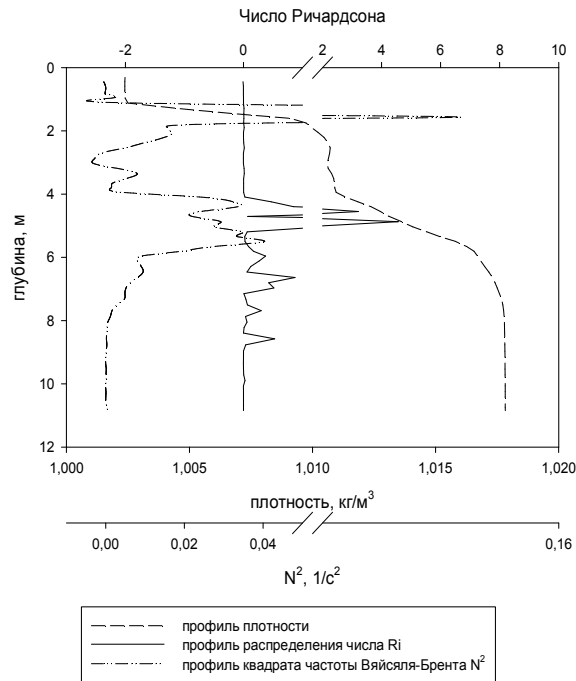


Рисунок 12 – Распределение условной плотности, квадрата частоты Вэйселя-Брента и числа Ричардсона в 18 ч 00 мин на ст. 49

Основная причина перемешивания – мелкомасштабное турбулентное вовлечение сдвиговой природы. Такую же ступенчатую структуру наблюдал Торп, изучая экспериментально процесс перемешивания через границу раздела плотности [Музылев и др., 1985]. При этом основной причиной перемешивания была неустойчивость типа Кельвина-Гельмгольца [Тернер, 1981; Федоров, 1976]. Из-за малой глубины эстуария и, как следствие этого, близкого расположения фронтальной зоны ко дну, турбулентность может также генерироваться на неоднородностях дна. Особенно эффективным этот процесс может быть на мелководьях, когда масштабы турбулентности, генерируемой на неоднородностях дна, будут сравнимы с расстоянием до внутренней границы раздела [Музылев и др., 1985].

Помимо процесса турбулентного перемешивания в слое смешения происходит процесс обрушения за счет потери устойчивости. Об этом

свидетельствуют значения числа Ричардсона $Ri = N^2(z)/(\partial u / \partial z)^2$ в слое смешения, которые оказываются меньше критического значения $1/4$ (рисунки 12, 13). Здесь $N^2(z) = (g/\rho)\partial\rho/\partial z$ - квадрат частоты Вэйсяля-Брента. В силу теоремы Майлса-Ховарда [Miles, 1961; Howard, 1961], $Ri < 1/4$ указывает на потерю устойчивости течения в слое смешения. Оценки градиентных чисел Ричардсона, проведенные по полученным вертикальным профилям плотности и эпюрам скоростей, показали, что их величины при наблюдаемых градиентах плотности и сдвигах скоростей могут быть меньше критического в некоторые моменты времени.

Некоторые распределения солености и температуры, представленные на рисунках 6 – 7, демонстрируют ступенчатую структуру, но не мелкомасштабную, а состоящую максимум из двух крупномасштабных ступенек хорошо перемешанной жидкости толщиной до 3 м, что нельзя объяснить только обрушением слоев из-за потери устойчивости по Ричардсону (рисунок 13). Периодическое появление такой ступенчатой структуры на вертикальных профилях солености может быть обусловлено слоем смешения на границе речных и морских вод и его перемещением с приливом.

Вдоль поверхности соленостного клина формируется слой смешения. В его формировании помимо турбулентного перемешивания большую роль играет процесс вовлечения. Движение речной воды в верхнем слое над сильным приливным течением создает сдвиг касательного напряжения на границе раздела слоев и приводит к образованию периодически возникающих и разрушающихся внутренних волн. При разрушении внутренних волн возникает результирующий перенос массы и соли вверх. Этот процесс известен как вовлечение. Для осуществления процесса вовлечения необходим большой объем нижнего слоя по сравнению с объемом верхнего [Михайлов, 1997а; Михайлова, 2013; Кураева, 1984].

С приливом происходит перемещение клина морских вод и вместе с ним слоя смешения. В результате через точку наблюдения с отливом будет проходить последовательно морская вода, затем вода слоя смешения, затем речная вода, с

приливом – все в обратной последовательности. Изменения по времени солёности поверхностных вод за приливной цикл будет иметь вид, приведенный на рисунке 10.

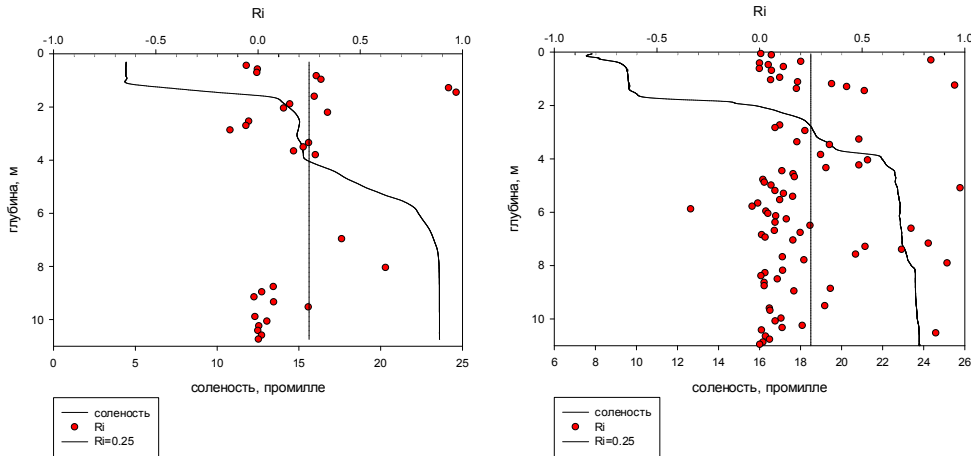


Рисунок 13 – Распределение числа Ричардсона и солёности по глубине для суточной станции в эстуарии р.Кеми в 18:00 и в 4:00

Наличие вертикальной устойчивой стратификации существенно влияет на особенности турбулентного перемешивания в потоке. Устойчивый градиент плотности уменьшает вертикальное перемешивание, так как оно происходит с увеличением потенциальной энергии, заимствованной из кинетической энергии турбулентности. Турбулентная энергия в стратифицированной жидкости расходуется на работу против архимедовых сил и диссипируется в тепловую энергию.

Для характеристики турбулентного перемешивания используется коэффициент турбулентного обмена, рассчитываемый по формуле:

$$K(z) = (0.05 * h)^2 \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} * \sqrt{1 - Ri} \quad (2)$$

Продукция турбулентной энергии определялась по формуле:

$$P(z) = \rho * K(z) * \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (3)$$

На рисунке 14 представлен суточный ход коэффициента турбулентного обмена и продукции турбулентной энергии, на рисунке 15 – суточный ход коэффициента турбулентного обмена сопоставлен с ходом уровня и удельного расхода в точке постановки станции. Турбулентность максимальна во время полной воды. Коэффициент турбулентного обмена минимален при смене течения с приливного на отливное. Локальные минимумы около 22:00 и 03:00 связаны с внутренними волнами на клине.

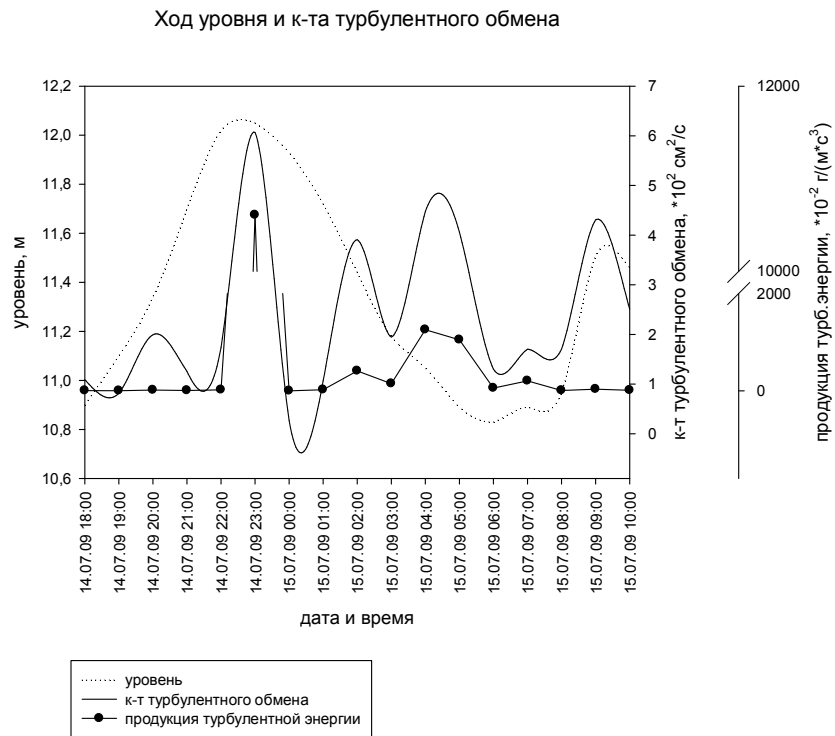


Рисунок 14 – Суточный ход коэффициента турбулентного обмена и продукции турбулентной энергии (эстуарий р.Кеми, 2009)

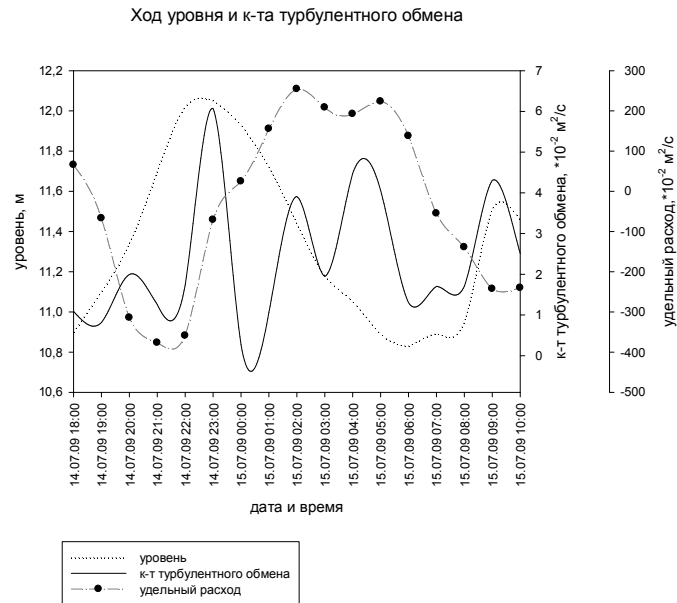


Рисунок 15 – Суточный ход коэффициента турбулентного обмена, уровня и удельного расхода на станции 49 в эстуарии р.Кеми, 2009

2.3. Волны на границе соленостного клина

Во время экспериментальных работ эстуарии реки Кемь были также обнаружены долгопериодные волновые колебания солености в придонной области. Как видно из рисунка 10, в изменениях придонной солености отчетливо прослеживаются периодические колебания. Придонная соленость меняется в небольшом диапазоне (рисунок 10). Из графика нетрудно оценить период этих колебаний, который составляет около 4 часов. На рисунках 11 и 12 приведены профили частоты Вайсяля-Брента на моменты полной и малой воды. Значения частоты Вайсяля-Брента дают периоды внутренних волн в невязкой жидкости на клине максимум несколько минут, а в придонной области 21 – 23 мин. Отсюда следует, что колебания с периодами около 4 часов не могут быть описаны в рамках теории внутренних волн в невязкой жидкости. Учитывая, что зона взаимодействия речных и морских вод в устье Кеми составляет несколько километров, стоит ожидать такой же порядок длин волн на клине.

Устье реки Кемь является мелководной зоной с глубинами меньше критической, трение является существенным, следовательно, использование теории волн в идеальной жидкости для описания внутренних волн на клине будет явно некорректным. Необходимо пользоваться вязкой теорией волновых колебаний в двухслойной жидкости [Зырянов, 1987, 1995]. Согласно развитой в [Зырянов, 1987] теории для внутренних волн при градиентно-вязком режиме течения, возникающих на поверхности клина, имеет место дисперсионное соотношение

$$k = \sqrt{\frac{3\omega H_0^3 A}{8g\delta D^3 (H_0 - D)^3}}, \quad (4)$$

где $k = 2\pi/L$ - волновое число, L - длина волны, ω - частота волны, A - коэффициент вертикального турбулентного обмена, H_0 - средняя глубина, g - ускорение свободного падения, $\delta = (\rho_S - \rho_R)/\rho_R$ - относительный перепад плотности на границе клина, D - толщина клина морских вод.

Из рисунков 5 и 10 видно, что $H_0 \approx 10$ м, $D \approx 7$ м, тогда при $A = 10^2 \text{ см}^2/\text{с}$ и $\delta = 10^{-2}$ получим из (4) длину волны $L = 4.7$ км с периодом 4 часа. Таким образом, вязкая теория внутренних волн на соленостном клине [Зырянов, 1987] дает приемлемое объяснение обнаруженным колебаниям с периодом около 4 часов.

2.4. Эстуарная циркуляция

На формирование циркуляции в зоне смешения эстуария реки Кеми оказывают большое влияние приливо-отливные течения, на которые накладывается непривливая двухслойная циркуляция, вызванная неоднородностью поля плотности [Сафьянов, 1996; Долотов, 2010].

На режим эстуария реки Кеми основное влияние оказывает полусуточная приливная волна M_2 , в Воронке она является волной Кельвина, а в Онежском заливе уже наблюдаются две волны Кельвина - прямая и отраженная, и

результатирующая волна является прогрессивно-стоячей [Гидрометеорология..., 1991]. Это подтверждается и данными измерений: максимумы и минимумы скоростей сдвинуты относительно МВ и ПВ (рисунок 16).

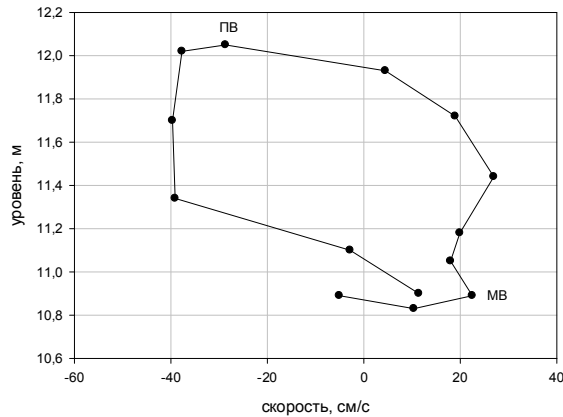


Рисунок 16 – Связь между скоростью течения и уровнем воды на сут.ст.49, р. Кемь

На рисунке 16 показана связь скорости течения с уровнем поверхности за приливной цикл. Сдвиг по времени между наступлением максимума скорости течения и экстремума уровня обусловлен влиянием сил трения, а также существенно зависит от влияния стока реки.

В зоне смешения эстуария реки Кемь выявлена двухслойная структура вод и типичная для большинства эстуариев классическая плотностная циркуляция. Построенный по результатам измерений вертикальный профиль средней скорости за приливный цикл на суточной станции, располагающейся в зоне смешения р.Кемь, имеет точку перехода скорости через ноль и смену знака (рисунок 17), что свидетельствует о существовании противотечения в нижней части потока. Поверхность раздела пресных и соленых вод характеризуется минимальными скоростями.

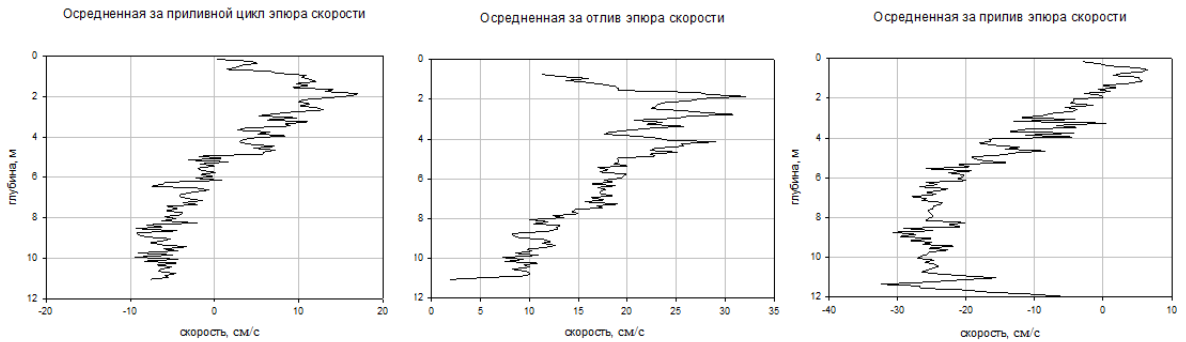


Рисунок 17 – Осредненные за приливной цикл, отлив и прилив эпюры скоростей на сут.ст.49, 2009 г

Во время прилива приливные (обратные) течения направлены от моря в сторону реки, во время отлива, наоборот, отливные (прямые) течения направлены в сторону моря. Вынос речных вод в отлив происходит более интенсивно, чем вынос морских вод, поступивших в эстуарий с приливом. Отливные течения относительно велики в поверхностном слое и уменьшаются с глубиной. На расстоянии 5 метров от дна скорости отливных и приливных течений близки по модулю, но противоположны по знаку. В начале прилива некоторое время продолжается вынос речных вод в море в поверхностном слое, хотя в остальной толще уже начинают поступать морские воды (14.07.2009 18:00 и 15.07.2009 08:00-09:00). В прилив (14.07.2009 19:00-23:00) измеренные скорости были практически одинаковы на всех горизонтах (2м, 5м и дно на рисунке 18), следовательно, поступление морских вод происходит на всех горизонтах с примерно одинаковой интенсивностью. Максимальная скорость приливного течения наблюдается за 2 часа до момента полной воды, а максимальная скорость отливного течения – через 4 часа после полной воды. Максимальные скорости течений наблюдались в поверхностном слое и достигали 60 см/с в фазу отлива и 40 см/с в фазу прилива соответственно. С глубиной скорости течений уменьшаются и в придонном слое составляют порядка 35 см/с в фазу прилива, а в фазу отлива – 10 - 20 см/с.

Результирующие течения в верхнем слое направлены в сторону моря, а в нижнем слое – в сторону реки. По данным измерений на суточной станции №49 в зоне смешения эстуария реки Кемь в данной точке доминируют приливные течения, что подтверждается расчетами удельных расходов и скоростей течений. По всей видимости, это вызвано задержкой вод на отливе зоной осушки.

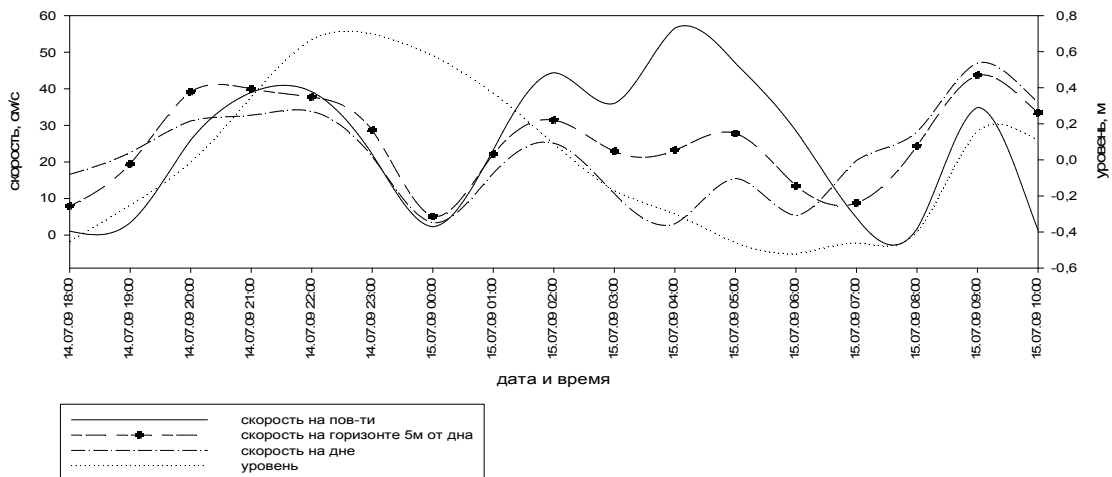


Рисунок 18 – Суточный ход модуля скорости (сут. ст. №49, 2009г.)

Однако симметрия в смене приливных течений на отливные и отливных на приливные отсутствует. Следует отметить, что момент смены течения с отливного на приливное не совпадает с моментом малой воды, что связано с нелинейным характером трансформации приливной волны на мелководье и влиянием речного стока [Долотов и др., 2011]. В результате отлив длится дольше прилива и в случае Кеми эта разница составляет 1.5 часа. Продолжительность приливного течения составляет 4-5 часов, а отливного 7-8 часов. Смена приливного течения на отливное происходит в течение часа после момента полной воды, а отливного на приливное – через 1,5-2ч. после малой воды. Направление течения в фазу прилива составляло примерно 180° , а в фазу отлива - 360° (см. рисунки 19 и 20). Смена течений происходит путем поворота вектора течений при минимальной величине скорости (0.10-0.15 м/с).

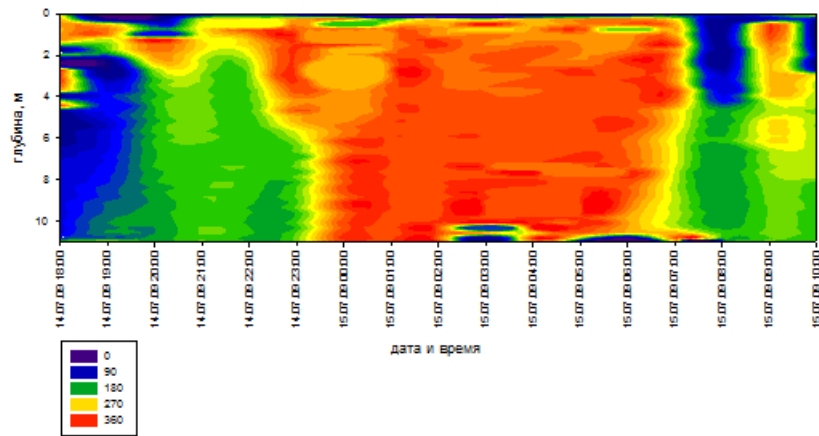


Рисунок 19 – Суточный ход направления скорости (сут.ст. №49, 2009г.)

Пример изменения скорости и направления течения в эстуарии р. Кемь приведен на рисунках 19 и 20, а на рисунке 21 – связь между направлением течения и уровнем поверхности. Из рисунков видно, что абсолютные значения скорости течения в эстуарии в период отлива были больше, чем при приливе. При смене разных фаз прилива направления течения изменялись достаточно резко. Из-за большой плотности воды в нижних слоях смена отливного на приливное сначала начинается у дна, а затем распространяется на все сечение (см. рисунки 19 - 20), вследствие чего продолжительность приливного течения у дна увеличивается, а продолжительность донного отливного течения уменьшается.

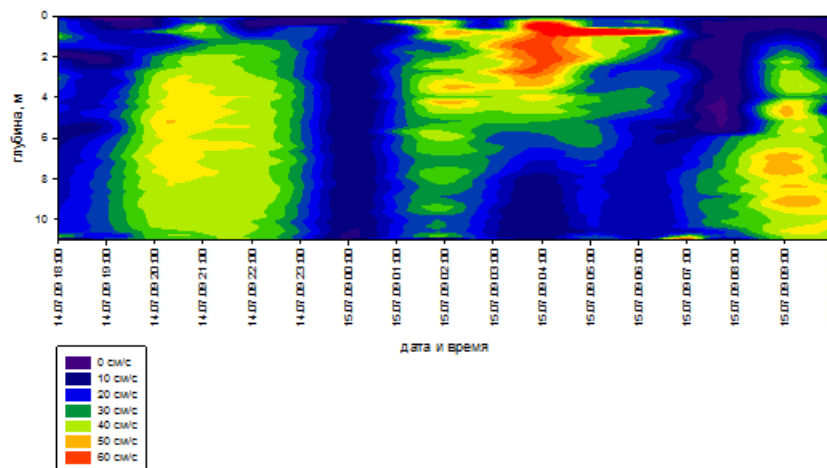


Рисунок 20 – Суточный ход скорости (сут.ст. №49, 2009г.)

Смена течений с приливного на отливное, наоборот, начинается с поверхности и только потом распространяется на все сечение, поэтому продолжительность отливного течения у поверхности больше, чем у дна, а приливного меньше. Поэтому результирующая составляющая течения у дна направлена вверх по течению реки. Так же происходит перестройка поля течения во время приливов в других стратифицированных эстуариях, например, в Чесапикском заливе, в эстуариях Джеймс, Потомак и др. [Михайлов и др., 2009].

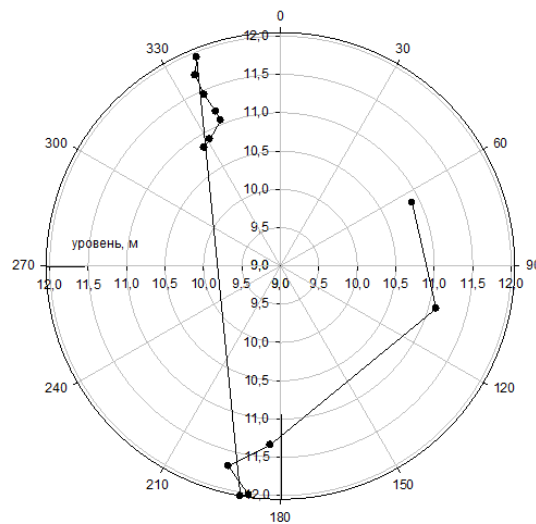


Рисунок 21 – Связь между направлением течения (угловая координата) и уровнем поверхности (радиальная координата) на сут. ст. №49 (2009 г.)

Таким образом, из-за неоднородности поля плотности и воздействия приливо-отливных течений в зоне смешения эстуария реки Кеми формируется двухслойное течение.

Надо отметить, что в эстуарии р. Кеми удалось провести экспедиционные работы четыре года подряд – в 2008, 2009, 2010 и 2011 гг. Сравнение данных, полученных за эти четыре года, позволяет сказать, что в целом гидрологическая ситуация в данной акватории довольно стабильна. Небольшие вариации из года в год в скоростях течений, пространственном и вертикальном распределении

температуры и солености обусловлены лишь различными синоптическими условиями, приливными условиями, при которых производились измерения [Сравнительный анализ..., 2011; Долотов и др., 2011].

Разница между средним уровнем и полной водой незначительно превышает разницу между средним уровнем и малой водой, что свидетельствует о наличии остаточной приливной циркуляции в данном районе. Остаточная приливная циркуляция носит характер квазипостоянных течений. Возникновение остаточной приливной циркуляции связано с искажением приливной волны в результате действия донного трения, ее взаимодействия с очертаниями берегов и рельефом дна [Здоровеннов, 2004; Май, Фукс, 2005].

2.5. Маргинальный фильтр

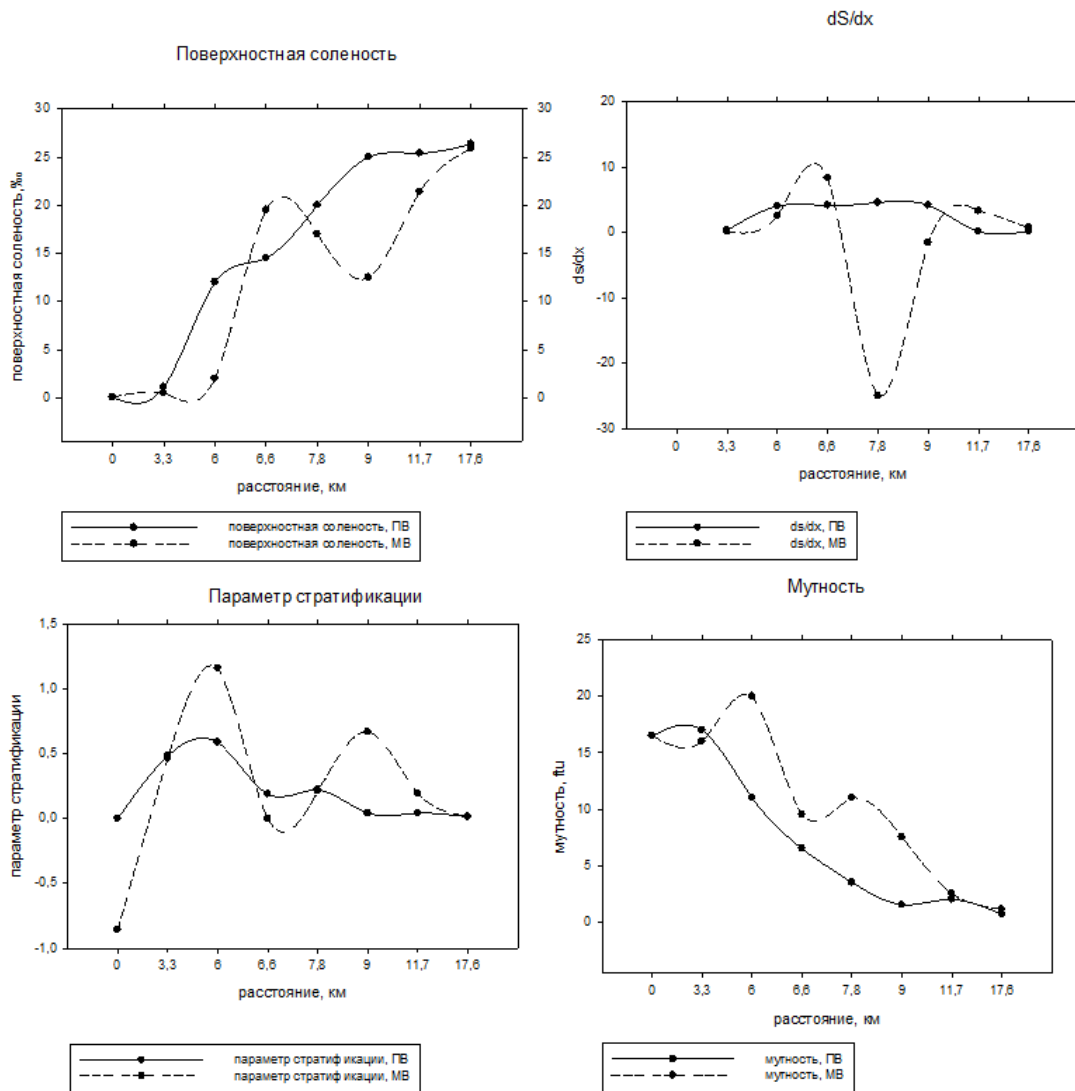
Взаимодействие пресных речных и соленых морских вод обуславливает своеобразие гидрологического режима эстуарных зон и приводит к возникновению фронтальных зон. Зона смешения выступает в роли глобального фильтра взвешенного и растворенного вещества, поступающего с материков.

Существование барьеров в водной среде обнаружил В.И. Вернадский в 1926 г. А.И. Перельман развил теорию геохимических барьеров для всех типов ландшафтов, а Е.М. Емельянов – применительно к морской среде. А.П.Лисициным был предложен термин «маргинальный фильтр» для обозначения пояса, в котором происходит смешение речных и морских вод [Лисицын, 1994].

Области маргинальных фильтров занимают менее 10% поверхности океана и менее 0.5% по объему, но именно здесь осаждаются до 90% от взвешенных и 20-40% от растворенных веществ речного стока [Лисицын, 1994]. Маргинальный фильтр является активным геохимическим барьером для химических элементов с переменной валентностью. На дно осаждаются взвесь с сорбированными

минеральными компонентами, а растворенные вещества коагулируют и выпадают в осадок. Работа сорбционной и седиментационной частей фильтра дополняется биологическими процессами - биофильтрацией и биоассимиляцией [Лисицын, 1994].

Для выделения зоны маргинального фильтра в эстуарии реки Кеми в 2011 году были рассчитаны распределение солёности на поверхности по разрезу и производная от распределения солёности, представленные на рисунках 22 – 25, а на рисунке 26 приведено распределение мутности по разрезу от мористой части к устью. Из графиков, приведенных на рисунках 22 - 25, хорошо видно, что максимум спада солёности совпадает с максимумом показателя стратификации и мутности. Таким образом, максимумы спада солёности и показателя стратификации соответствуют маргинальному фильтру в эстуарии реки Кемь, положение которого определялось по максимуму в поле мутности. Максимум мутности соответствует максимальной концентрации взвешенных наносов.



Рисунки 22 – 25 – Распределение поверхностной солености, dS/dx , параметра стратификации и мутности по разрезу в моменты полной (ПВ) и малой воды (МВ) в эстуарии реки Кеми (2011г.)

Известно, что наибольшая трансформация поступающих с речным стоком веществ происходит в диапазоне солености 2 – 10 ‰. В этом диапазоне происходит флоккуляция речного вещества и коагуляция коллоидов [Лукашин и др., 2003; Лисицын, 1994]. Этот диапазон солености находится на незначительном удалении от устья, что подтверждается представленными

графиками (рисунок 26). Граница маргинального фильтра достаточно размыта и мигрирует с приливным циклом.

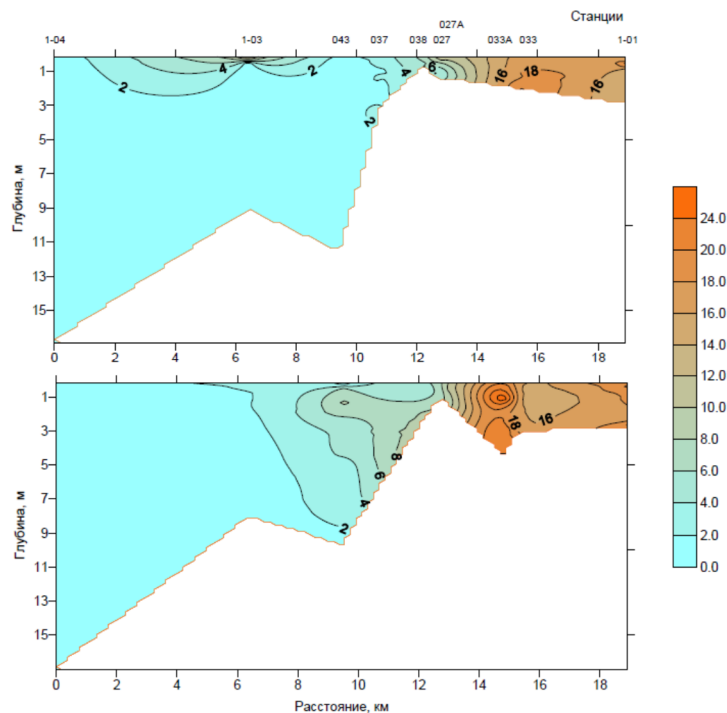


Рисунок 26 – Вертикальное распределение мутности по разрезу в эстуарии реки Кеми по данным 2011 года [Сравнительный анализ..., 2011]

Формирование зоны максимальных значений мутности в зоне смешения речных и морских вод является характерной особенностью динамики взвешенных наносов в эстуарии [Dyer, 1986]. Мутность воды в зоне маргинального фильтра превосходит мутность речных и морских вод. Эта зона возникает в результате коагуляции и флокуляции глинистых частиц и органического вещества, а также обусловлена особенностями эстуарной циркуляции. Максимум мутности формируется в вершине клина соленых вод, наиболее выражен у дна во время малой воды и мигрирует вместе с приливом (рисунок 26).

На рисунке 27 представлено вертикальное распределение мутности на каждый час приливо-отливного цикла на суточной станции 49 в эстуарии реки Кеми в 2009 году. Для вертикального распределения мутности в зоне смешения в 18:00 (начало прилива) характерно наличие максимума над слоем скачка

солености, снижение мутности под галоклином и повышение мутности в придонном слое (нефелоидном) (рисунок 28). Это связано с эффектом вовлечения. Такое распределение характерно для арктических морей [Лисицын и др., 2000 Долотов и др., 2005].

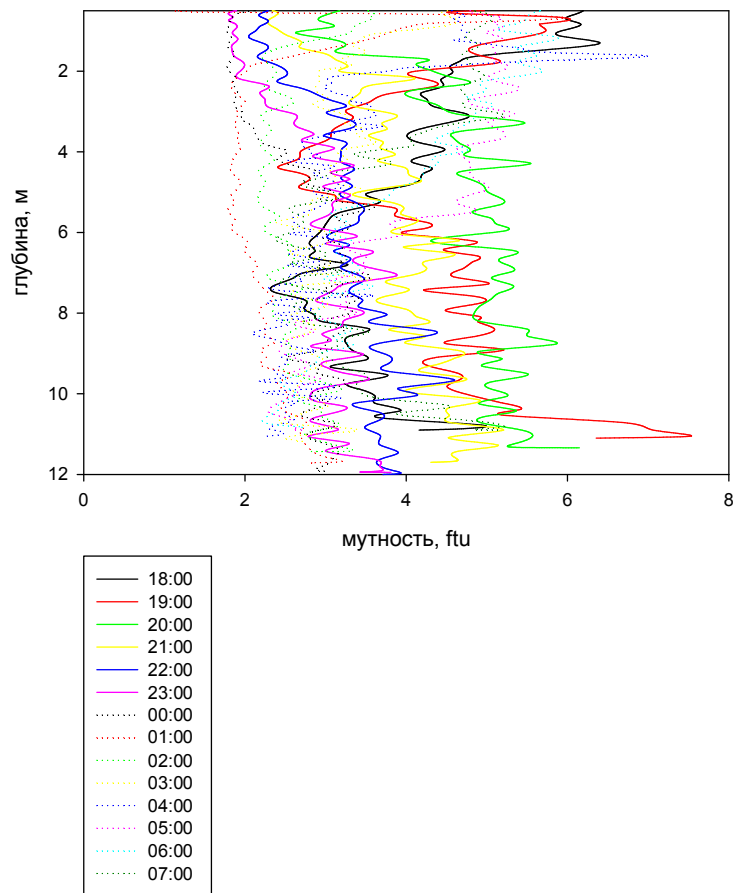


Рисунок 27 – Вертикальное распределение мутности на каждый час приливо-отливного цикла на суточной станции 49 в эстуарии реки Кеми в 2009 году (сплошной линией показаны профили в фазу прилива, пунктиром – в фазу отлива)

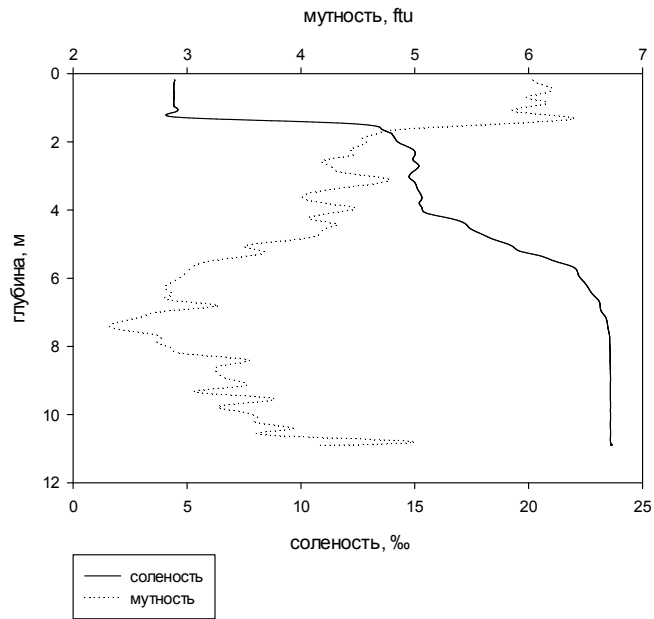


Рисунок 28 – Вертикальное распределение солености и мутности в 18 ч 00 мин (2009г.)

В целом, для суточной станции 49 характерно незначительное превышение значения мутности в прилив (рисунок 27), чем в отлив, связанное с доминированием приливных течений в данной точке, что подтверждается расчетами удельных расходов и скоростей течений.

Рисунок 29 иллюстрирует изменение мутности во времени на вертикали на суточной станции 49 в эстуарии реки Кеми.

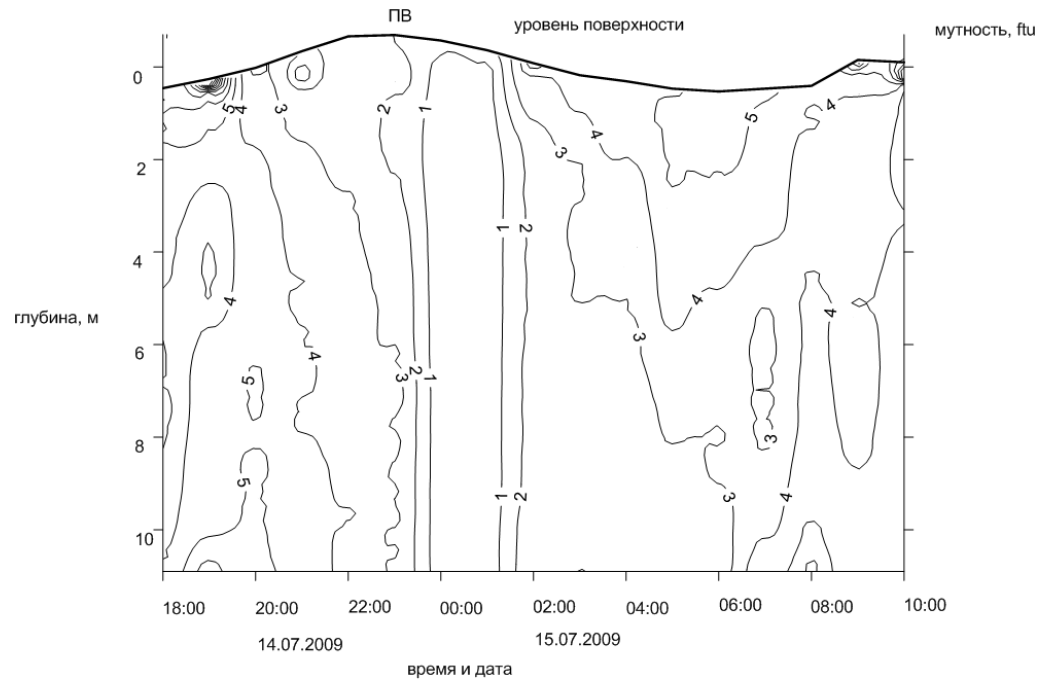


Рисунок 29 – Изменение мутности во времени на вертикали на суточной станции 49 в эстуарии р. Кеми в 2009 г

Из рисунка видно, что в малую воду взвешенный материал осел, у дна через час после наступления малой воды образуется «илистая» пробка, затем сильное течение вновь приводит его во взвешенное состояние. Локальные максимумы мутности в поверхностном слое связаны с растеканием более мутных пресных вод по поверхности во время отлива. В течение часа после малой воды скорости минимальны - происходит смена приливного течения на отливное. Мутность достигает минимальных значений во всей толще водного столба, за исключением тонкой линзы пресной воды (до 0.5 м) у поверхности, что свидетельствует о том, что речная вода практически полностью вытесняется морской.

3. Интрузия морских вод в устья рек

Интрузия морских вод в эстуарий зависит от величины прилива и характера эстуарной циркуляции вод. Дальность проникновения морских вод в устья рек определяют по-разному в зависимости от стратификации вод и типа вертикального перемешивания. Для случаев полного и частичного перемешивания обычно используют концепцию диффузии-адвекции, которая базируется на упрощенных уравнениях турбулентного стратифицированного течения и переноса соли [Михайлов, 1997а; Михайлова, 2013; Хубларян, Фролов, 1988]. Основная сложность при ее применении заключается в задании коэффициентов диффузии и турбулентного обмена. Часто для упрощения используют полуэмпирические и эмпирические соотношения. При упрощенном одномерном подходе рассматривается осредненный по сечению поток скоростью v и осредненная соленость воды S . Тогда применяют следующее уравнение [Михайлов, 1997а]:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial S}{\partial x} \right), \quad (4)$$

где D_x - коэффициент продольной дисперсии, v , S , D_x – осредненные величины для каждого сечения, зависящие от x , t , ось x направлена в сторону реки.

Это уравнение в дальнейшем может быть упрощено для стационарных условий. Решая данное уравнение, можно получить выражения для продольного распределения соли в зоне проникновения и глубины интрузии морских вод в устье реки.

Однако уравнение диффузии-адвекции неприменимо для случаев слабого перемешивания (сильной стратификации) вод [Зырянов, 1987]. Как показано в работе [Зырянов, 1995], для описания трансформации приливной волны на мелководье необходимо учитывать турбулентный обмен. Для оценки длины клина в условиях слабого перемешивания применяют различные соотношения на

основе гидрофизических критериев. Обычно, это степенные зависимости от плотностного числа Фруда. По данным, представленным в работе [Зырянов, 1987], наиболее приемлемые результаты дает вязкая теория. В соответствии с развитой в [Зырянов, 1995] гидродинамической теорией, мелководные области приливных морей оказываются в так называемой зоне закритических глубин, при которых очень существенным становится трение. Теоретические и экспериментальные исследования приливных течений на мелководьях показали, что в закритической области глубин имеет место градиентно-вязкий режим течения, когда в уравнении сохранения импульса баланс осуществляется, главным образом, между горизонтальным градиентом давления и напряжением турбулентного трения [Зырянов, 1987, 1995].

По данным наблюдений в устье реки Кемь в Белом море обнаружилось некоторые особенности взаимодействия морских и речных вод, которые представляют интерес для приложения гидродинамической теории. К примеру, форма клина морских вод. До сих пор в нашем представлении, клин морских вод имел выпуклую форму с отрицательным знаком кривизны (выгнут вверх). Такая форма, в частности, была получена в работе [Зырянов, 1987]. Однако данные гидрологического разреза в устье Кеми показывают, что клин имеет более сложную структуру и состоит из двух участков с разными знаками кривизны его поверхности. Во время экспериментальных работ в этом устье была зафиксирована ступенчатая структура вертикальных распределений температуры, солености, плотности, но не мелкомасштабные, а одна, максимум две, крупномасштабные ступеньки хорошо перемешанной жидкости толщиной до 3 метров. Были обнаружены долгопериодные волновые колебания солености в придонной области, которые не удавалось объяснить классической теорией внутренних волн. Все это потребовало дальнейшего развития гидродинамической теории интрузии морских вод в устья рек, изложенной в [Зырянов, 1987], что и является основной задачей данной главы.

3.1. Постановка задачи

Динамика двухслойной жидкости на наклонной плоскости в условиях слабого перемешивания между слоями в устье реки при глубине меньше критической (градиентно-вязкий режим течения) описывается системой нелинейных уравнений параболического типа для колебаний свободной поверхности воды $\zeta(x, t)$ и толщины слоя морских вод $\eta(x, t)$ [Зырянов, 1987]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{g}{3A} \frac{\partial}{\partial x} \left[(H - \zeta)^3 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \operatorname{tg} \theta \right) - 6\delta \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{H\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3} \right) \right], \quad (5)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{2g\delta}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta^3 \left(\frac{2}{3} - \frac{\eta}{2H} \right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{1}{\delta} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \operatorname{tg} \theta \right) \left(\frac{H\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3} \right) \right], \quad (6)$$

где g – ускорение свободного падения, A – коэффициент вертикального турбулентного обмена, $H(x)$ – рельеф дна, θ – угол уклона уровня реки, $\delta = (\rho_S - \rho_R) / \rho_R$, ρ_S – плотность морской воды, ρ_R – плотность речной воды (рисунок 30).

Тангенс угла наклона свободной поверхности реки $\operatorname{tg} \theta$ связан с удельным расходом реки (полный поток) S_R и ее средней глубиной H_0 соотношением [Зырянов, 1987]:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{3A}{gH_0^3} S_R. \quad (7)$$

Полную систему уравнений (5), (6) удастся решить только численными методами [Зырянов, 1987]. В стационарном случае система (5), (6) допускает упрощения и тогда можно при некоторых предположениях найти аналитическое решение для формы соленостного клина и вычислить дальность проникновения морских вод в устье реки, в том числе и в приливное [Зырянов, 1995].

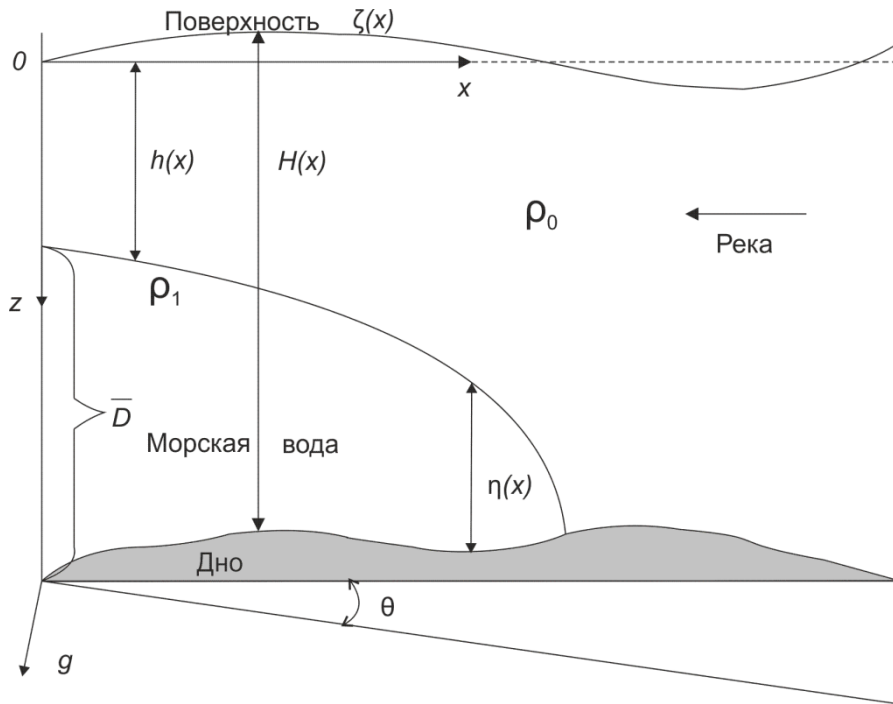


Рисунок 30 — К постановке задачи. Структура зоны интрузии морских вод в устье реки в вертикальном сечении

Заметим, что в правых частях уравнений (5), (6) стоят полные потоки соответственно для всей глубины в (5) и для слоя морских вод в соленостном клине в (6). Так как в клине морских вод течение в вертикальном сечении вдоль клина чисто возвратное, то полный поток в нем равен нулю, следовательно, полный поток в первом уравнении состоит исключительно из расхода речных вод. Учитывая сказанное, будем иметь в стационарном случае систему уравнений при постоянной глубине H

$$(H - \zeta)^3 \left(\frac{d\zeta}{dx} - \operatorname{tg} \theta \right) - 6\delta \frac{d\eta}{dx} \left(\frac{H\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3} \right) = -\frac{3A}{g} S_R, \quad (8)$$

$$\delta \eta^3 \left(\frac{2}{3} - \frac{\eta}{2H} \right) \frac{d\eta}{dx} - \left(\frac{d\zeta}{dx} - \operatorname{tg} \theta \right) \left(\frac{H\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3} \right) = 0. \quad (9)$$

Подставляя из уравнения (8) выражение $d\zeta/dx - \operatorname{tg} \theta$ в уравнение (9) в пренебрежении возвышением уровня ζ по сравнению с общей глубиной воды H , получим уравнение

$$\left[\delta \eta^3 \left(\frac{2}{3} - \frac{\eta}{2H} \right) - \frac{6\delta}{H^3} \left(\frac{H\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3} \right)^2 \right] \frac{d\eta}{dx} + \frac{3AS_R}{gH^3} \left(\frac{H\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3} \right) = 0. \quad (10)$$

Сокращая в (10) на η^2 и проводя вычисления, будем иметь уравнение для формы клина морских вод

$$q(1-q)^3 \frac{dq}{dx} + R(3-2q) = 0, \quad (11)$$

где $q = \eta/H$, $R = \frac{3AS_R}{4g\delta H^4}$.

Переменные в уравнении (11) разделяются, и (11) можно записать в виде

$$\frac{q(1-q)^3}{3-2q} dq = -R dx. \quad (12)$$

Пусть толщина соленостного клина в устьевом створе известна и равна D

$$q|_{x=0} = q_0 = D/H, \quad (13)$$

тогда, интегрируя уравнение (12) с граничным условием (13), получим выражение для формы соленостного клина в неявном виде

$$x = -\frac{1}{R} \int_{q_0}^q \frac{q(1-q)^3}{3-2q} dq. \quad (14)$$

Вычисляя в (14) интеграл, получим выражение для формы клина морских вод

$$x = \frac{1}{4R} \left[\frac{1}{2}(q_0^4 - q^4) - (q_0^3 - q^3) + \frac{3}{4}(q_0^2 - q^2) + \frac{1}{4}(q_0 - q) + \frac{3}{8} \ln \frac{3-2q_0}{3-2q} \right]. \quad (15)$$

Дальность проникновения L морских вод в устье реки (длина клина) получается из (15) при $q = 0$:

$$L = \frac{1}{4R} \left[\frac{1}{2}q_0^4 - q_0^3 + \frac{3}{4}q_0^2 + \frac{1}{4}q_0 + \frac{3}{8} \ln \frac{3-2q_0}{3} \right]. \quad (16)$$

Заметим, что ранее в работе [Зырянов, 1987] было получено выражение для формы соленостного клина в более грубом предположении ($d\zeta/dx = 0$) при выводе аналога уравнения (10) для толщины клина.

3.2. Вычисление толщины клина морских вод в устьевом створе

Как видно из формул (15) и (16), при расчетах формы клина и дальности проникновения морских вод в устья рек необходимы граничные условия - толщина клина морских вод в какой-нибудь точке зоны смешения речных и морских вод. В качестве такой граничной точки, как правило, выбирают устьевой створ реки. Само понятие устьевого створа реки далеко неоднозначно. Обычно под этим понимают поперечное сечение реки, за которым устье начинает расширяться в сторону моря. На сегодняшний день используют два способа определения величины D в (13): первый – экспериментальный, по данным наблюдений, второй аналитический – по формуле Кейлегана [Кейлеган, 1970]:

$$q_0 = D/H = 1 - (V_R/V_\Delta)^{2/3}, \quad (17)$$

где V_R – средняя скорость реки, $V_\Delta = \sqrt{g\delta H}$ – фазовая скорость гравитационных волн на поверхности раздела морской и пресной вод.

Соотношение (17) – эмпирическая формула, полученная по данным экспериментальных измерений в лотке. Как показано в работе [Зырянов, 1987], использование формулы (17) зачастую приводит к неверным расчетам толщины клина морских вод в устьевых створах рек. В данной работе предлагается другой, теоретический подход, который позволяет находить толщину клина морских вод в устьевом створе.

Заметим, что проблема описания динамики взаимодействия речных вод и морских вод обычно искусственно разделяется на две задачи – первая связана с расчетом зоны интрузии морских вод в устье реки (соленостный клин), вторая – с динамикой растекания речных вод в морской акватории (речные плюмы). Как правило, эти две задачи рассматривают отдельно, и в той, и в другой задаче задаются условия в устьевом створе реки. На самом деле эти задачи неразрывно связаны между собой, и на границе их стыковки в устьевом створе должны

выполняться условия сопряжения уровенной поверхности и толщины слоя морских вод. Используем эту идею. Рассмотрим начальную зону речного плюма в море и аппроксимируем зону растекания речных вод усеченным угловым сектором с углом расхождения боковых сторон 2α (рисунок 31).

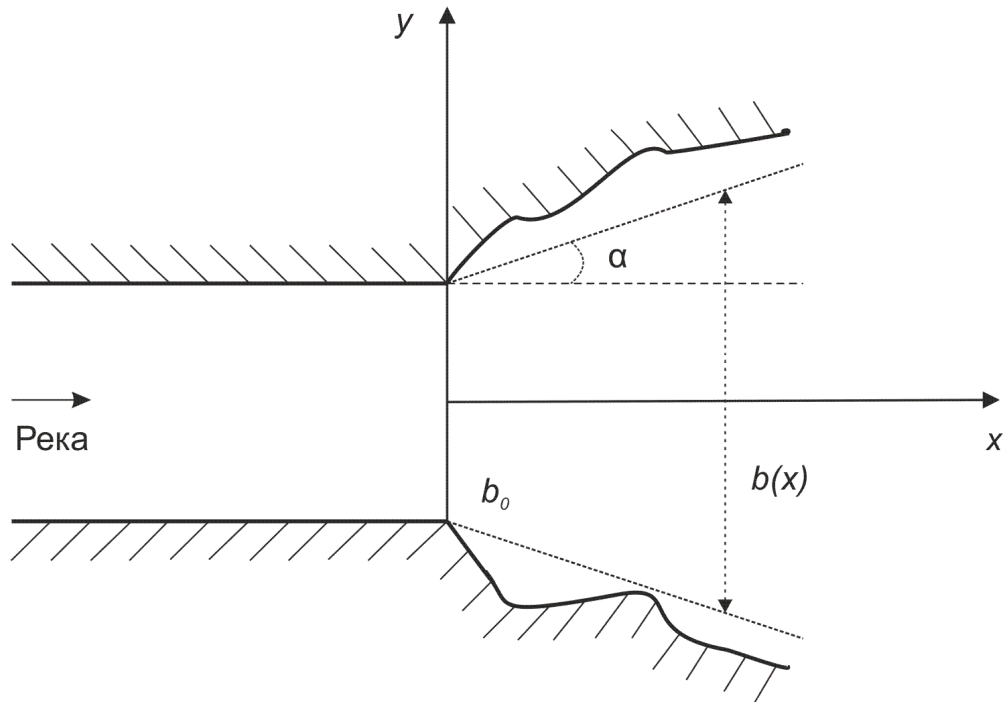


Рисунок 31 – Схема зоны устьевового створа в плане

Ширина речного потока $b(x)$ на расстоянии x от устьевового створа будет равна

$$b(x) = 2\gamma x + b_0, \quad (18)$$

где $\gamma = \operatorname{tg}\alpha$, b_0 – ширина реки в устьевом створе. Пусть $h(x)$ – толщина речного потока в плюме, тогда можно написать

$$V_R h(x) b(x) = Q_R, \quad (19)$$

где V_R – средняя скорость реки, Q_R – полный расход реки. Дифференцируя (19), получим

$$\frac{dh}{dx} = -\frac{2\gamma Q_R}{V_R (2\gamma x + b_0)^2}. \quad (20)$$

В устьевом створе ($x = 0$) будем иметь

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{2\gamma Q_R}{V_R b_0^2}. \quad (21)$$

Пренебрежем уклоном свободной поверхности в (21) по сравнению с уклоном поверхности морских вод, тогда можем написать

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_{x=0} = -\left. \frac{d\eta}{dx} \right|_{x=0}. \quad (22)$$

Производная $d\eta/dx$ в устьевом створе со стороны реки и со стороны моря должна иметь одинаковые значения. Заметим, что соотношение (22) записано в горизонтальной системе координат, а уравнение (10) – в наклоненной под углом θ системе координат (рисунок 30), поэтому в (22) необходимо добавить еще слагаемое $\operatorname{tg} \theta$. Учитывая, что в формулах (8) и (22) оси X противоположно направлены, будем иметь условие гладкого согласования при $x=0$ толщины слоя морских вод

$$\left. \frac{dq}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{1}{H} \left(\frac{2\gamma Q_R}{V_R b_0^2} + \operatorname{tg} \theta \right). \quad (23)$$

Подставляя (23) в (11), получим уравнение для q_0 в устьевом створе

$$-q_0(1-q_0)^3 \left(\frac{2\gamma Q_R}{H V_R b_0^2} + \frac{3AS_R}{gH^4} \right) + R(3-2q_0) = 0. \quad (24)$$

Учитывая, что $Q_R = S_R b_0$, получим из (24) уравнение

$$q_0(1-q_0)^3 = P(3-2q_0), \quad (25)$$

где

$$P = \frac{3AV_R b_0}{4\delta(2\gamma gH^3 + 3AV_R b_0)}. \quad (26)$$

Корни многочлена 4-го порядка (25) можно найти графически. На рисунке 32 приведены графики функций $y = q(1-q)^3$ и $y = P(3-2q)$. Точки пересечения графиков дают два действительных корня, остальные два корня – комплексно сопряженные. Варьируя P , найдем зависимости для двух ветвей корней: $q_0^{(1)} = f_1(P)$ и $q_0^{(2)} = f_2(P)$.

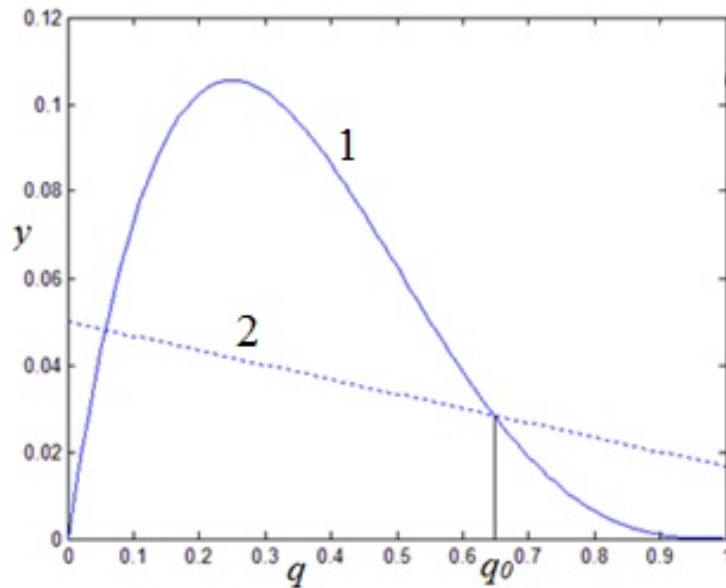


Рисунок 32 – Графики левой и правой частей уравнения (25): 1 - график $y = q(1 - q)^3$,
2 - график $y = P(3 - 2q)$

Выделим нужную ветвь, основываясь на физических соображениях. Из рисунка 32 видно, что при увеличении P первая ветвь $q_0^{(1)} = f_1(P)$ (левые точки пересечения графиков) – возрастающая функция P , а вторая – $q_0^{(2)} = f_2(P)$ (правые точки пересечения графиков) – убывающая функция. Из формулы (26) следует, что при увеличении скорости реки V_R значение P увеличивается. Известно, что при увеличении скорости реки толщина слоя морских вод в устьевом створе уменьшается. Следовательно, зависимость q_0 от P должна быть убывающей функцией. Отсюда следует, что необходимо брать вторую ветвь корней $q_0^{(2)} = f_2(P)$. На рисунке 33 приведен график функции $q_0^{(2)} = f_2(P)$. Таким образом, для того, чтобы теперь найти толщину клина морских вод в устьевом створе реки необходимо вычислить для данной реки параметр P по (26), далее – по значению P из графика на рисунке 33 определить q_0 .

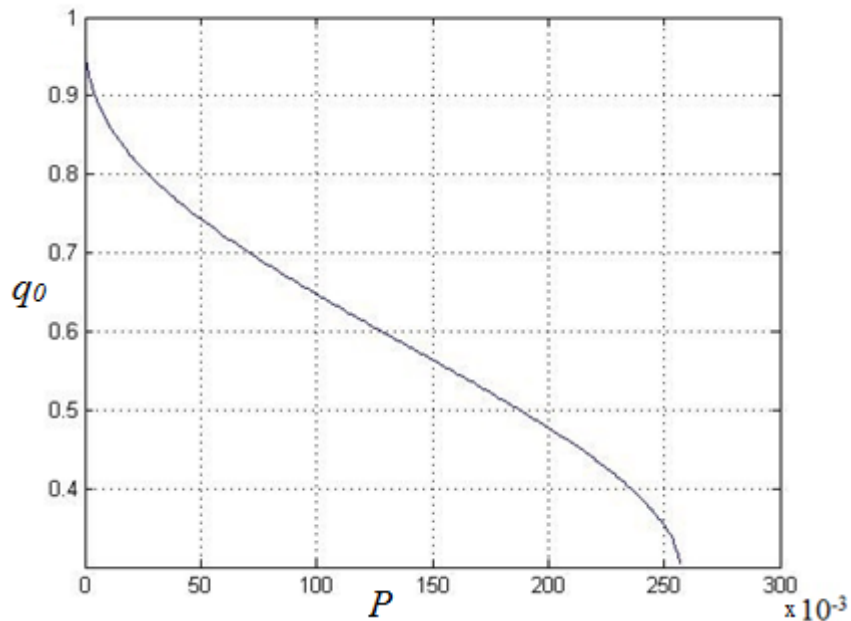


Рисунок 33. График корней уравнения (25) $q_0^{(2)} = f_2(P)$

Итак, можем написать формулу для толщины клина в устьевом створе как аналог формулы Кейлегана:

$$q_0 = D/H = f_2(P). \quad (27)$$

3.3. Расчет формы и длины клина морских вод для устья реки Кемь

Краткая характеристика р.Кемь. Река Кемь – крупнейшая река Карелии. Берет начало из оз. Нижнее Куйто и впадает в пролив Западная Соловецкая Салма Онежского залива Белого моря. Длина реки 191 км, среднегодовой приток в море 8.82 км^3 (объем водного стока $275 \text{ м}^3/\text{с}$) [Михайлов, 1997b; Белое море и его водосбор, 2007]. Площадь водосбора составляет 27700 км^2 [Михайлов, 1997b]. Большая часть водосбора реки Кемь покрыта тайгой. В устье реки находится город Кемь. Антропогенное воздействие в районе исследования незначительно. Питание смешанное, с преобладанием снегового. Весеннее половодье составляет 40-50% годового стока. Замерзает обычно в ноябре, вскрывается в первой половине мая. На рисунках 34 и 35 показано сезонное

распределение стока и годовые вариации стока р. Кемь за период 1926 – 1994 гг. (по данным ИВПС КарНЦ).

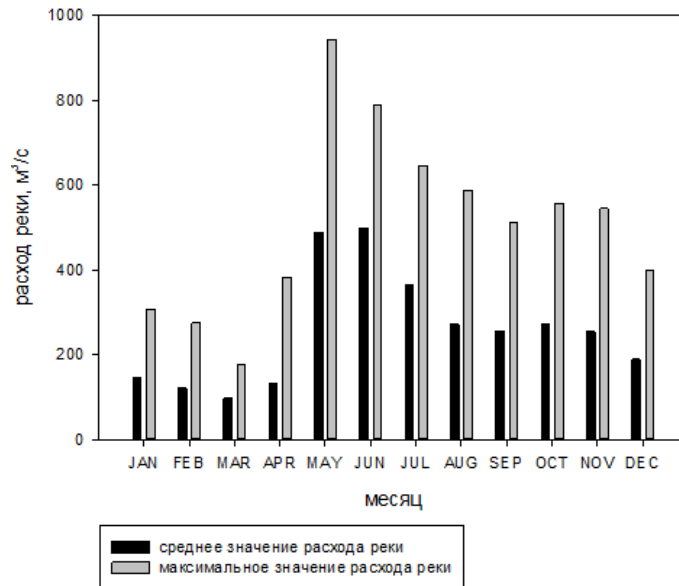


Рисунок 34 – Сезонное распределение стока р. Кемь

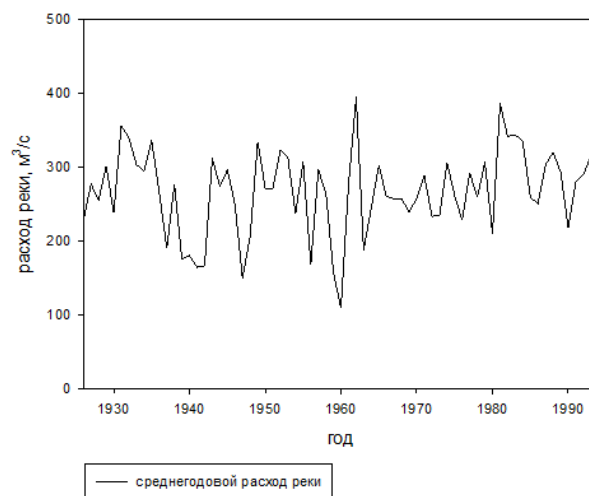


Рисунок 35 – Годовые вариации стока р. Кемь

Угол растекания речного потока в эстуарии р. Кеми составляет около 17 градусов (из рис.1). Подставив это значение в формулу (26), получим $P = 0.054$. На графике на рисунке 33 находим для данного P значение $q_0 = 0.73$. В результате для толщины клина морских вод в устьевом створе с учетом $H = 3$ м получим $D = 2.2$ м.

На рисунке 36 представлен результат расчета клина морских вод в устье р. Кеми по формуле (15). Значения параметров р. Кеми, использованные для расчета, представлены в таблице 4. Значками (*, +) показано положение изогалины 6‰ (из рисунка 2) во время прилива и отлива соответственно. Дальность проникновения морских вод в устье реки определяется полным выклиниванием морских вод, т.е. нулевым значением толщины нижнего слоя $\eta = 0$. Сравнение реального хода изогалин (рисунок 2) и рассчитанной по формуле (15) формы соленостного клина (рисунок 36) дает возможность сделать вывод, что развитая здесь теория дает более правильное, нежели в [Зырянов, 1987], решение для формы соленостного клина.

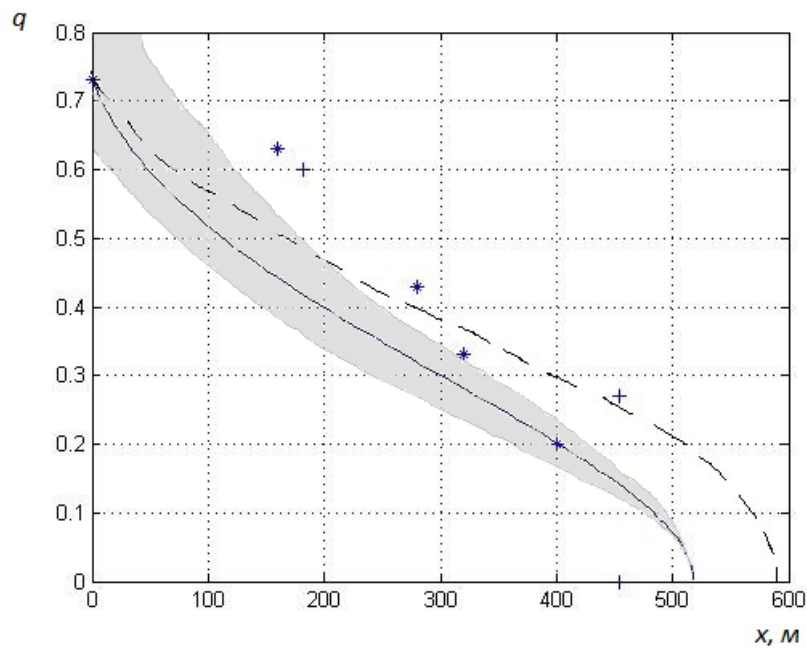


Рисунок 36 – Теоретическая форма клина по формуле (15). Пунктир – среднее положение клина за приливной цикл с учетом пампинг-эффекта

Таблица 4. Значения параметров при расчете соленостного клина в устье р. Кеми

H_0 , м	ρ_S , г/см ³	ρ_R , г/см ³	\bar{D} , м	Q , м ³ /с	V_R , м/с	B , м	A , см ² /с	\bar{Q} , м ² /с
3	1.0194	1.000015	2.2	275	0.11	800	25	0.3438

Представленный на рисунке 36 соленостный клин рассчитан по теории стационарного клина по осредненным за период прилива характеристикам. Однако в устье р. Кеми соленостный клин – приливной и, как показано в [Зырянов, 1987], осредненное за приливной цикл положение клина не то же, что по расчету по осредненным за прилив характеристикам. Осредненный за приливной цикл соленостный клин оказывается длиннее стационарного, т.е. стационарный клин дает заниженные значения глубины интрузии морских вод в устья приливных рек. Разница обусловлена нелинейностью процесса, которая проявляется в пампинг-эффекте (эффект накачки) [Зырянов, Хубларян, 2006]. Для колебательных процессов, описываемых нелинейными уравнениями параболического типа, характерен пампинг-эффект – повышение (или понижение) среднего значения описываемой физической характеристики на бесконечности относительно среднего значения этой характеристики на границе области [Зырянов, Хубларян, 2006]. Чисто гармоническое колебание описываемой физической характеристики среды на границе области приводит к увеличению или уменьшению ее значения на бесконечности относительно ее среднего значения на границе, т.е. происходит «накачка» (или «откачка») субстанции в глубине области гармоническим колебанием на границе. Это явление в работе [Зырянов, Хубларян, 2006] было названо пампинг-эффект (от английского глагола to pump - накачивать). Многие природные процессы описываются нелинейными параболическими уравнениями, в которых коэффициент среды является функцией искомой величины. Так, при трансформации приливной волны на мелководье при глубинах не больше толщины слоя Стокса, которая описывается нелинейным параболическим уравнением для возвышения уровня, будет иметь место стационарное повышение уровня, вызванное пампинг-эффектом. При использовании уравнения теплопроводности, в котором коэффициент теплопроводности является линейной функцией температуры, для описания температуры во льдах имеет место отрицательный пампинг-эффект – при увеличении амплитуды

колебания температуры на верхней границе происходит откачка тепла из нижних слоев льда. Для зон вечной мерзлоты этот эффект может давать существенные поправки. Для описания динамики двухслойной жидкости в канале постоянной глубины (например, для случаев интрузии соленых вод в водносные горизонты или устья рек) используется система двух нелинейных параболических уравнений для свободной поверхности и поверхности раздела слоев. Пампинг-эффект для уравнения свободной поверхности в устьях приливных рек приводит к перемещению зоны подпора речных вод дальше в устье реки, а памминг-эффект для уравнения для раздела слоев проявляется в увеличении дальности проникновения линзы соленых вод по водоносному пласту.

Динамика соленостого клина в приливном устье описывается параболическим уравнением (6), и в соответствии с общей теорией [Зырянов, Хубларян, 2006] для этого уравнения имеет место пампинг-эффект. Пампинг-эффект в данной задаче приводит к увеличению длины соленостого клина. Как показали численные эксперименты в работе [Лапина, 2001], увеличение дальности проникновения соленых вод в приливное устье реки по сравнению с неприливым может достигать нескольких километров.

В работе [Зырянов, 1987] получено выражение для увеличения толщины нижнего слоя двухслойной жидкости в канале за счет пампинг-эффекта (нелинейная накачка), когда на вход в канал поступает гармоническая приливая волна. Величина накачки $\Delta\eta_{\infty}^{(\pm)}$ для нижнего слоя дается формулой [Зырянов, 1987]

$$\Delta\eta_{\infty}^{(\pm)} \approx \frac{H}{4q_0(4-3q_0)} [12\beta^2 q_0^2 (1-q_0) + 3\delta^{-1}\alpha [4\beta - 3\alpha + (2\alpha - 4\beta)q_0]], \quad (28)$$

где $\alpha = \zeta_0 / H$, $\beta = \eta_0 / D$, ζ_0 – амплитуда прилива, η_0 – амплитуда приливого колебания толщины соленостого клина в устьевом створе.

Из рисунка 10 видно, что размах колебаний уровня моря в точке постановки суточной станции составляет ~ 1 м, а размах колебаний толщины слоя морских вод ~ 2 м. При глубине $H \approx 11.2$ м и толщине клина $D \approx 8$ м получим

$\alpha \approx 0.045$, $\beta \approx 0.125$. Подставляя эти значения в (28), получим $\Delta\eta_{\infty}^{(+)} \approx 23$ см, т.е. для безразмерного q будем иметь превышение порядка 0.1. На рисунке 36 пунктиром показано положение соленостного клина в приливном устье Кеми с учетом пампинг-эффекта. Штриховкой показан слой смешения, образующийся на поверхности раздела.

Предыдущие расчеты были произведены для среднесноголетнего среднегодового расхода. Сделаем теперь оценку длины клина для минимального и максимального стока.

В таблице 5 приведены параметры, используемые в расчетах.

Таблица 5. Параметры для расчета длины клина в устье реки Кеми в периоды максимального и минимального стока

	H_0 , м	ρ_S , г/см ³	ρ_R , г/см ³	\bar{D} , м	Q , м ³ /с	V_R , м/с	B , м	A , см ² /с	q_0
Максимальный сток	3	1.0194	1.000015	1.95	500	0.21	800	25	0.65
Минимальный сток	3	1.0194	1.000015	2.46	97	0.04	800	25	0.82

На рисунках 37 – 38 представлен соленостный клин для случаев максимального и минимального расхода соответственно.

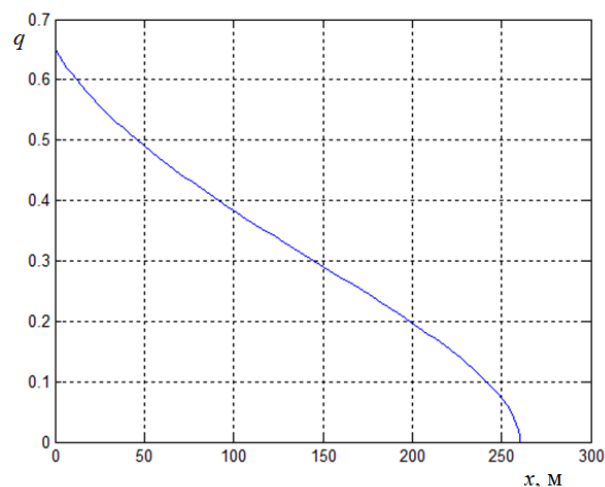


Рисунок 37 – Положение соленостного клина для максимального расхода

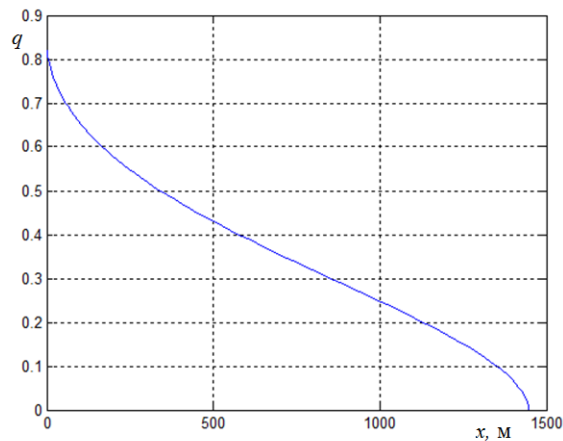


Рисунок 38 – Положение соленостного клина для минимального расхода

3.3.1. Подвижность носика клина

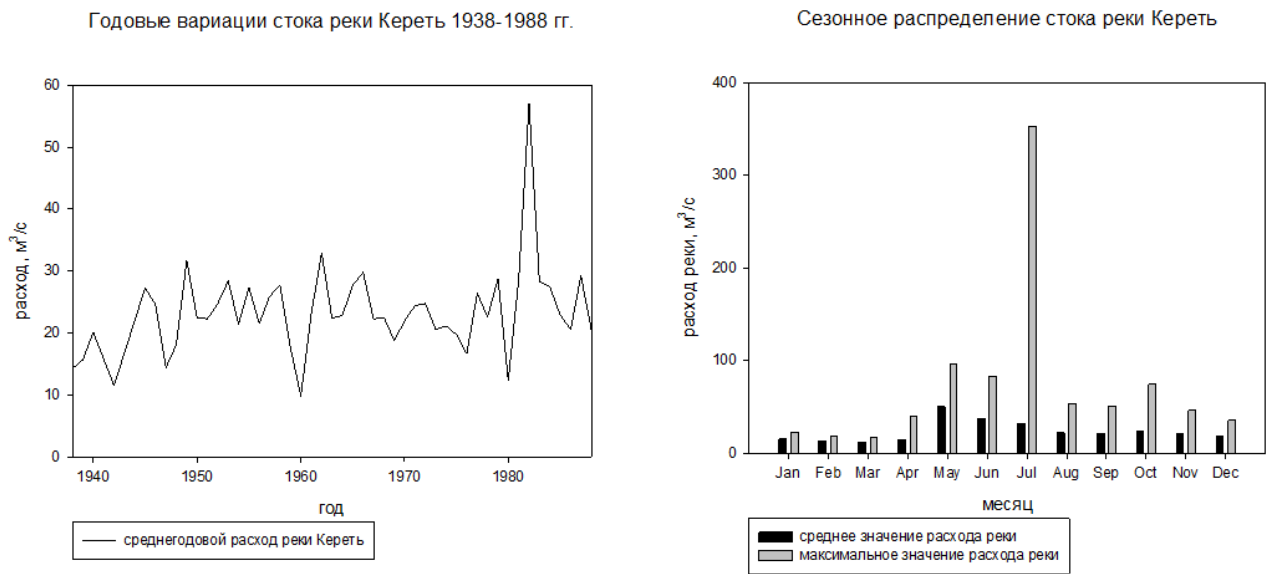
Как следует из развитой в [Зырянов, 1987] теории, носик клина может существенно перемещаться за приливной цикл, а может практически не двигаться и оставаться на одном месте. Эти режимы движения носика клина зависят от скорости наполнения клина и оттока из него морской воды. Оценим подвижность носика соленостного клина в устье р. Кемь, используя теорию из [Зырянов, 1987]. Поместим начало координат вблизи «носика» клина $x_n(t)$ и будем рассматривать только его носовую часть $[0, x_n(t)]$. Аппроксимируем изменение объема клина от 0 до $x_n(t)$ во времени на период отлива и период прилива по степенной зависимости:

$$V(t) = \int_0^{x_n(t)} \eta(x, t) dx = qt^\alpha. \quad (29)$$

Как показано в [Зырянов, 1987], если при отливе $-1/3 < \alpha < 0$, то «носик» клина остается неподвижным за весь приливной цикл. При $\alpha < -1/3$ «носик» клина будет перемещаться с отливом и приливом. Оценим показатель степени α для устья р. Кемь.

Выражение (29) перепишем в виде $V = q (t/t_0)^\alpha$, чтобы избавиться от размерного времени. В момент времени $t = t_0 = 1$ ч. (полная вода) объем морской

устье реки Кереть наблюдается сильная стратификация вод и клин осолоненных вод. На рисунке 39 представлена схема эстуария реки Кереть, а на графиках на рисунках 40 – 41 приведены среднемесячные и среднегодовые расходы реки за период с 1938 по 1988 гг. (составлены по данным ГГИ) [R-ArcticNet]. В таблице 6 приведены параметры, используемые при расчете длины клина, а на рисунке 42 – расчетное положение клина в устье реки Кереть. Угол растекания пресных вод по акватории определялся из рисунка 39.



Рисунки 40 – 41 – Среднемесячные и среднегодовые расходы р. Кереть

Таблица 6. Параметры для расчета длины клина в устье реки Кереть

H_0 , м	δ	α	\bar{D} , м	Q , м³/с	V_R , м/с	B , м	A , см²/с	q_0
2	0.019	15°	1.62	22.6	0.15	75	25	0.81

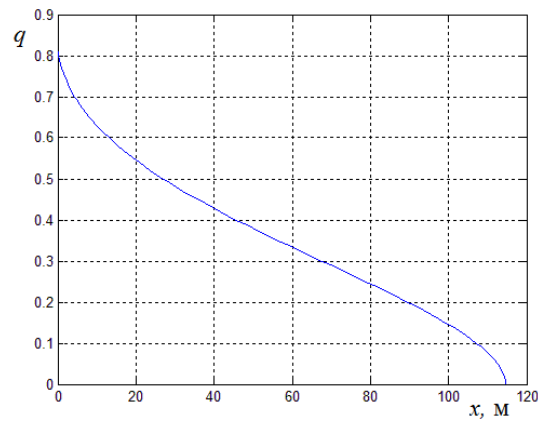


Рисунок 42 – Расчетное положение соленостного клина в устье р. Кереть

Оценка дальности проникновения соленых вод в устье делалось без учета пампинг-эффекта.

3.5. Расчет формы и длины клина морских вод для устья реки Онеги

Река Онега протекает на северо-западе России в Архангельской области и возле города Онега впадает в Онежский залив Белого моря. Одна из крупнейших рек бассейна Белого моря. Длина 416 км, площадь бассейна 56900 км² [Михайлов, 1997b]. На рисунке 43 представлена схема устьевое участка реки [Демиденко, Лупачев, 2012].

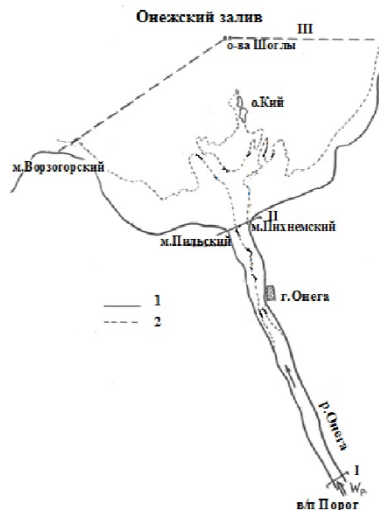
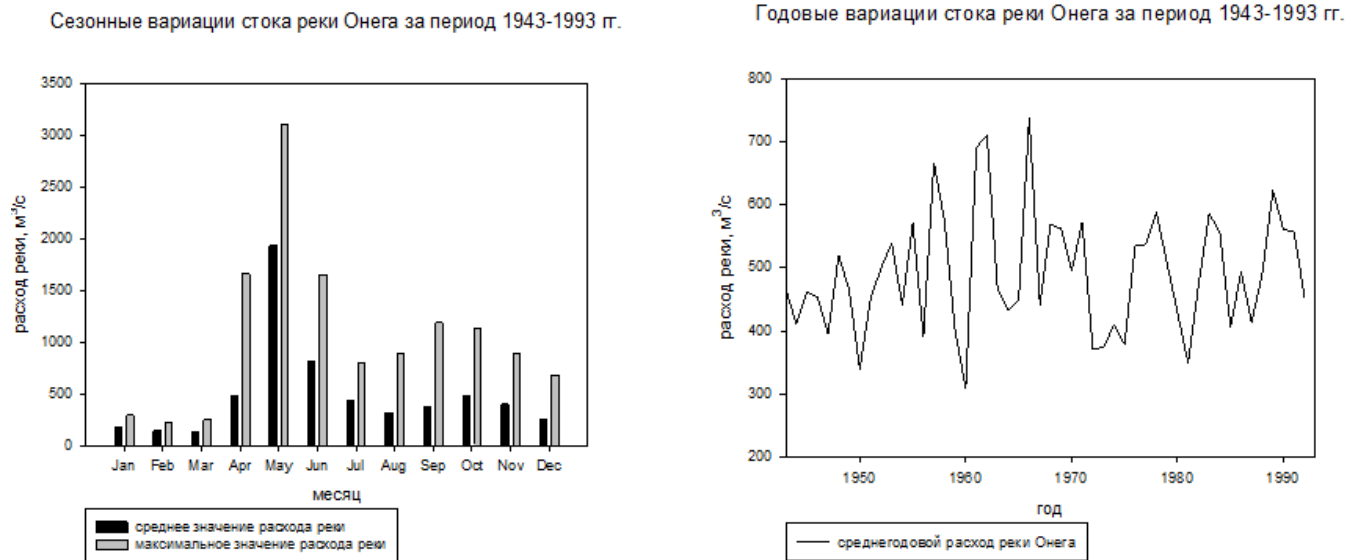


Рисунок 43 – Схема устьевой области р.Онеги и местоположение гидрологических станций в различные годы. I – речная граница устьевой области (УО); II – устьевой створ (УС); III – морская граница УО. 1 – береговая линия Онежского залива и реки; 2 – граница приливной осушки в малую воду [Научно-технический отчет..., 2012]

Имеет простое приливное устье с коротким однорукавным устьевым участком. Русло реки сложено трудноразмываемыми скальными породами, выше г. Онега имеет четко выраженный подъем дна. Вершина устьевой области располагается в районе Кокоринских порогов, где выклиниваются приливные колебания уровня. В устьевом створе между мысами Пильским и Пихнемским ширина русла достигает 2 км. Глубины на участке ниже города Онега составляют около 4 м, а выше города - около 1,5-2 м. В устье Онеги находится устьевой бар с двумя фарватерами – Двинским и Карельским, разделенными островом Кий. Онега относится к рекам с восточно-европейским типом режима (с весенним половодьем), питание смешанное с преобладанием снегового (до 46 % стока) [Михайлов, 1997b].

Половодье обычно наблюдается с мая по июнь, замерзает в конце октября — начале декабря, на порогах в январе — феврале; вскрывается в середине апреля — мае. Средний годовой расход воды в реке составляет около 490 м³/с.

На графиках (рисунки 44- 45) представлено сезонное и годовое изменение стока реки Онега за период с 1943 по 1993 гг. Измерения проводились Государственным гидрологическим институтом на станции Порог.



Рисунки 44 – 45 – Годовые и сезонные вариации стока р. Онега

На режим устьевой области Онеги значительное влияние оказывают полусуточные приливы. В безледный период величина прилива в среднем достигает 2.4 м. (в сизигию 2.8 м, в квадратуру – 1.9 м) [Михайлов, 1997b].

В таблице 7 приведены параметры, используемые при расчете, а на графике на рисунке 46 – результат расчета формы и длины клина для реки Онеги с использованием вышеизложенной теории. Угол растекания определялся по рисунку 43.

Таблица 7. Параметры для расчета длины клина в устье реки Онеги

H_0 , м	δ	α	\bar{D} , м	Q , м ³ /с	V_R , м/с	B , м	A , см ² /с	q_0
8	0.015	25°	6	463	0.142	2000	25	0.81

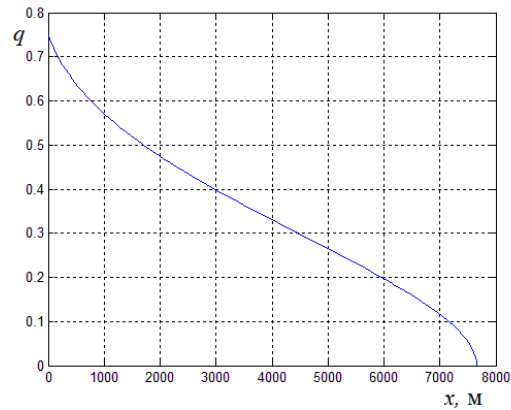


Рисунок 46 – Расчетное положение соленостного клина в устье р. Онега

Оценка дальности проникновения соленых вод в устье делалось без учета пампинг-эффекта. Согласно данным наблюдений ГОИН, дальность распространения соленых вод в летнюю межень не превышает 10 км [Михайлов, 1997b; Научно-технический отчет..., 2012]. Таким образом, расчетные данные хорошо согласуются с данными наблюдений.

4. Приливные волны в эстуариях. Эффекты конфузора и турбулентного трения

В большинстве случаев в прибрежной материковой зоне, где рельеф дна имеет ровный характер и береговая линия плавная, амплитуды приливов не превышают 2 м. Приливы с амплитудой 3 м встречаются гораздо реже, а амплитуды выше 6 м наблюдаются только в различного рода узкостях – вершинах заливов, устьях рек, в проливах. Так, залив Фанди, наряду с заливом Унгава, известен своими рекордными приливами, достигающими 18 м. Залив Фанди имеет форму усеченного конуса, в вершине залива он разветвляется на 2 бухты, в одной из которых наблюдаются рекордные приливы. Залив характеризуется воронкообразным сужением по направлению к вершине залива, глубины постепенно уменьшаются к вершине залива.

Значительные приливы также наблюдаются у берегов Патагонии в заливах Сан-Матиас и Сан-Хорхе (до 9 – 12 м), в устье р. Гальегос амплитуды доходят до 14 м [Шокальский, 1959]. На восточном побережье Атлантического океана вдоль французского берега пролива Ла-Манш в заливе Сен-Мало амплитуды приливов достигают 11 – 12 метров. Как и в случае с заливом Фанди, главную роль играет воронкообразная форма залива с постепенным уменьшением глубины к вершине залива. Далее к востоку в Шербуре амплитуда уменьшается практически в 2 раза, так как направление движения приливной волны оказывается параллельным берегу.

Бристольский залив – еще одно место в Европе, характеризующееся большими приливами. В вершину залива, имеющего форму треугольника, впадает р.Северн, образуя вместе с заливом воронкообразный эстуарий. Амплитуда максимального сизигийного прилива в эстуарии р. Северн составляет 14.6 м.

В морях России максимальные приливы наблюдаются в Мезенском заливе Белого моря и в Пенжинской губе Охотского моря. В Мезенском заливе Белого моря высота прилива в среднем составляет 5 – 7 м, максимально до 9 м, в Пенжинской губе – до 14 м [Шокальский, 1959]. Мезенский залив Белого моря характеризуется малыми и изменчивыми глубинами и большой площадью прибрежной осушки. Приблизительно на 9/10 площади залива глубины менее 20 м, а ширина зоны осушки у восточного берега достигает 10 км [Бабков, 1998]. Малые глубины и сильные приливные течения обуславливают постоянные изменения рельефа дна, в результате на акватории залива имеется множество банок и отмелей. В целом залив характеризуется воронкообразным сужением по направлению от створа мыс Воронов – мыс Конюшин к устью р. Мезени [Бабков, 1998].

Как можно заметить, все перечисленные бухты и заливы, где наблюдаются рекордные приливы, характеризуются воронкообразной формой береговой линии и уменьшением глубин к вершине заливов. Ясно, что одним из факторов усиления амплитуды прилива в вершинах этих заливов играет эффект сближения берегов по ходу распространения приливной волны в залив (гидродинамический эффект конфузора). С другой стороны, глубины во всех случаях уменьшаются к вершинам заливов, а это означает, что при продвижении приливной волны вглубь залива все сильнее начинают действовать силы трения и, как следствие, увеличиваться диссипация энергии приливной волны. Таким образом, на эволюцию приливной волны в воронкообразном заливе действуют два противоположных эффекта – эффект конфузора и эффект турбулентного трения.

Детально эффект турбулентного трения на распространение длинных гравитационных волн был исследован в работе [Kakutani, Matsuuchi, 1975]. Было показано, что влияние трения существенно зависит от соотношения между турбулентным аналогом числа Рейнольдса $Re_T = HU / A$ и безразмерного волнового числа $\alpha = Hk$, где H – толщина невозмущенного слоя жидкости, U – скорость гравитационных волн, A – коэффициент вертикального турбулентного

обмена. При $O(\alpha^{-5}) < Re_T$ трение несущественно, распространение волны описывается уравнением Кортевега – де Вриза (КдВ). При $O(\alpha^{-1}) < Re_T \leq O(\alpha^{-5})$ вязкость модифицирует уравнение КдВ в КдВ-Бюргерса. При $O(\alpha^{-5}) \approx Re_T$ возникает интересный случай, когда геометрическая и вязкая дисперсия балансируются. Этот случай подробно изучался в [Djordjevic, 1980]. Наконец, при $Re_T < O(\alpha^{-1})$ комплексная фазовая скорость становится чисто мнимой – свободные волновые движения отсутствуют, динамика свободной поверхности описывается нелинейным диффузионным уравнением параболического типа [Djordjevic, 1983]. Аналог такого уравнения был впервые получен в работе [Nakaya, 1974] в связи с изучением растекания капли жидкости на горизонтальной плоскости.

Условие $Re_T < O(\alpha^{-1})$ дает ограничение на глубину жидкости в виде $H < O(\sqrt{AT})$, где T – период волны или характерное время изменчивости поля течения. С другой стороны известно, что при распространении волновых возмущений с периодом T в вязкой жидкости у свободной поверхности формируется пограничный слой Стокса толщиной $h_{St} = \sqrt{AT}$. Слой Стокса – это глубина, на которую диффундирует завихренность от свободной поверхности за период волны [Лайтхилл, 1981]. К примеру, для открытого потока и полусуточной приливной волны M_2 глубина h_{St} составляет около 12 – 15 м при характерном значении $A = 10^2 \text{ см}^2/\text{с}$, для потока с ледяным покровом h_{St} будет в 2 раза больше. Таким образом, прибрежные зоны морей и многие водохранилища лежат в пределах слоя Стокса. При глубинах меньше толщины слоя Стокса $H < h_{St}$, для течений с характерной временной изменчивостью T в уравнениях движения с точностью до $O(Fr^2)$ ($Fr = U / \sqrt{gH}$) балансируются члены с турбулентным трением и градиентом давления [Зырянов, 1995], т.е. режим течения становится градиентно-вязкий. В этом случае члены с турбулентным трением имеют порядок $Fr^2 Re_T^{-1} / \alpha \approx O(1)$.

Обычно в океанографической литературе максимальные амплитуды приливов внутри подобных заливов объясняют явлением резонанса приходящей волны с собственными колебаниями залива – сейшами. Но это не соответствует действительности, так, например, для залива Фанди период первой одноузловой сейши составляет около 4 ч и естественно никакого резонанса с полусуточным приливом быть не может.

Основная цель данной главы состоит в исследовании роли противоположно действующих эффектов в эволюции приливных волн в воронкообразных заливах – эффекта конфузора и эффекта турбулентного трения.

4.1. Постановка задачи

Рассмотрим морской залив, в который входит приливная волна. Вода предполагается однородной по плотности. Скорости течения в заливе будем считать небольшими, поэтому нелинейностью в уравнениях движения можно пренебречь. Кроме того, будем предполагать, что глубины в бухте составляют не более нескольких десятков метров, в результате чего ускорением Кориолиса можно также пренебречь. В результате исходная система уравнений принимает вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (30)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + A \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (31)$$

$$g\rho_0 = \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (32)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (33)$$

где u, v – горизонтальные составляющие скорости течения соответственно по осям X и Y , w – вертикальная составляющая скорости течения, P – давление в

жидкости, g – ускорение свободного падения, ρ_0 – плотность воды (принимается постоянной), A – коэффициент вертикального турбулентного обмена (константа). Ось Z направлена вертикально вниз. Начало координат расположено на невозмущенной поверхности водоема.

Граничные условия:

на поверхности моря $z = \zeta(x, y, t)$ ставятся условие отсутствия ветра и кинематическое условие

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=\zeta} = \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=\zeta} = 0; \quad w|_{z=\zeta} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u|_{z=\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v|_{z=\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y};$$

на дне $z = H(x, y)$ ставятся условия прилипания

$$u|_{z=H} = v|_{z=H} = w|_{z=H} = 0, \quad (34)$$

на береговой границе водоема $L(x, y)$ – равенство нулю интегрального расхода (полного потока) по нормали \vec{n} к границе

$$(\vec{S}, \vec{n}) = 0, \quad \text{где } \vec{S} = \int_{\zeta}^H \vec{U} dz, \quad \vec{U} = (u, v). \quad (35)$$

Интегрируя уравнение гидростатики (32) от верхней границы жидкости $z = \zeta(x, y, t)$ до горизонта z , получим для давления в жидкости

$$P(x, y, z, t) = P|_{z=\zeta} + g\rho_0(z - \zeta). \quad (36)$$

Подставляя (36) в (30) и (31), получим

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}. \quad (38)$$

Будем искать волновые решения системы (37), (38) в виде

$$u = \bar{u} e^{i\omega t}, \quad v = \bar{v} e^{i\omega t}, \quad (39)$$

где \bar{u} и \bar{v} – амплитуды волновых колебаний скорости, ω – частота волны.

Далее ограничимся выкладками только для первого уравнения (37), для уравнения (38) все выкладки проводятся аналогично. Подставляя (39) в (37) и полагая $\zeta = \bar{\zeta} e^{i\omega t}$, получим

$$i\omega \bar{u} = g\bar{\zeta}_x + A\bar{u}_{zz} \quad (40)$$

Интегрируя линейное уравнение (40) по z с учетом условий (34) относительно \bar{u} , найдем общее решение

$$\bar{u} = \frac{g\bar{\zeta}_x}{i\omega} \left(1 - \frac{\text{ch}\lambda z}{\text{ch}\lambda H} \right), \quad (41)$$

где $\lambda = \sqrt{\frac{i\omega}{A}}$. Интегрируя (41) от 0 до H , получим комплексное выражение для амплитуды полного потока по x

$$\bar{S}_{(x)} = \int_0^H \bar{u} dz = \frac{g\bar{\zeta}_x}{i\omega} \left[H - \frac{1}{\lambda} \text{th}(\lambda H) \right], \quad (42)$$

где th – гиперболический тангенс.

Нижняя граница интегрирования в (42) снесена с поверхности $z = \zeta$ на $z = 0$ в силу предполагаемой малости вертикальных смещений поверхности воды ζ по отношению к общей глубине водоема H .

Проинтегрировав уравнение неразрывности (33) по z от $z = \zeta$ до $z = H$ с учетом граничных условий (34), получим уравнение неразрывности в полных потоках

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial S_{(x)}}{\partial x} + \frac{\partial S_{(y)}}{\partial y} \quad (43)$$

или для амплитуд

$$i\omega \bar{\zeta} = \frac{\partial \bar{S}_{(x)}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{S}_{(y)}}{\partial y}. \quad (44)$$

Подставляя в (44) выражение (42) и аналогичное выражение для $\bar{S}_{(y)}$, получим основное уравнение для амплитуды колебаний уровня воды в водоеме

$$\frac{\partial}{\partial x} [(g\bar{\zeta}_x)\tilde{H}] + \frac{\partial}{\partial y} [(g\bar{\zeta}_y)\tilde{H}] + \omega^2 \bar{\zeta} = 0, \quad (45)$$

где

$$\tilde{H} = H - \frac{1}{\lambda} \operatorname{th}(\lambda H). \quad (46)$$

Параметр λ в (46) – комплексное число

$$\lambda = \sqrt{\frac{i\omega}{A}} = \sqrt{\frac{\omega}{2A}}(1+i) = \alpha(1+i), \quad \text{где } \alpha = \sqrt{\frac{\omega}{2A}}. \quad (47)$$

Для определения связи частоты, волнового числа и декремента затухания отделим действительную и мнимую части в выражении для \tilde{H} в (46). Будем иметь с учетом (47)

$$\operatorname{th}(\lambda H) = \frac{\operatorname{th}(\alpha H) + i \operatorname{tg}(\alpha H)}{1 + i \operatorname{tg}(\alpha H) \operatorname{th}(\alpha H)}, \quad (48)$$

где tg – тригонометрический тангенс.

На рисунке 47 приведены графики действительной и мнимой частей функции редуцированной глубины \tilde{H} в зависимости от реальной H . Из графиков видно, что действительная часть $\operatorname{Real}(\tilde{H})$ при $H > 15$ м зависит от H практически линейно, а мнимая часть $\operatorname{Im}(\tilde{H})$ при $H > 15$ м выходит на постоянную асимптоту. Глубина $H \sim 15$ м равна толщине слоя Стокса для полусуточной приливной волны [Зырянов, 1995] и она фактически разделяет два режима эволюции приливной волны: при $H \gg 15$ м режим движения волны слабовязкий, а при $H < 15$ м турбулентное трение становится существенным.

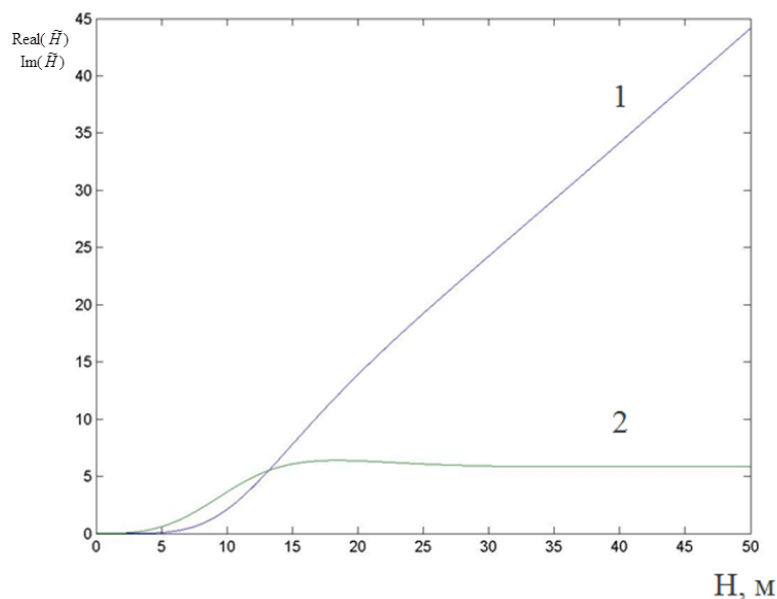


Рисунок 47 – Графики действительной $\text{Real}(\tilde{H})$ (1) и мнимой $\text{Im}(\tilde{H})$ (2) частей редуцированной глубины \tilde{H} в зависимости от H

Чтобы понять, как проявляется действие редуцированной глубины в эволюции волны, рассмотрим одномерный аналог уравнения (45) для случая постоянной глубины бухты

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(\text{Real}(\tilde{H}) + i \text{Im}(\tilde{H})) \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \right] + \frac{\omega^2}{g} \bar{\zeta} = 0. \quad (49)$$

Будем искать волновое решение уравнения (49) $\bar{\zeta} \sim e^{ikx}$. Подставляя в (49), получим дисперсионное соотношение

$$k^2 = \frac{\omega^2}{g(\text{Real}(\tilde{H}) + i \text{Im}(\tilde{H}))}. \quad (50)$$

При глубине бухты $H \gg 15 \text{ м}$ имеем соотношение

$$\frac{\text{Im}(\tilde{H})}{\text{Real}(\tilde{H})} \ll 1,$$

и тогда можно написать из (50)

$$k = \frac{\omega}{\sqrt{g \text{Real}(\tilde{H})}} \left(1 - i \frac{\text{Im}(\tilde{H})}{2 \text{Real}(\tilde{H})} \right). \quad (51)$$

При больших значениях глубин H будем иметь $\text{th}(\lambda\tilde{H}) \sim 1$, в результате для редуцированной глубины будем иметь

$$\tilde{H} \approx H - \frac{1}{\lambda} = H - \sqrt{\frac{A}{2\omega}} + i\sqrt{\frac{A}{2\omega}}. \quad (52)$$

Таким образом, для больших значений глубин H турбулентное трение также оказывает свое влияние на эволюцию волны тем, что уменьшает реальную глубину на толщину слоя Стокса $h_{St} \sim \sqrt{\frac{A}{2\omega}}$. Из (52) видно, что асимптота, на которую выходит $\text{Im}(\tilde{H})$ при больших H есть толщина слоя Стокса h_{St} .

Таким образом, с учетом турбулентного трения получаем аналог формулы Лагранжа – Эри $c = \sqrt{gh}$ для фазовой скорости длинных волн, только вместо реальной глубины H под корнем стоит редуцированная глубина \tilde{H} . Редуцированная глубина \tilde{H} меньше реальной H на толщину слоя Стокса, поэтому фазовая скорость приливных волн на мелководье и будет меньше, нежели на глубокой воде. Уменьшение фазовой скорости приливных волн при выходе на мелководье было замечено очень давно и для более правильной ее

оценки использовалась формула Руссела $c = \sqrt{g(H - A/2)}$, где A – амплитуда

прилива. Формула Руссела является модификацией формулы Лагранжа – Эри и заключается в искусственном уменьшении реальной глубины. На самом деле, как показано выше, это уменьшение реальной глубины в формуле Лагранжа – Эри обусловлено слоем Стокса, который никак не связан с амплитудой волны.

4.2. Сейши и прогрессивные волны в эстуариях

Эстуарии имеют воронкообразную форму, поэтому имеет прямой смысл аппроксимировать их в виде сектора круга. Введем полярные координаты (r, φ) (рисунок 48), тогда уравнение (45) в полярных координатах будет иметь вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \tilde{H}(r, \varphi) \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left[\tilde{H}(r, \varphi) \frac{\partial \bar{\zeta}}{r \partial \varphi} \right] + \frac{\omega^2}{g} \bar{\zeta} = 0. \quad (53)$$

Считая, что уровень $\bar{\zeta}$ мало зависит от угловой координаты φ , осредним уравнение (53) по φ . В результате получим

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \langle \tilde{H}(r, \varphi) \rangle \frac{\partial \langle \bar{\zeta} \rangle}{\partial r} \right) + \frac{\omega^2}{g} \langle \bar{\zeta} \rangle = 0, \quad (54)$$

где угловые скобки означают осреднение по углу φ .

Чтобы не загромождать формулы, будем далее опускать угловые скобки в (54), а также черту над $\bar{\zeta}$. Основное уравнение примет вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \tilde{H}(r) \frac{d\zeta}{dr} \right) + \frac{\omega^2}{g} \zeta = 0 \quad (55)$$

Граничные условия:

в вершине эстуария ($r = 0$) задаем равенство нулю полного потока, а на внешней мористой границе эстуария ($r = R$) – амплитуду приходящей приливной волны, т.е.:

$$\left. \frac{d\zeta}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad \zeta|_{r=R} = \zeta_0 \quad (56)$$

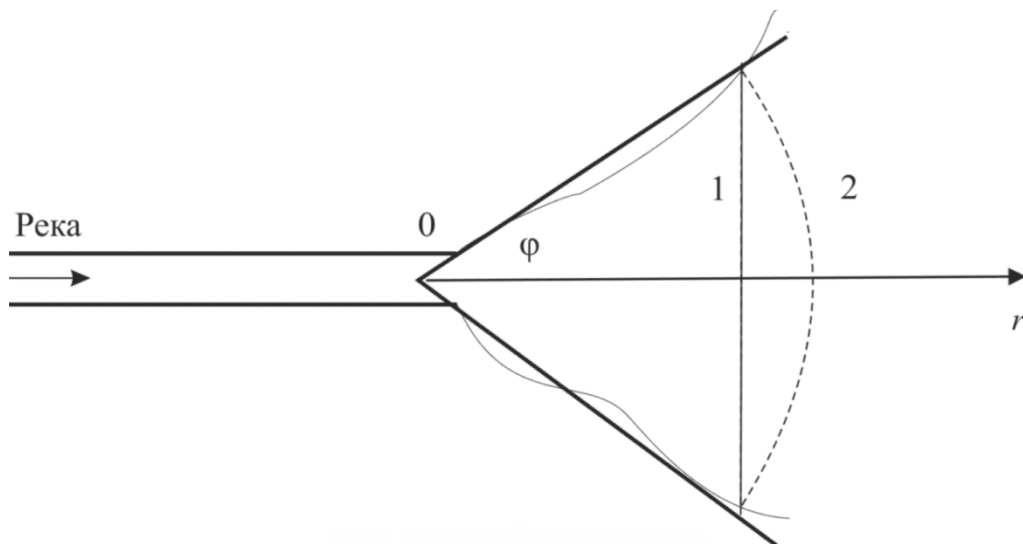


Рисунок 48 – К постановке задачи – воронкообразный эстуарий. 1 – фронт приливной волны, 2 – аппроксимация фронта волны в полярной системе координат

Рассмотрим сначала эстуарий постоянной глубины, тогда $\tilde{H}(r) = \tilde{H}_0$. Фундаментальными решениями уравнения (55) в этом случае будут функция Бесселя нулевого порядка $J_0(kr)$ и функция Неймана нулевого порядка $N_0(kr)$, где $k = \sqrt{\frac{\omega^2}{g\tilde{H}_0}}$. Если эстуарий аппроксимируется угловым сектором, то функция $N_0(kr)$ отпадает, т.к. при $r=0$ она имеет логарифмическую особенность. Остается функция $J_0(kr)$. Эта функция в нуле конечна и имеет нулевую производную, т.е. удовлетворяет граничному условию (56). Будем иметь решение

$$\zeta = C J_0(kr). \quad (57)$$

Так как нас интересует относительное изменение амплитуды приливной волны при ее вхождении в бухту, т.е. отношение амплитуд на входе и в вершине бухты, то константу C в (57) можно положить равной 1. Это означает, что амплитуда колебания уровня ζ обезразмеривается на амплитуду прилива ζ_0 в вершине эстуария.

При аппроксимации эстуария усеченным сектором с границами $r=r_0$ и $r=R$ решение уравнения (55) будет

$$\zeta = C_1 J_0(kr) + C_2 N_0(kr), \quad (58)$$

которое с учетом граничного условия

$$\left. \frac{d\zeta}{dr} \right|_{r=r_0} = 0 \quad (59)$$

примет вид

$$\zeta = C_1 \left[J_0(kr) - \frac{J_1(kr_0)}{N_1(kr_0)} N_0(kr) \right], \quad (60)$$

где J_1 – функция Бесселя первого порядка, N_1 – функция Неймана первого порядка.

Аналогично (57) константу C_1 в (60) можно положить равной 1. Расчеты по формуле (60) при разных значениях начального радиуса сектора $r_0 = 1, 5, 10, 15$ км показали, что решение (60) ведет себя практически одинаково с (57).

Волны в бухтах могут быть стоячие (сейши) и прогрессивные, когда гребень волны движется с фазовой скоростью. Сейшевые колебания являются собственными колебаниями бухты и если период проходящей приливной волны будет совпадать с периодом сейш, то возникнет резонанс и амплитуда колебания уровня поверхности моря будет существенно возрастать. Найдем периоды сейшевых колебаний для бухты с постоянной глубиной. Будем считать, что глубина в бухте существенно больше толщины слоя Стокса и тогда в функции \tilde{H}_0 в уравнении (55) мнимой частью можно пренебречь.

Для сейш помимо граничного (56) при $r = 0$ должно выполняться аналогичное условие отсутствия полного интегрального расхода на внешней границе бухты при $r = R$

$$\left. \frac{d\zeta}{dr} \right|_{r=R} = 0. \quad (61)$$

Из (57) и (61) следует условие

$$J_1(kR) = 0, \quad (62)$$

из которого видно, что периоды сейш определяются нулями γ_i функции Бесселя $J_1(kR)$

$$kR = \gamma_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (63)$$

Учитывая выражение для k , получим из (63) формулу для периодов сейш в клиновидной бухте длины R

$$T_i = \frac{2\pi R}{\gamma_i \sqrt{g\tilde{H}_0}}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (64)$$

Первые нули функции $J_1(x)$ равны

$$\gamma_1 = 3.83, \gamma_2 = 7.01, \gamma_3 = 10.17, \gamma_4 = 13.32, \gamma_5 = 16.47.$$

Если сравнивать (64) с формулой Мериана для периодов продольных сейш в прямоугольном бассейне длины R

$$T_n = \frac{2R}{n\sqrt{gH_0}}, \quad n = 1, 2, 3, \quad (65)$$

то видно, что период первой моды сейшевых колебаний в воронкообразном заливе для глубокой воды будет меньше в 0.82 раза периода сейши, вычисленной по формуле Мериана (65), второй – в 0.89 раза, третьей – в 0.93 раза. Но при глубинах порядка 20 м начинают существенно влиять силы трения и действительная часть \tilde{H}_0 в (64) будет составлять всего ~ 13 м. В результате период первой моды в клиновидной бухте будет практически такой же, как в прямоугольной области, рассчитанной по формуле Мериана (65). Период второй моды будет уже больше на $\sim 10\%$ периода второй моды по формуле (65).

Заметим, что для стоячих волн, каковыми являются сейши, должно выполняться условие сохранения объема воды в бухте

$$\int_0^R \zeta(r) r dr = 0. \quad (66)$$

Учитывая свойство бесселевых функций

$$\int r J_0(kr) dr = \frac{1}{k} r J_1(kr),$$

и соотношение (62), получим условие сохранения объема воды в бухте (66).

На рисунке 49 приведены первые четыре моды сейшевых колебаний в эстуарии с глубиной 30 м. Из рисунка видно, что при глубинах больших слоя Стокса на форму сейшевых волн основное влияние оказывает эффект конфузурности эстуария. Однако если глубина в эстуарии непостоянна и уменьшается в вершине эстуария, то асимметричность сейш может оказаться обратной – на входе в эстуарий амплитуда сейш может быть больше, нежели в его вершине из-за действия трения.



Рисунок 49 – Первые четыре моды сейшевых колебаний в эстуарии постоянной глубины при $H = 30$ м

На рисунке 50 даны результаты расчета прогрессивных волн, входящих в эстуарий при глубинах, сравнимых с толщиной слоя Стокса. Наблюдается интересный эффект – на входе в эстуарий амплитуда входящих волн сначала уменьшается из-за действия сил трения, но затем ближе к вершине эстуария начинает превалировать эффект конфузора и амплитуда волны вновь начинает расти. В результате амплитуда характеризуется участком декремента и участком инкремента (рисунок 51).

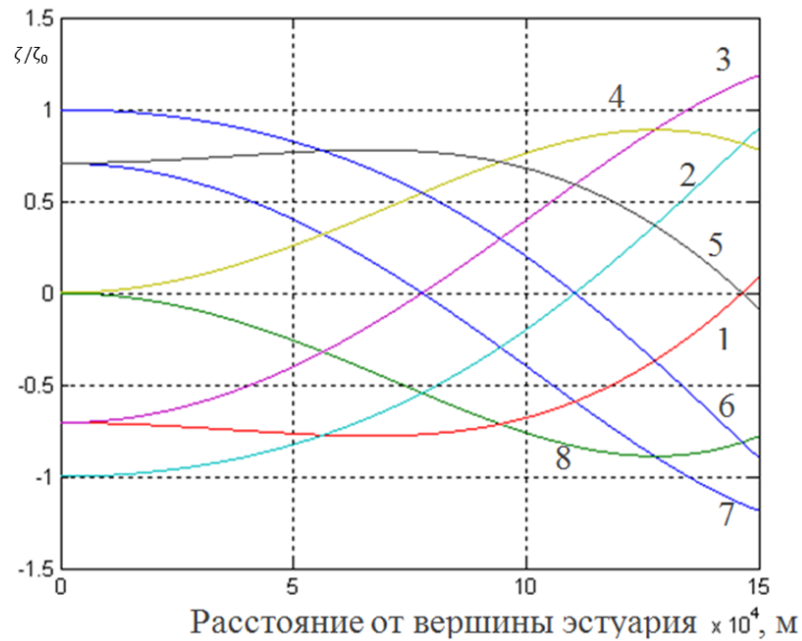


Рисунок 50 – Колебания уровня ζ/ζ_0 в эстуарии при $H = 10$ м. Положения уровня моря за период прилива через $1/8$ периода, начиная с $\pi/4$ (1)

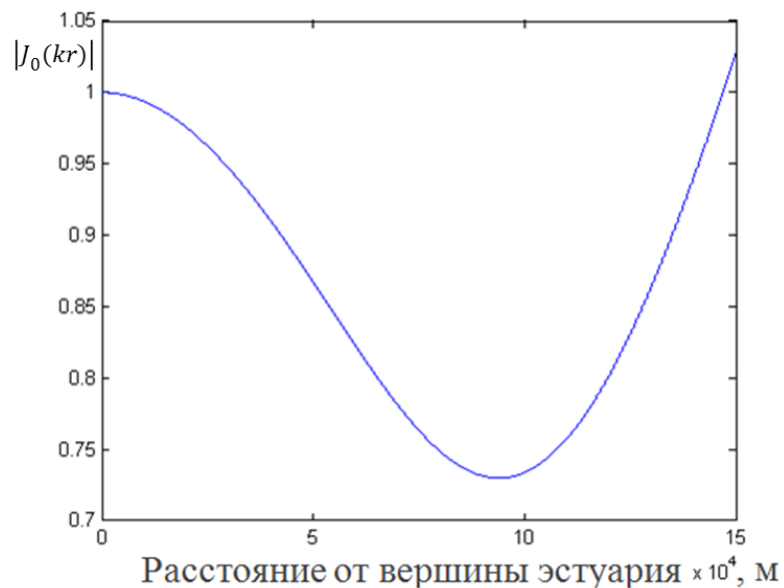


Рисунок 51 – Пространственное распределение декремента–инкремента приливных волн вдоль эстуария с глубиной $H = 10$ м (см. рис.50)

На рисунке 52 приведены результаты расчета приливных колебаний уровня для глубоководного эстуария с глубинами больше толщины слоя Стокса. Видно, что амплитуда колебаний уровня увеличивается к вершине эстуария

вследствие проявления эффекта конфузурности эстуария. Однако, если глубины в эстуарии меньше толщины слоя Стокса, то эффект турбулентного трения из-за мелководности становится главенствующим и амплитуда волн к вершине эстуария существенно уменьшается (рисунок 53).

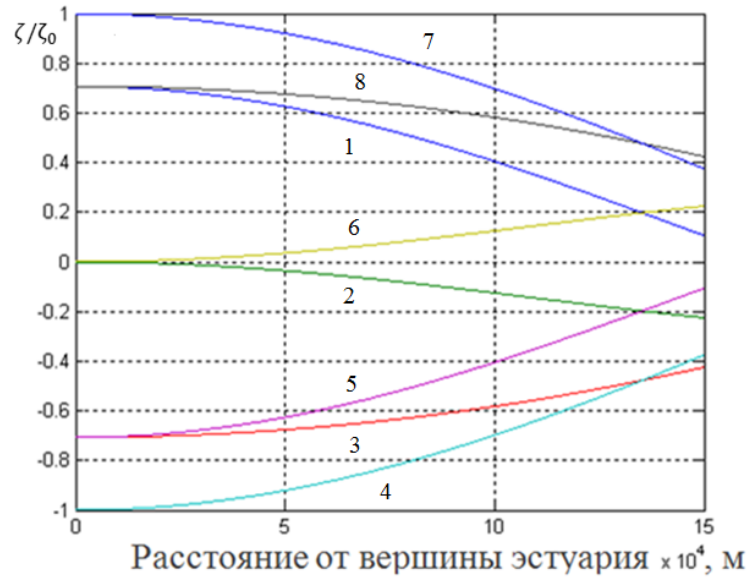


Рисунок 52 – Приливные колебания уровня моря ζ/ζ_0 в глубоководной эстуарии при $H = 20$ м. Положения уровня моря за период прилива через $1/8$ периода, начиная с $\pi/4$ (1)

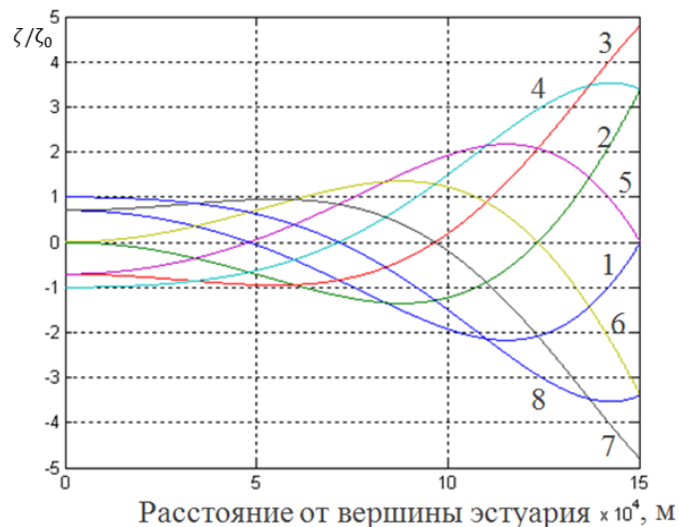


Рисунок 53 – Приливные колебания уровня моря ζ/ζ_0 в мелководной эстуарии при $H = 7$ м. Положения уровня моря за период прилива через $1/8$ периода, начиная с $\pi/4$ (1)

При совпадении периода проходящей волны с периодом сейш должно происходить резонансное усиление волн. На рисунке 54 приведены результаты расчета эволюции прогрессивной волны в эстуарии с периодом первой моды сейшевых колебаний на рисунке 49. Из рисунка видно, что колебания имеют вид квазистоячих волн, т.е. почти сейшевых волн. Амплитуда колебаний в вершине эстуария увеличивается в 2.5 раза по отношению к амплитуде входящей волны.

Возвращаясь к феномену залива Фанди, отметим, что средняя глубина залива составляет ~ 32 м и длина ~ 130 км. Следовательно, в соответствии с формулой (64) период первой моды сейшевых колебаний будет составлять ~ 3.8 ч, т.е. резонанс с полусуточным приливом отсутствует и в усилении амплитуды прилива в вершине залива главную роль должен играть эффект конфузора, а не резонансное усиление, как это часто утверждается в океанографической литературе. На это еще накладывается эффект нелинейности, который в данной постановке задачи не учитывается.

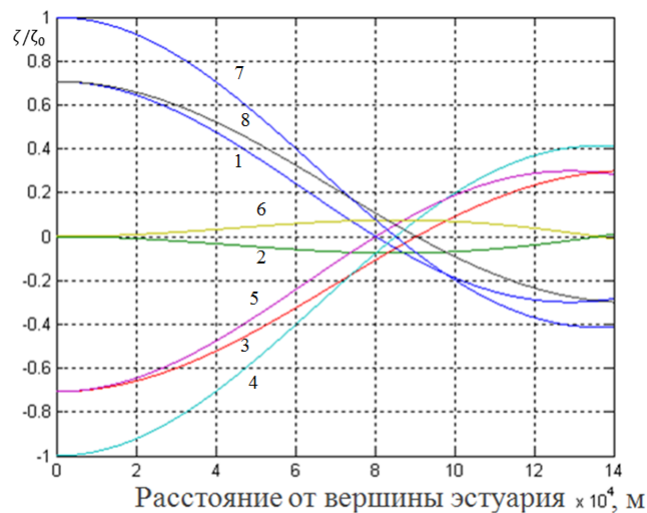


Рисунок 54 – Резонанс с первой модой сейшевых колебаний при $H = 30$ м. Положения уровня моря за период прилива через $1/8$ периода, начиная с $\pi/4$ (1)

В реальности глубина в бухтах не бывает постоянной и увеличивается в сторону моря. В общем случае функции $\tilde{H}(r)$ уравнение (55) можно решить только численно, но есть частный случай, когда решение уравнения (55) можно

найти также аналитически при переменной функции $\tilde{H}(r)$. Если зависимость $\text{Real}(\tilde{H}(r))$ от r можно аппроксимировать степенной функцией

$$\text{Real}(\tilde{H}(r)) = H(r) = H_0 \tilde{r}^{-2\alpha}, \quad (67)$$

где $\tilde{r} = r/L$ – безразмерная радиальная координата, то тогда уравнение (55) сводится к уравнению Ломмеля:

$$\frac{d^2 \zeta}{dr^2} + \frac{1-2\alpha}{r} \frac{d\zeta}{dr} + \left[(\beta \gamma r^{\gamma-1})^2 + \frac{\alpha^2 - v\gamma^2}{r^2} \right] \zeta = 0. \quad (68)$$

где

$$\gamma = 1 + \alpha, \quad v = \alpha / \gamma, \quad \beta = \frac{1}{\gamma} \frac{\omega}{\sqrt{gH_0}}.$$

Решениями уравнения (68) будут функции

$$\zeta = C_1 r^\alpha J_\nu(\beta r^\gamma) + C_2 r^\alpha N_\nu(\beta r^\gamma), \quad (69)$$

где C_1 и C_2 – константы интегрирования. Соотношения констант C_1 и C_2 находятся из граничного условия (59).

Решение (69) позволяет найти аналитические формулы свободной поверхности при разных формах рельефа дна – выпуклой или вогнутой, т.е. отрицательной или положительной кривизны.

Рассмотрим эстуарий с вершиной в $r = r_0$, причем $r_0 > 0$, т.е. эстуарий имеет форму усеченного углового сектора. Это необходимо, чтобы избежать особенностей выражения (69) при $r = 0$.

Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \zeta|_{r=L} &= \zeta_0, \\ \frac{d\zeta}{dr}\Big|_{r=r_0} &= 0 \end{aligned} \quad (70)$$

Подставляя (70) в (69) и учитывая свойство цилиндрических функций Z при дифференцировании

$$\frac{dZ_\nu}{dr} = \frac{Z_{\nu-1} - Z_{\nu+1}}{2}, \quad (71)$$

получим

$$\zeta(r) = Cr^\alpha [A(r_0)J_\nu(\beta r^\gamma) + N_\nu(\beta r^\gamma)], \quad (72)$$

где

$$A(r_0) = -\frac{2\alpha N_\nu(\beta r_0^\nu) + \beta \gamma r_0^{\alpha+1} [N_{\nu-1}(\beta r_0^\nu) - N_{\nu+1}(\beta r_0^\nu)]}{2\alpha J_\nu(\beta r_0^\nu) + \beta \gamma r_0^{\alpha+1} [J_\nu(\beta r_0^\nu) - J_{\nu+1}(\beta r_0^\nu)]} \quad (73)$$

$$C = \frac{\zeta_0}{L^\alpha [A(r_0) J_\nu(\beta L^\nu) + N_\nu(\beta L^\nu)]} \quad (74)$$

Для численных расчетов были заданы два варианта:

$$\text{а) } \alpha = -\frac{1}{3}; \quad \text{б) } \alpha = -\frac{3}{5}. \quad (75)$$

Для случая а) имеем $H_1 = H_0 r^{2/3}$, для случая б) $H_2 = H_0 r^{6/5}$.

Графики этих функций приведены на рисунке 55.

На рисунке приведены результаты численных расчетов по формулам (72) и (73) при $r = L = 150$ км, $H_0 = 120$ м, $r = r_0 = 5$ км.

Видно, что в случае б) усиление волн в вершине эстуария больше, нежели для случая а)

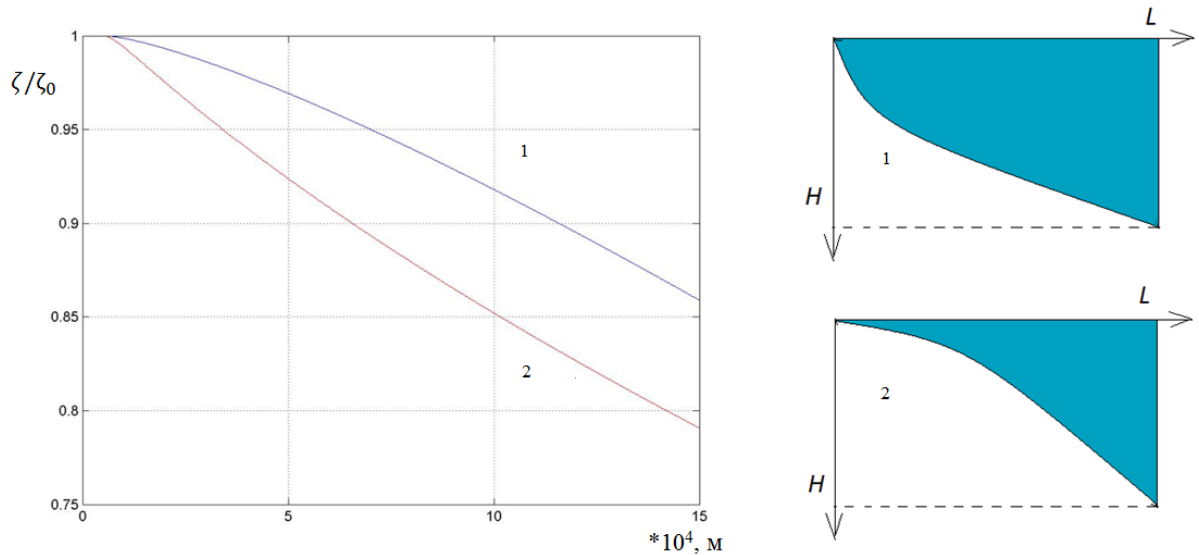


Рисунок 55 – Решения уравнения Ломмеля (68): 1 – при $\alpha = -1/3$; 2 – при $\alpha = -3/5$

Вид глубин в бухте, которые можно использовать в уравнении Ломмеля, сильно ограничен. При одинаковой длине бухты при использовании формулы

для глубин $H = H_0 r^a$ невозможно задать в вершине бухты одинаковую глубину для выпуклого и вогнутого рельефа дна. Для более правильной оценки поведения уровня для случаев выпуклого и вогнутого рельефа дна находилось численное решение полного уравнения (55) для рельефа дна в виде

$$H(r) = \frac{h_3}{(r_f - r_0)^2} (r - r_f)(r - r_0) - \frac{H_0 - H_1}{r_f - r_0} (r_f - r) + H_0. \quad (75a)$$

Формула (75a) задает распределение глубин вдоль бухты в виде линейной функции с глубинами H_1 в начале бухты r_0 и H_0 – на выходе из бухты r_f , к которой либо прибавляется парабола ($h_3 > 0$) и получается вогнутый рельеф дна, либо вычитается ($h_3 < 0$) и имеем выпуклый рельеф дна. Результаты численного решения приведены на рисунке 56.

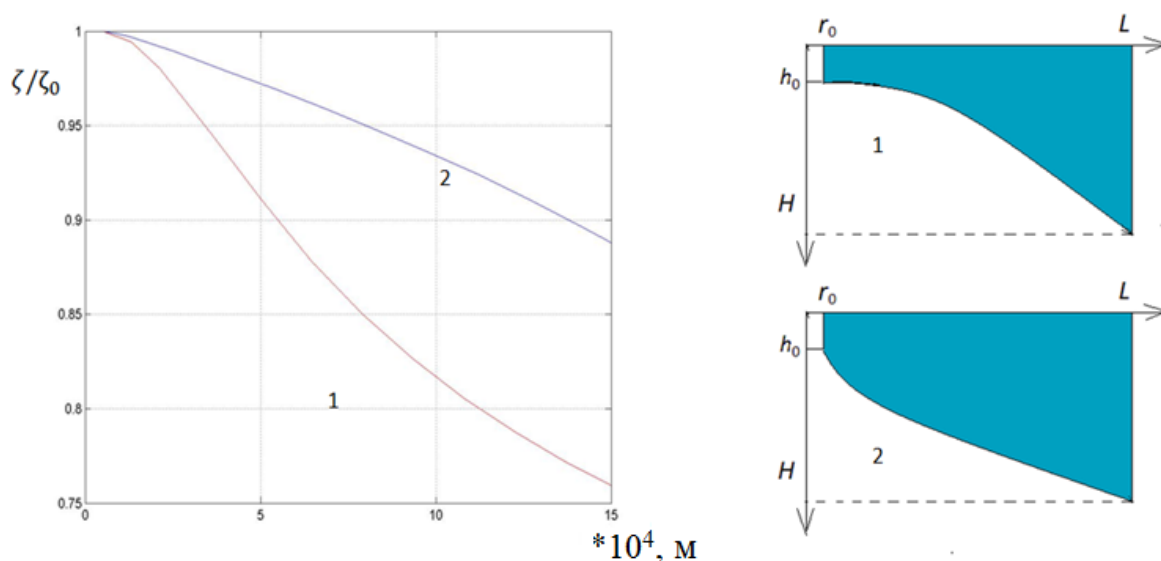


Рисунок 56 – Численное решение уравнения (55) для амплитуды волны с параболическим профилем глубин при $H_0 = 150$ м; $H_1 = 10$ м; $r_0 = 5 \cdot 10^3$ м; $r_f = 150 \cdot 10^3$ м: 1 – выгнутый вверх профиль дна ($h_3 = -130$); 2 – выгнутый вниз профиль дна ($h_3 = 130$)

4.3. Странные бухты

Как следует из предыдущих результатов раздела 4.2, приливные волны либо затухают к вершине эстуария, либо наоборот начинают увеличиваться по

амплитуде. Обнаружился промежуточный случай – странные бухты, когда амплитуда приливной волны при вхождении в эстуарий сначала уменьшается, а затем вновь начинает возрастать к вершине эстуария.

В соответствии с невязкой теорией [Безруков, 2006] амплитуда волны при уменьшении глубины с h_0 до h_1 увеличивается в соответствии с законом Грина как $(h_0/h_1)^{1/4}$. Эффект сужения берегов с L_0 до L_1 приводит к увеличению амплитуды как $(L_0/L_1)^{1/2}$. Таким образом, без учета турбулентного трения амплитуда приливной волны при входе в эстуарий будет всегда возрастать. Но, как отмечалось ранее, турбулентное трение играет противоположную роль и уменьшает амплитуду прилива вследствие диссипации энергии приливной волны.

Рассмотрим данную проблему с учетом турбулентного трения. В качестве основы используем подход, изложенный в [Безруков, 2006]. Пусть при входе в бухту глубина равна H_0 , фазовая скорость волны c_0 и ее длина λ_0 , а на глубине H , фазовая скорость волны и ее длина равна c и λ , соответственно.

Принимая, что период волны мало меняется при ее распространении в эстуарии, получим

$$\lambda_0/\sqrt{gH_0} = \lambda/\sqrt{gH} . \quad (76)$$

Далее, удельная энергия волны высоты h_0 равна $E_0 = \frac{1}{8}\rho gh_0^2$, тогда полная энергия волны с длиной гребня L_0 будет

$$E_0 = \frac{1}{8}\rho gh_0^2 L_0 \lambda_0 . \quad (77)$$

При ширине бухты L_1 (длина гребня волны) будем иметь

$$E = \frac{1}{8}\rho gh^2 L_1 \lambda . \quad (78)$$

В невязком случае энергия волны сохраняется. Приравнявая (77) и (78) и учитывая (76), получим [Безруков, 2006]:

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{H_0}{H} \right)^{1/4} \left(\frac{L_0}{L_1} \right)^{1/2}. \quad (79)$$

Из (79) видно, что без учета турбулентного трения при сужении берегов высота волны увеличивается как $(L_0/L_1)^{1/2}$, а с уменьшением глубины как $(H_0/H)^{1/4}$. Таким, образом, без учета трения сужение берегов (эффект конфузора) действует на увеличение амплитуды более существенно, нежели уменьшение глубины.

Исследуем влияние эффекта турбулентного трения на изменение амплитуды волны при вхождении в эстуарий. Пусть приливная волна входит в эстуарий с углом конфузора α , тогда длину гребня волны можно выразить через расстояние от вершины эстуария

$$L_0 = R_0\alpha, \quad L_1 = R_1\alpha. \quad (80)$$

Из (50) видно, что амплитуда волны затухает как $e^{-k_i x}$, где $k_i = \text{Im}(k)$. Следовательно, энергия, пропорциональная квадрату амплитуды, будет затухать как $e^{-2k_i x}$. При прохождении волны от R_0 до R_1 волна потеряет энергию $e^{-2[k_i(H_0)L_0 - k_i(H)L_1]}$. Исходя из этого, будем иметь соотношение для энергии волны

$$\frac{1}{8} \rho g h^2 R_1 \alpha \lambda = \frac{1}{8} \rho g h_0^2 R_0 \alpha \lambda_0 e^{-2[k_i(H_0)L_0 - k_i(H)L_1]}, \quad (81)$$

где

$$k_i(H) = \text{Im}(k) = \frac{\omega \text{Im}(\tilde{H})}{2 \text{Real}(\tilde{H}) \sqrt{g \text{Real}(\tilde{H})}}. \quad (82)$$

Величины \tilde{H} и H связаны соотношением (46). Из (81) получим

$$\frac{h^2}{h_0^2} = e^{-2[k_i(H_0)L_0 - k_i(H)L_1]} \frac{L_0 \lambda_0}{L_1 \lambda}. \quad (83)$$

Соотношение (76) для нахождения отношения λ_0/λ в (83) в данном случае неприменимо и нужно использовать выражение (50). Из него следует, что $\lambda_0 = 2\pi/k_r(H_0)$ и $\lambda = 2\pi/k_r(H)$, где $k_r = \text{Real}(k)$. Подставляя эти выражения в (83), получим аналог соотношения (79):

$$\frac{h^2}{h_0^2} = e^{-2[k_i(H_0)L_0 - k_i(H)L_1]} \frac{L_0 k_r(H)}{L_1 k_r(H_0)}, \quad (84)$$

Соотношение (84) дает зависимость высоты волны h от глубины H и расстояния L_1 от входа в бухту (рис. 57).

Для случая постоянной глубины H в бухте из (84) следует, что

$$h(L_1) \sim \frac{1}{L_1^{1/2}} e^{k_i(H)L_1}. \quad (85)$$

Функция (85) возрастает при $L_1 \rightarrow 0$ и $L_1 \rightarrow +\infty$, имеет минимум в точке $L_1 = R_c$:

$$R_c = \frac{1}{2k_i(H)}. \quad (86)$$

Отсюда следует, что если точка $L_1 = R_c$ лежит за пределами эстуария, т.е. $R_c > L_0$, то преобладает эффект конфузора и высота волны увеличивается к вершине эстуария. Если точка $L_1 = R_c$ оказывается вблизи вершины эстуария, то на всем протяжении бухты превалирует эффект турбулентного трения и высота волны уменьшается к ее вершине. И, наконец, если точка $L_1 = R_c$ находится во внутренней области эстуария, то возникает случай «странной бухты» - высота волны до точки $L_1 = R_c$ уменьшается, а после прохождения точки $L_1 = R_c$ начинает вновь возрастать.

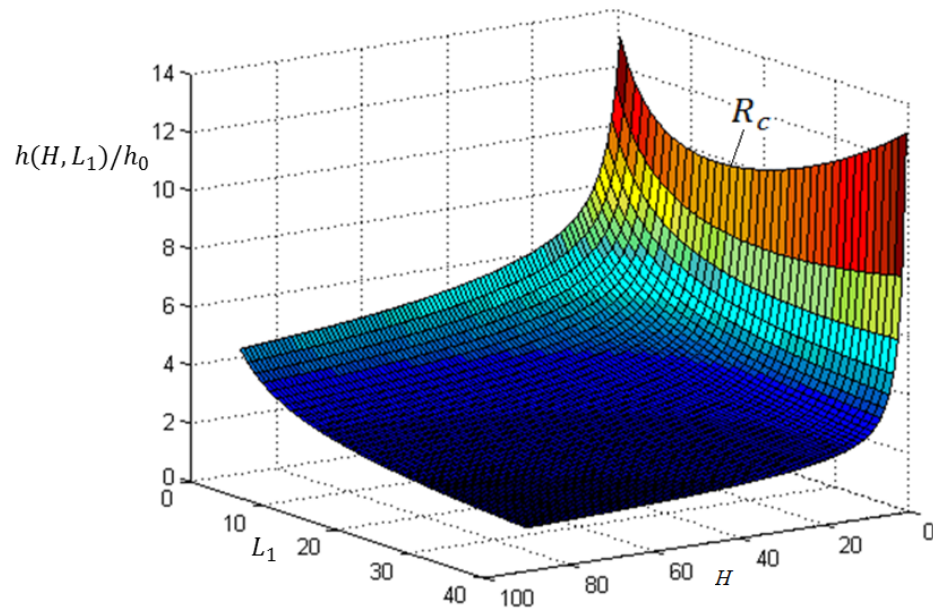


Рисунок 57 – Зависимость высоты волны $h(H, L_1)/h_0$ при вхождении в бухту с конфузуром

4.4. Эстуарии с двойным конфузуром

Аппроксимацию эстуария одним угловым сектором не всегда удается сделать аккуратно, так как береговая линия имеет крупномасштабные изломы. Часто угол схождения берегов меняется. В этом случае аппроксимация бухты в виде единичного конфузора не совсем адекватно отражает морфометрию залива. Полученное в разделе 4.2 аналитическое решение позволяет исследовать эволюцию приливной волны в эстуарии с несколькими конфузурными участками. Здесь мы ограничимся заливом с двумя конфузурными участками (рисунок 58).

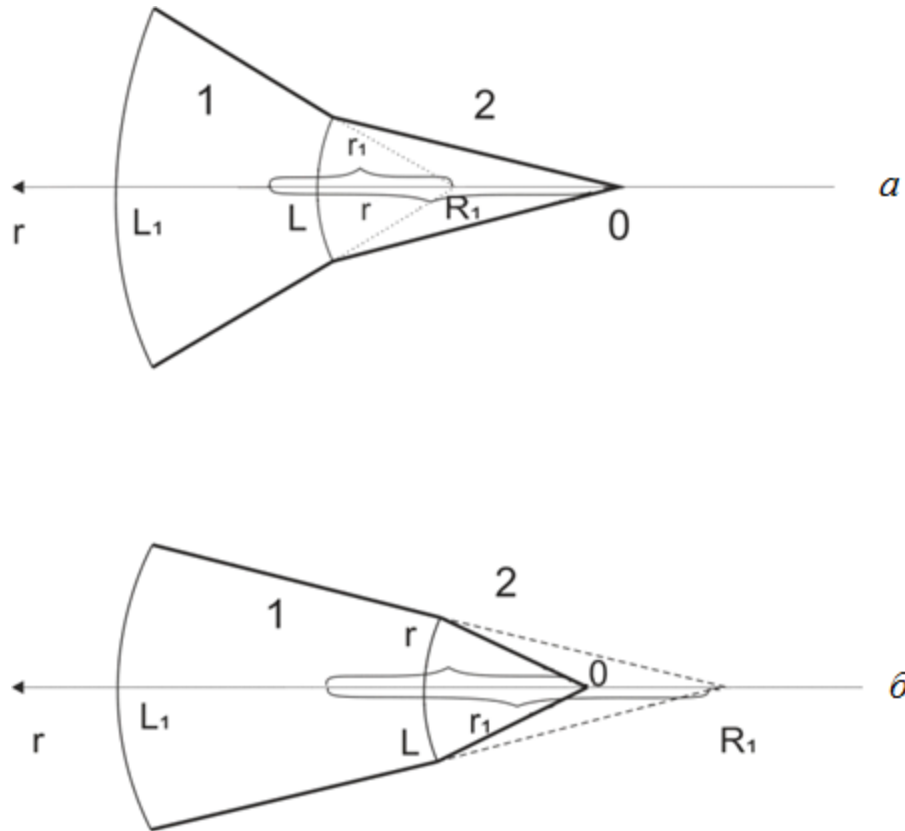


Рисунок 58 – Аппроксимация эстуария двойным конфузором: 1 – внешний конфузор; 2 – внутренний конфузор, где а – вогнутый внутрь; б – выпуклый наружу конфузоры

Решение для внешнего выражается в полярных координатах (r, φ) с полюсом в R_1 , а для внутреннего конфузора – в полярных координатах (r, φ) с полюсом в нуле. Считая различия в углах схождения конфузоров не слишком большими, можем написать приближенно связь между координатами этих двух систем:

$$r_1 = r \pm R_1. \quad (87)$$

Тогда, учитывая решение (58) и соотношение (87) будем иметь выражение для амплитуды волны:

для конфузора 1

$$\zeta_1(r) = C_1 J_0[k_1(r - R_1)] + C_2 N_0[k_1(r - R_1)], \quad (88)$$

для конфузора 2

$$\zeta_2(r) = C_3 J_0(k_2 r), \quad (89)$$

где

$$k_1 = \sqrt{\frac{\omega^2}{gh_1}}; \quad k_2 = \sqrt{\frac{\omega^2}{gh_2}},$$

h_1, h_2 - глубины в конфузорах 1, 2 соответственно.

На внешнюю границу бухты $r = L_1$ приходит волна с амплитудой ζ_0

$$\zeta_1|_{r=L_1} = \zeta_0, \quad (90)$$

на границе стыковки конфузоров $r = L$ должны выполняться условия сопряжения – равенство значений уровня воды и удельных интегральных расходов (полных потоков).

$$C_1 J_0[k_1(L - R_1)] + C_2 N_0[k_1(L - R_1)] = C_3 J_0(k_2 L), \quad (91)$$

$$c_1 h_1 k_1 J_1[k_1(L - R_1)] + c_2 h_1 k_1 N_1[k_1(L - R_1)] = C_3 h_2 k_2 J_1(k_2 L), \quad (92)$$

где J_1 и N_1 – функции Бесселя и Неймана первого порядка соответственно.

Границей $r = L$ между двумя конфузорами считаем дугу внутреннего конфузора.

Из (90) – (92) получаем систему уравнений для определения констант C_1, C_2, C_3 в (88) и (89):

$$\left. \begin{aligned} a_{11}C_1 + a_{12}C_2 &= \zeta_0 \\ a_{21}C_1 + a_{22}C_2 + a_{23}C_3 &= 0 \\ a_{31}C_1 + a_{32}C_2 + a_{33}C_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (93)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= J_0[k_1(L_1 - R_1)], a_{12} = N_0[k_1(L_1 - R_1)]; \\ a_{21} &= J_0[k_1(L - R_1)], a_{22} = N_0[k_1(L - R_1)], a_{23} = -J_0(k_2 L); \\ a_{31} &= J_1[k_1(L - R_1)], a_{32} = N_1[k_1(L - R_1)], a_{33} = -\frac{k_2 h_2}{k_1 h_1} J_1(k_2 L). \end{aligned} \quad (94)$$

Решая систему (93), находим

$$\begin{aligned} C_1 &= \zeta_0(a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23})/A, \\ C_2 &= -\zeta_0(a_{21}a_{33} - a_{31}a_{23})/A, \\ C_3 &= \zeta_0(a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22})/A, \end{aligned} \quad (95)$$

где

$$A = \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}. \quad (96)$$

Результаты расчетов по формулам (88) и (89) с учетом выражений (95) для $\zeta_0 = 1$ приведен на рисунке 59. Из рисунка видно, что в двухконфузорной бухте 2-ого типа (выпуклой наружу) высота приливной волны больше. Излом на графиках соответствует границе стыковки конфузоров, где происходит скачок глубин.

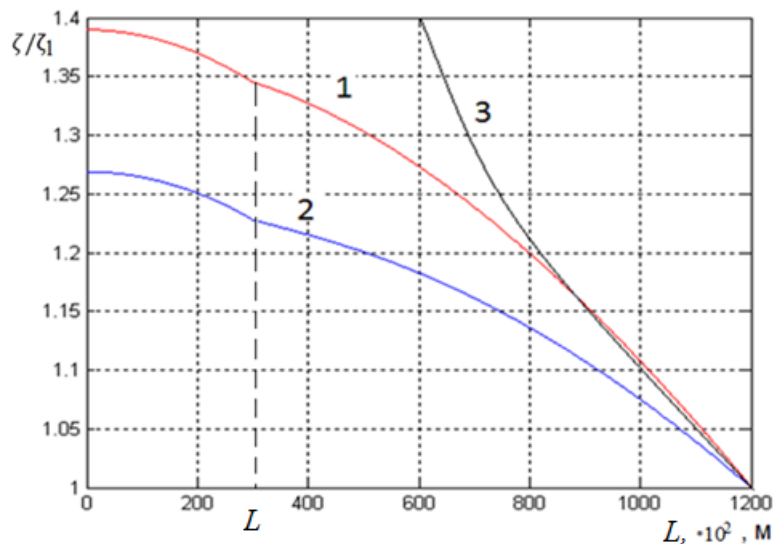


Рисунок 59 – Амплитуда колебаний уровня в двухконфузорной бухте при: $h_1 = 30$ м, $h_2 = 15$ м, $L_1 = 120$ км, $L = 30$ км, $R_1 = -20$ км (1) (выпуклый наружу), $R_1 = 20$ км (2) (вогнутый внутрь конфузор); невязкая жидкость (3)

Решения (88), (89) позволяют получить дисперсионное соотношение для сейшевых колебаний уровня в двухконфузорной бухте. Для этих целей необходимо граничное условие (90) на внешней границе бухты заменить на условие:

$$\left. \frac{d\zeta_1}{dr} \right|_{r=L_1} = 0. \quad (97)$$

Подставляя (88) в (97), получим

$$C_1 k_1 J_1[k_1(r - R_1)] + C_2 k_1 N_1[k_1(r - R_1)] = 0. \quad (98)$$

В результате первое уравнение в системе (93) заменится на следующее:

$$\bar{a}_{11}C_1 + \bar{a}_{12}C_2 = 0,$$

где

$$\bar{a}_{11} = k_1 J_1[k_1(r - R_1)], \quad \bar{a}_{12} = k_1 N_1[k_1(r - R_1)]. \quad (99)$$

Будем иметь однородную систему:

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_{11}C_1 + \bar{a}_{12}C_2 &= 0 \\ a_{21}C_1 + a_{22}C_2 + a_{23}C_3 &= 0 \\ a_{31}C_1 + a_{32}C_2 + a_{33}C_3 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (100)$$

Нетривиальные решения системы (100) имеют место только тогда, когда определитель системы равен нулю:

$$\det(B) = \det \begin{pmatrix} \bar{a}_{11} & \bar{a}_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = 0. \quad (101)$$

Уравнение (101) дает нам искомое дисперсионное соотношение для сейш в двухконфузорной бухте – периоды собственных колебаний в бухте в зависимости от ее длины и глубины в конфузорах 1 и 2. Корни уравнения (101) дают частоты сейш $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \dots$ $T_1 > T_2 > T_3 > \dots$. График зависимости $\det(B)$ от времени T приведен на рисунке 60. Точки пересечения графиков с осью $\det(B) = 0$ дают периоды сейш. Период первой моды сейш в вогнутой бухте (T_1) оказался меньше, нежели в выпуклой (T_2).

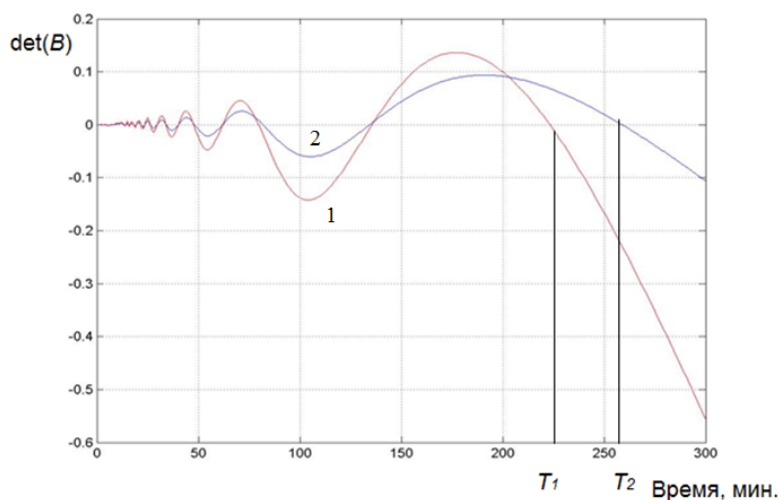


Рисунок 60 – Периоды сейшевых колебаний (нули графиков) в двухконфузорной бухте при $h_1 = 50$ м, $h_2 = 15$ м, $L_1 = 120$ км, $L = 40$ км, $R_1 = 20$ км (1), $R_1 = -20$ км (2) (выпуклый конфузор)

4.5. Лабораторные эксперименты

Как уже было отмечено ранее, в прибрежной материковой зоне амплитуды приливов обычно не превышают 2 м, а амплитуды выше 6 м наблюдаются только в различного рода сужениях: вершинах заливов, устьях рек, в проливах. Большинство заливов со значительными амплитудами приливов имеют воронкообразную форму и сужаются к вершине залива, загибаясь к вершине влево (по ходу вращения Земли) или вправо (против вращения Земли). Залив Фанди в вершине залива разветвляется на 2 бухты, в одной из которых – бухта Ноэль - наблюдаются рекордные приливы. Как видно из карты – схемы залива Фанди, представленной на рисунке 61, залив Ноэль относится к правым бухтам.

К правым бухтам также относятся Пенжинская губа, Мезенский и Бристольский заливы, представленные на рисунках ниже. Отметим, что залив Сен-Мало у берегов Франции относится к левым бухтам.

В проведенных выше исследованиях влиянием вращения Земли пренебрегалось. И в этих условиях разницы между бухтами с загибами влево или вправо нет никакой. Однако обзор бухт с большими приливами показывает, что все они имеют преимущественно правый загиб, т.е. против вращения Земли. Такую асимметрию между левыми и правыми бухтами можно отнести к влиянию вращения Земли. Для исследования этого эффекта были проведены лабораторные эксперименты.

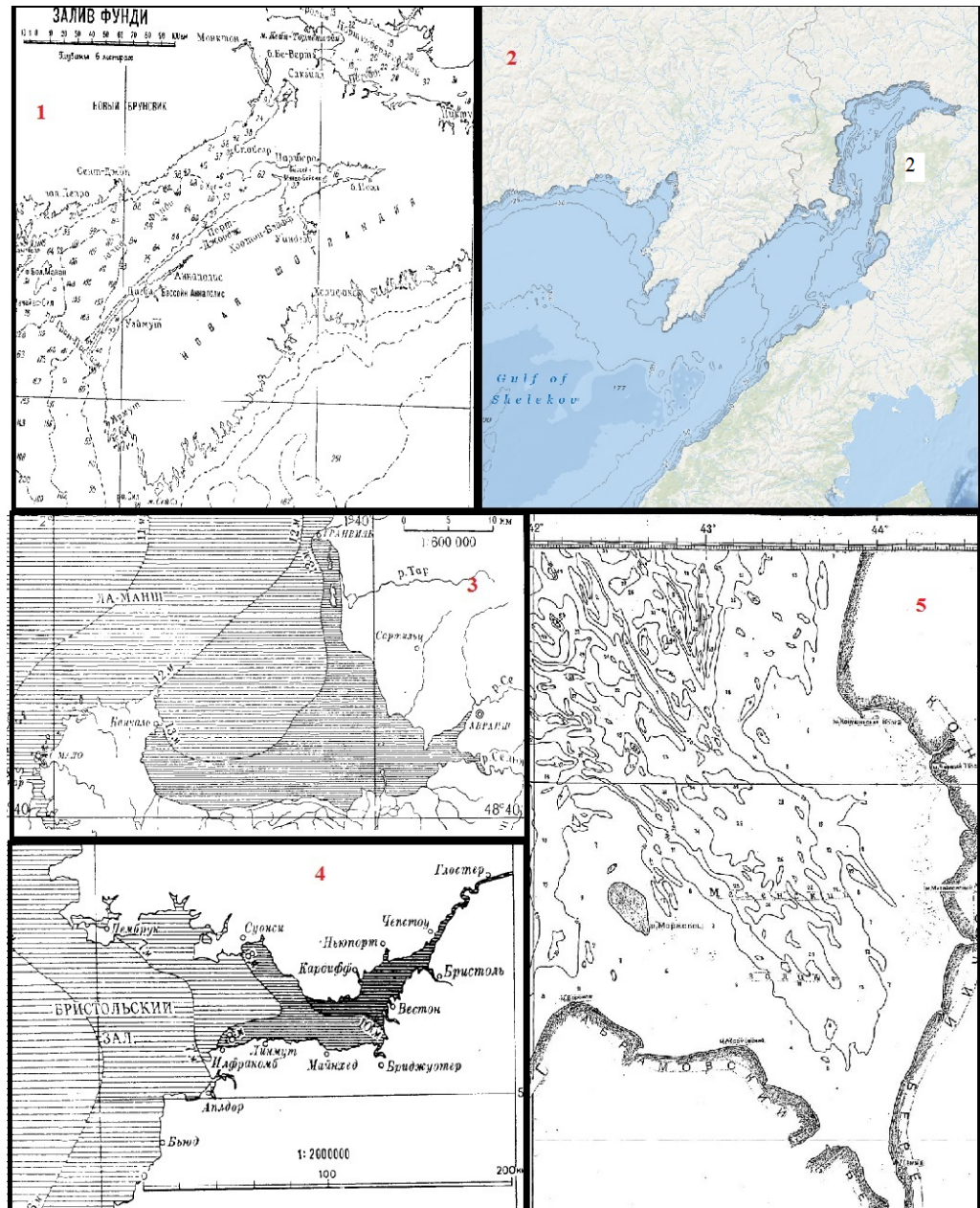


Рисунок 61 – Заливы 1). Фанди [Шокальский, 1959], 2). Пенжинская губа [Google], 3). Бристольский залив [Шокальский, 1959], 4). Залив Сен-Мало [Шокальский, 1959], 5). Мезенский залив [Google]

Основная цель экспериментов – исследовать влияние загиба бухты по направлению вращения Земли (левые бухты) или против направления вращения Земли (правые бухты). Аналитически эти исследования провести не удалось, поэтому были проведены лабораторные эксперименты.

4.5.1. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка состоит из цилиндрической стеклянной банки 1 высотой 38 см и диаметром 30 см, которая крепится на вращающейся платформе 2 (рисунок 62). Вращение осуществляется импульсно-управляемым электромотором 3. Сбоку банки на платформе крепится галогеновый источник света 6, который просвечивает толщу жидкости 11, на верхней крышке банки крепится веб-камера для передачи изображения картины движения жидкости на компьютер в реальном времени. Немного под углом к направлению света с другой стороны на вращающейся платформе крепится цифровая видеокамера 5 Sony HDR-PJ580E, которая записывает колебания уровня. Вся эта система вращается против часовой стрелки со скоростью 52 об/мин. Скорость вращения установки управляется через компьютер посредством электронного блока “Arduino” 4, который соединяется с компьютером через USB-кабель 12. Видеоизображение с веб-камеры через вращающиеся контакты передается по другому USB-кабелю на второй компьютер и записывается. Таким образом, ведется непрерывная регистрация в реальном времени сверху и сбоку происходящих во вращающемся резервуаре процессов.

Для моделирования условий левой и правой бухт используется алюминиевый полукруг 8, кривизна которого несколько больше кривизны боковой стенки банки. Полукруг примыкает вплотную к стенке банки, создавая слева левую бухту, а справа – правую, (если смотреть сверху банки (рисунок 63)).

Для генерации волн смонтирован цилиндрический волнопродуктор (плунжер) 7, который осуществляет периодические движения вверх-вниз под действием небольшого электромотора 9. Регулировка вертикального движения плунжера осуществляется с помощью контактной рейки 10, с напаянными на нее через равные промежутки проволочными усиками. Подгибанием усиков регулировались амплитуда и частота движения волнопродуктора.

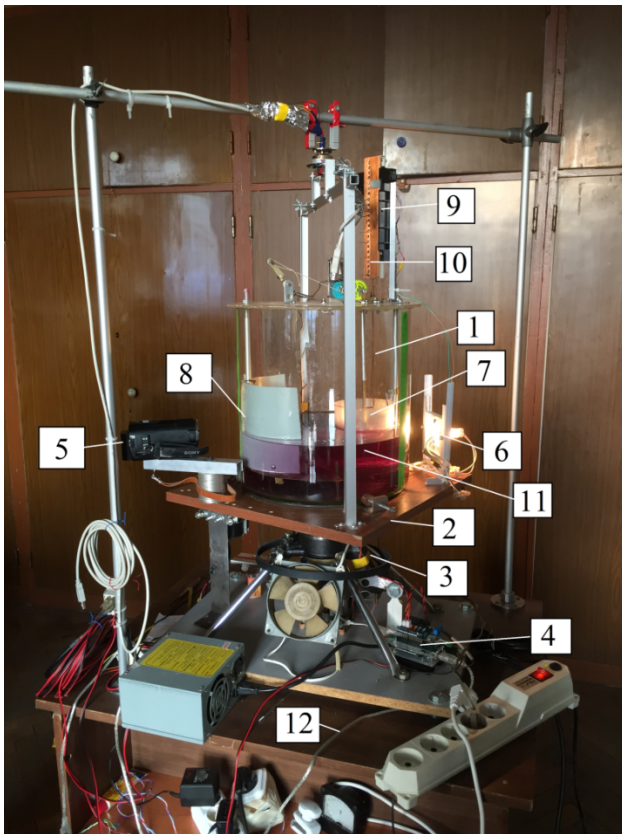


Рисунок 62 – Фото лабораторной установки.

1. Стекло́нный сосуд;
2. Вращающаяся платформа;
3. Электромотор;
4. Электронный блок Arduino;
5. Видеокамера Sony;
6. Галогеновая лампа;
7. Цилиндрический плунжер (волнопродуктор);
8. Алюминиевый конфузор для создания левой и правой бухты;
9. Мотор волнопродуктора;
10. Контактная рейка для изменения амплитуды и частоты волнопродуктора;
11. Вода;
12. USB - кабель в компьютер

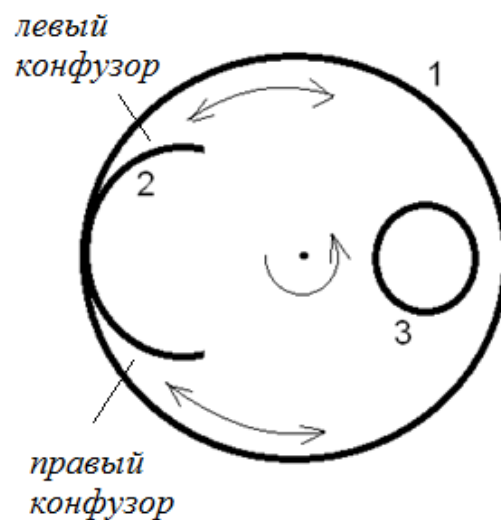


Рисунок 63 – Схема экспериментальной установки (вид сверху): 1 – стекло́нный сосуд; 2 – алюми́ниевый полу́круг; 3 – цилиндрический плунжер (волнопродуктор)

4.5.2. Расчет режима движения воды в эксперименте

Для моделирования реальной ситуации в природе при вхождении суточных и полусуточных приливных волн в бухты необходимо было в эксперименте согласовать периоды вращения установки и движения плунжера. Период движения плунжера задавался равным 0.87 сек. для совпадения с периодом вращения установки. Таким образом, моделировалась суточная приливная волна. Слой воды наливался из расчета генерации в банке первой моды сейшевых колебаний, который бы совпадал с периодом вращения банки. Это необходимо для создания симметричных условий для волн в левой и правой бухтах. Используя формулу Мериана для случая не вращающейся жидкости, получим значение для слоя воды:

$$h = \frac{1}{g} \left(\frac{2L}{T} \right)^2, \quad (102)$$

где g - ускорение свободного падения, $L = 29$ см – диаметр банки, $T = 0.87$ сек – период вращения банки. В результате для слоя воды получаем значение $h = 4.5$ см.

На самом деле этот расчет пришлось корректировать, учитывая, что при вращении установки свободная поверхность воды принимает форму параболоида и в расчетах периода сейш (102) необходимо использовать средний уровень жидкости при вращении. Кривая свободной поверхности выражается формулой:

$$\zeta(r) = \frac{\omega^2 r^2}{2g}, \quad (103)$$

тогда объем воды выше нижней точки параболоида будет равен

$$V = \frac{2\pi\omega^2}{2g} \int_0^{L/2} r^3 dr = \frac{\pi\omega^2}{4g} \left(\frac{L}{2} \right)^4. \quad (104)$$

Разделив объем (104) на площадь дна банки, получим выражение для среднего уровня воды в параболоиде:

$$h_{cp} = \frac{\omega^2}{4g} \left(\frac{L}{2} \right)^2. \quad (105)$$

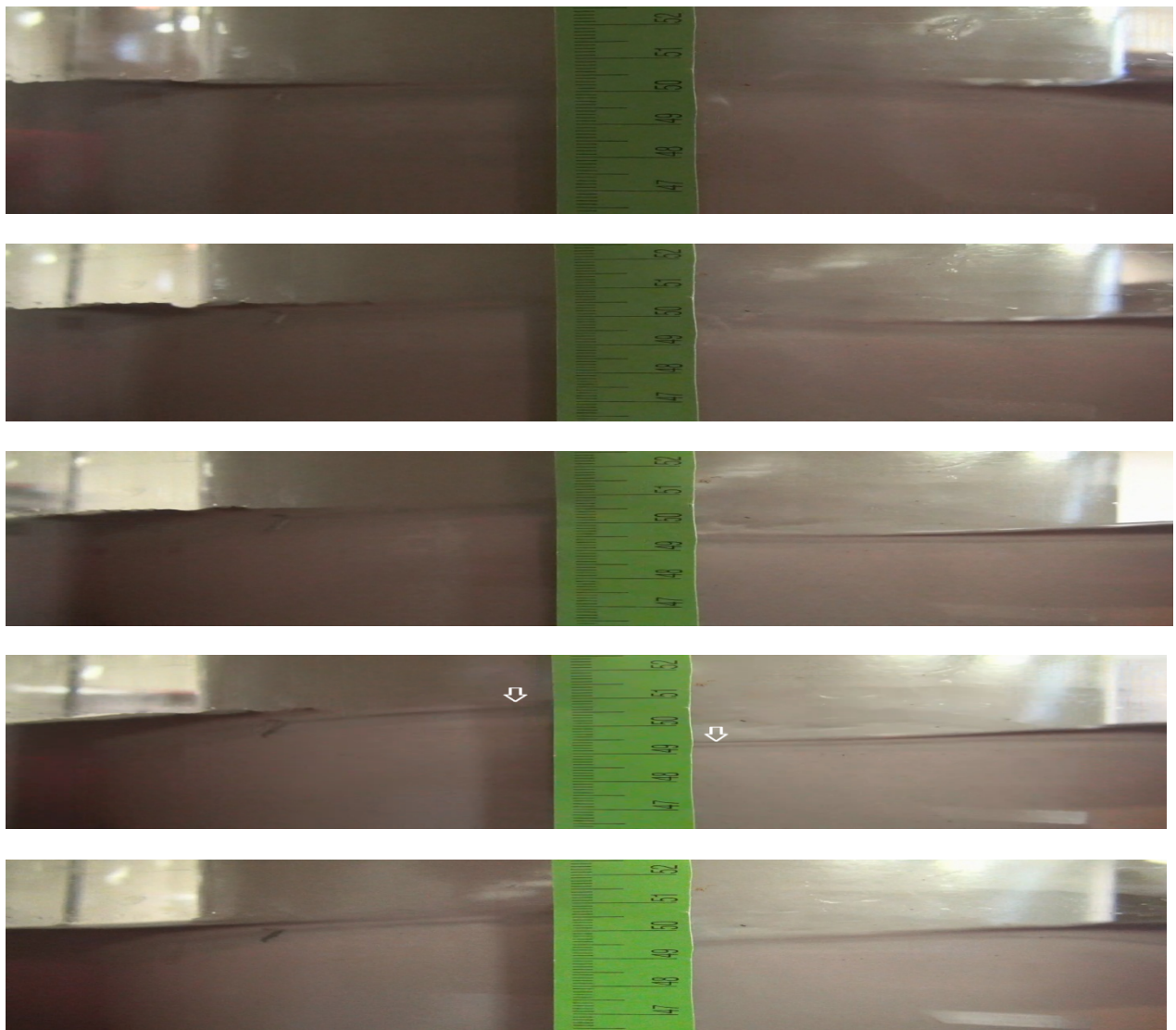
При скорости вращения 52 об/мин $h_{cp} = 1.6$ см.

4.5.3. Обсуждение результатов эксперимента

На фотографиях на рисунке 64 ниже показаны колебания уровня воды в левом и правом конфузорах в эксперименте.

Левый конфузор

Правый конфузор



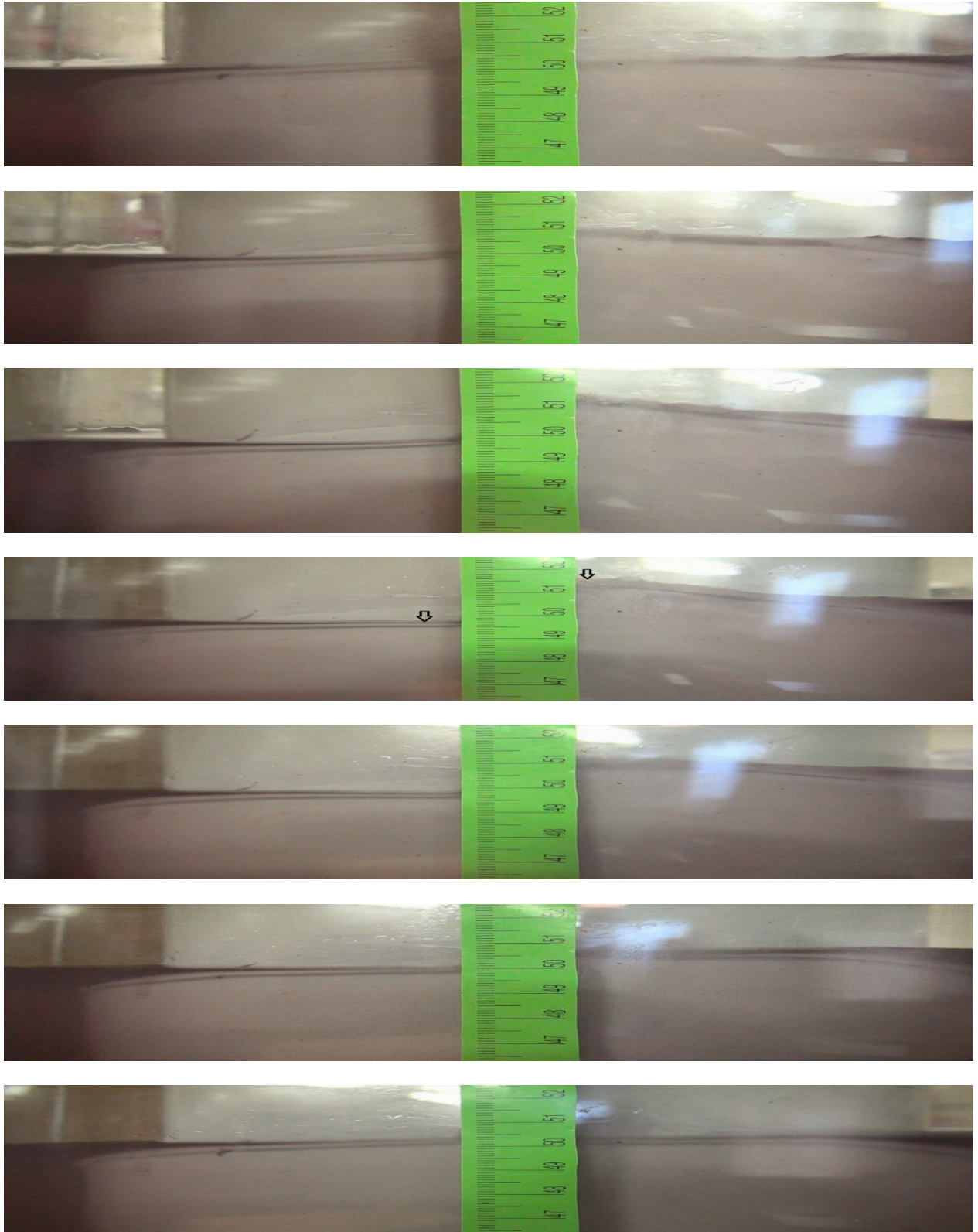


Рисунок 64 – Кадры с видеокамеры; положения уровня воды в левом и правом конфузорах

Проанализировав фотографии, можно сделать вывод, что увеличение амплитуды приливной волны в правом конфузоре существенно больше, чем в левом. Размах колебаний уровня для правой бухты составляет 2.2 см (диапазон колебаний 49.4 – 51.6), для левой – 1.3 см (диапазон 49.6 – 50.9).

Эксперименты показали, что вращение Земли вносит вклад в возникновение асимметрии левых и правых бухт для приливных волн. Объяснить эту асимметрию можно на основе закона сохранения потенциального вихря для вращающейся жидкости.

Как известно, во вращающейся однородной жидкости для выделенного вертикального объема сохраняется потенциальный вихрь при движении

$$\frac{\zeta+f}{H} = const, \quad (106)$$

где ζ - завихренность объема; $f = 2\omega \sin\varphi$ – параметр Кориолиса; H – толщина слоя воды.

Выделим некоторый объем воды A в бухте (рисунок 65). При входе волны в бухту объем A займет положение B , его высота увеличится на ΔH и приобретет завихренность ζ_2 . Тогда из (106) будем иметь

$$\frac{\zeta_1+f}{H} = \frac{\zeta_2+f}{H+\Delta H}. \quad (107)$$

Из (107) получим

$$(\zeta_2 - \zeta_1) = \frac{\zeta_1+f}{H} \Delta H. \quad (108)$$

Предположим, что начальная завихренность объема A была равной нулю, т.е. $\zeta_1 = 0$. Тогда из (108) получим

$$\zeta_2 = \frac{f\Delta H}{H} > 0. \quad (109)$$

Таким образом, при перемещении объема вод из положения A в положение B под действием прилива объем приобретает положительную завихренность, т.е. против часовой стрелки в северном полушарии и по часовой стрелке – в южном.

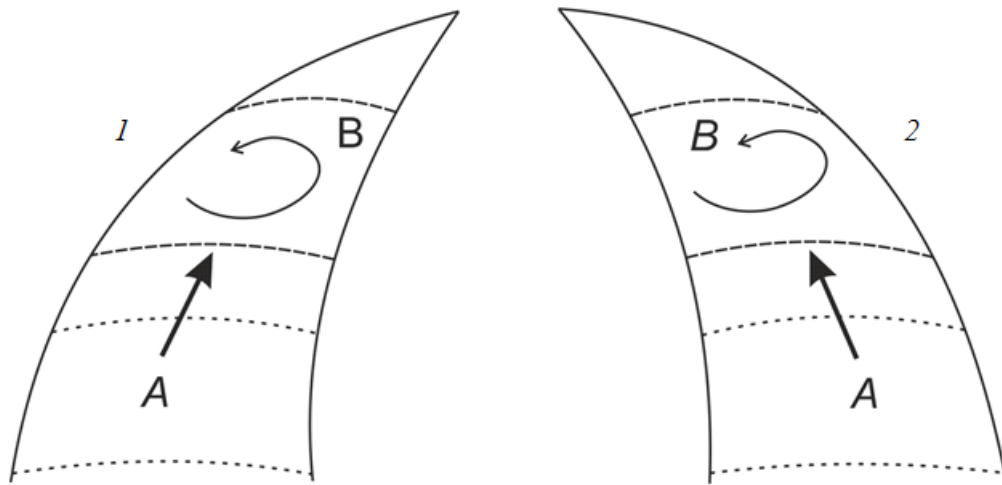


Рисунок 65 – Возникновение завихренности столба воды при вхождении в правую (1) и левую (2) бухту

В результате при вхождении объема *A* в правую бухту (объем *A* как бы «вкатывается» в бухту) скорость воды на внешнем берегу бухты будет меньше, нежели, чем при вхождении объема *A* в левую бухту. В левой бухте из-за вращения объема *A* скорость течения на внешнем берегу бухты будет больше, нежели в правой. Это приводит к дополнительному трению и диссипации энергии приливной волны.

Выводы

Основные результаты, полученные в работе:

- Смешение морских и речных вод в эстуарии реки Кемь происходит по типу клина осолоненных вод по классификации Притчарда. В соответствии с относительной ролью приливо-отливных течений и речного стока в эстуарии реки Кемь выделены три зоны: приустьевая зона с преобладанием речной водной массы, слабо подверженная воздействию морских вод, переходная зона смешения речных и морских вод и мористая зона с преобладанием морских вод, подверженная незначительному влиянию речного стока.
- Периодическое появление крупномасштабных ступенек на вертикальных профилях солености, зафиксированных в эстуарии р. Кемь, обусловлено приливным перемещением слоя смешения речных и морских вод на границе соленостного клина.
- В эстуарии реки Кеми выявлена двухслойная структура вод и типичная для большинства эстуариев классическая плотностная циркуляция, при которой результирующие течения в верхнем слое направлены в сторону моря, а в нижнем слое – в сторону реки. В эстуарии реки Кеми выделен маргинальный фильтр по максимуму в поле мутности.
- Представлена усовершенствованная гидродинамическая модель интрузии морских вод в устья рек с методикой аналитического определения толщины клина морских вод в устьевом створе.
- Показано, что соленостный клин является не строго выпуклым, а имеет участки с разными знаками кривизны, носик клина в устье р. Кемь является подвижным и перемещается с приливом и отливом.
- При вхождении приливной волны в эстуарий на нее действуют два разнонаправленных фактора – эффект схождения берегов (эффект конфузора), который усиливает амплитуду прилива, и эффект турбулентного трения, который приводит к диссипации энергии и уменьшению амплитуды волны.

- Показано, что гидродинамическая основа модификации Руссела формулы Лагранжа – Эри при выходе волны на мелководье определяется слоем Стокса, который никак не связан с амплитудой волны.
- Трение в волновых процессах приводит к возникновению слоя Стокса, по отношению толщины которого к глубине эстуария их можно разделить на мелководные, глубоководные и «странные».
- В глубоководных эстуариях эффект конфузора превалирует, и амплитуда прилива увеличивается в вершине залива, в мелководных – наоборот, превалирует турбулентное трение, и амплитуда приливной волны уменьшается к вершине эстуария.
- При глубинах порядка толщины слоя Стокса возникает случай «странной бухты» - в начале при входе в эстуарий больше проявляется эффект трения, и амплитуда приливной волны уменьшается, но затем по мере продвижения волны вглубь эстуария начинает превалировать эффект конфузора, и амплитуда приливной волны начинает вновь увеличиваться. В эстуариях переменной глубины амплитуда прилива сильнее увеличивается при выгнутом вверх рельефе дна. В двухконфузорных эстуариях со скачком глубин в выпуклой наружу бухте высота приливной волны больше, чем в вогнутой внутрь.
- Лабораторные эксперименты на вращающейся установке показали, что вращение Земли является причиной асимметрии левых и правых бухт. Из-за возникновения циклонической закрутки объема воды в силу сохранения потенциального вихря трение становится больше в левых бухтах, нежели в правых.

Список литературы

1. Бабков А.И. Гидрология Белого моря / А.И. Бабков. – СПб.: Зоологический институт РАН Беломорская биологическая станция им. академика О.А.Скарлато. – 1998. – С.14-21.
2. Байдин С.С. Развитие и проблемы исследования морских устьев рек / С.С. Байдин // Исследование океанов и морей. – Л. – 1983. – С. 101-124.
3. Безруков Ю.Ф. Океанология. Ч.2. Динамические явления и процессы в океане / Ю.Ф. Безруков. – Симферополь: Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского. – 2006. – 123 с.
4. Белое море и его водосбор под влиянием климатических и антропогенных факторов / Под ред. Н.Н.Филатова, А.Ю.Тержевика. Петрозаводск: Карельский научный центр РАН. – 2007. – 349 с.
5. Березкин В.А. Динамика моря / В.А. Березкин. – Л. – 1947.
6. Березкин В.А. Приливы и волны / В.А. Березкин. – Л. – 1932.
7. Бэтчеллор Дж. Введение в динамику жидкости. Пер. с англ. / Дж. Бэтчеллор. – М.: Мир. – 1973. – 792 с.
8. Борисов Е.В., Страчук Н.К. Результаты экспериментального исследования процессов турбулентного обмена в мелководной прибрежной зоне / Е.В. Борисов, Н.К. Страчук // Тр. ГОИН. – 1979. – Вып. 148. – С. 73 – 80.
9. Боуден К.Ф. Физическая океанография прибрежных вод / К.Ф. Боуден. – М.: Мир. – 1988. – 300 с.
10. Важнов А.Н. Гидрология рек / А.Н. Важнов. – М.: МГУ. – 1976. – 339 с.
11. Васильев А.Н. Взаимодействие речных и морских вод в Обской устьевой области / А.Н. Васильев // Тр. ААНИИ. – 1976. – Т. 314. – С. 183-196.
12. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Белое море. Вып. 1. Гидрометеорологическое состояние. – Л. – 1991. – 241 с.
13. Гогелиани Л.Д. Длина неподвижного галоклина в устьях рек бесприливных морей / Л.Д. Гогелиани // Сообщ. АН ГССР. 1973. Т. 70. № 1. С. 153 – 155.

14. Горелков В.М., Сеин Д.В. Исследования перемещения наносов в приливных окраинных морских бассейнах / В.М. Горелков, Д.В. Сеин // Методы и техн. средства морской навигации. Гос. Мор. Академия. – М. 1993. – С. 127-132.
15. Дебольский В.К., Зырянов В.Н., Мордасов М.А. О турбулентном обмене в приливном устье при наличии ледяного покрова / В.К. Дебольский, В.Н. Зырянов, М.А. Мордасов // Динамика и термика рек и водохранилищ. – М. – 1984. – С. 279-290.
16. Демиденко Н.А. Типы движения наносов в приливных устьях рек / Н.А. Демиденко // Тр. ГОИН. – М. – 1991. – Вып. 198. – С. 130 – 140.
17. Дитрих Г., Калле К. Общее мореведение / Г. Дитрих, К. Калле - Л.: Гидрометеиздат. — 1961. — 462 с.
18. Долгополова Е.Н. Условия образования бора и его влияние на перенос осолоненных вод в устьях рек / Е.Н. Долгополова // Водные ресурсы. — 2013. — т. 40. — №1. — С. 19 - 35.
19. Долгополова Е.Н., Исупова М.В. Классификация эстуариев по гидродинамическим признакам / Е.Н. Долгополова, М.В. Исупова // Водные ресурсы. — 2010. — т. 37. — №3. — С. 274-291.
20. Долотов Ю.С. Процессы рельефообразования и осадконакопления на приливных побережьях Мирового океана / Ю.С. Долотов. — М.: Научный мир. — 2010. — 180 с.
21. Долотов Ю.С., Филатов Н.Н., Шевченко В.П. и др. Мониторинг приливоотливных обстановок в эстуариях Карельского побережья Белого моря // Водные ресурсы. 2005b. Т. 32. № 6. С. 670 – 688.
22. Долотов Ю.С., Филатов Н.Н., Римский-Корсаков Н.А., Здоровеннов Р.Э. [и др.] Проявление морского и речного факторов в фазы прилива и отлива на береговых участках разной конфигурации Белого моря / Ю.С. Долотов, Н.Н. Филатов, Н.А. Римский-Корсаков, Р.Э. Здоровеннов [и др.] // Океанология. – 2011. – т. 51. – № 1. – С. 110-122.

23. Доронин Ю.П. Океанография шельфовой зоны / Ю.П. Доронин. – С.-П.: РГГМУ. – 2007. – 128 с.
24. Дронкерс Й. Расчеты приливов в реках и прибрежных водах / Й. Дронкерс. Л. Гидрометеиздат. – 1967. – 294 с.
25. Завьялов П.О. Термохалинная изменчивость и динамические процессы на широком шельфе под влиянием интенсивного материкового стока: автореф. дис. ... д-ра геогр. наук. Москва: 11.00.08 / Завьялов Петр Олегович. – М., 2000. – 49 с.
26. Завьялов П.О., Маккавеев П.Н., Коновалов Б.В., Осадчиев А.А., Хлебопашев П.В., Пелевин В.В., Грабовский А.Б., Ижицкий А.С., Гончаренко И.В., Соловьев Д.М., Полухин А.А. Гидрофизические и гидрохимические характеристики морских акваторий у устьев малых рек российского побережья Черного моря / П.О. Завьялов [и др.] // Океанология. – 2014. – Т. 54. – № 3. – С. 293–308.
27. Зацепин А.Г., Завьялов П.О., Кременецкий В.В., Поярков С.Г., Соловьев Д.М. Поверхностный опресненный слой в Карском море / А.Г. Зацепин [и др.] // Океанология. – 2010. – Т. 50. – № 5. – С. 698-708.
28. Здоровеннов Р.Э. Приливной перенос примеси в прибрежных районах Белого моря: дис. ... канд. геогр. наук. Мурманск: 25.00.28 / Здоровеннов Роман Эдуардович. – Мурманск, 2004. – 157 с.
29. Здоровеннов Р.Э., Лифшиц В.Х., Фукс В.Р. Приливные движения и перенос примеси в эстуарии реки Онеги // Р.Э. Здоровеннов [и др.] Океанология. – 2001. – Т. 41. – № 5. – С. 680-685.
30. Зубов Н. Н. Динамическая океанология. – М. – Л.: Гидрометеиздат. – 1947. – 430 с.
31. Зырянов В.Н. Теория установившихся океанических течений. Сращиваемые асимптотические разложения: основы теории и приложения к задачам динамики океана / В.Н. Зырянов. – Л.: Гидрометеиздат. – 1985. – 248 с.

32. Зырянов В.Н. Гидродинамика соленостного клина / В.Н. Зырянов // Водные ресурсы. – 1987. – № 6. – С. 107-125.
33. Зырянов В.Н. Топографические вихри в динамике морских течений / В.Н. Зырянов. – М.: Ин-т водн. пробл. РАН. – 1995. – 239 с.
34. Зырянов В.Н., Лейбо А.Б. Эволюция приливной волны в устье реки с ледяным покровом / В.Н. Зырянов, А.Б. Лейбо // Гидрофизические процессы в реках и водохранилищах. – М. – 1985. – С. 246-257.
35. Зырянов В.Н., Музылев С.В. Нелинейная накачка уровня приливами на мелководье / В.Н. Зырянов, С.В. Музылев // ДАН СССР. – 1988. – Т. 298. – №2. – С. 454-458.
36. Зырянов В.Н., Решетков А.Б. О переносе взвеси и переформировании дна приливами на мелководье / В.Н. Зырянов, А.Б. Решетков // Океанология. – 1998. – Т. 38. – №5. – С. 750-758.
37. Зырянов В.Н., Хубларян М.Г. Пампинг-эффект в теории нелинейных процессов типа уравнения теплопроводности и его приложение в геофизике / В.Н. Зырянов [и др.] // Доклады Академии наук. – 2006. – Т. 408. – № 4. – С. 535-538.
38. Иппен А.Т. Осолонение эстуариев / А.Т. Иппен // Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. – Л.: Гидрометеиздат. – 1970. – С. 326 - 356.
39. Иппен А.Т., Харлеман Д.Р.Ф. Динамика приливов в эстуариях / А.Т. Иппен, Д.Р.Ф. Харлеман // Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. – Л.: Гидрометеиздат. – 1970. – С. 278 – 304.
40. Кейлеган Д.Г. Механизм образования неподвижного клина соленой воды / Д.Г. Кейлеган // Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. – Л.: Гидрометеиздат. – 1970. – С. 278 – 304.
41. Кураева Л.Н. Особенности гидрологического режима устьевых областей рек Кеми и Выга / Л.Н. Кураева // Труды ГОИН. – 1984. – Вып.172. – С. 82 – 89.

42. Кутало А.А. Модель смешения речных и морских вод на устьевом взморье / А.А. Кутало // Метеорология и гидрология. – 1984. – № 9. – С. 110-112.
43. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях / Дж. Лайтхилл. – М. – 1981. – 600 с.
44. Ламб Г. Гидродинамика / Г. Ламб. – М: ОГИЗ. – 1947. – 929 с.
45. Лапина Л.Э. Эффект нелинейной приливной накачки уровня в устье реки / Л.Э. Лапина // Научные доклады Коми науч. Центр УрО РАН. – 1998. – Вып. 410. – С. 1-19.
46. Лапина Л.Э. Остаточный приливной перенос вод и консервативной примеси в устьевых областях рек / Л.Э. Лапина // Труды Коми науч. Центр УрО РАН. – 2000. – №900. – С. 1-7.
47. Лапина Л.Э. Динамика течений и особенности переноса консервативной примеси в устьевых областях приливных рек / Л.Э. Лапина. – Сыктывкар. – 2001. – 140 с.
48. Лисицын А.П. Маргинальный фильтр океанов / А.П. Лисицын // Океанология. – 1994. – Т. 34. – №5. – С. 735-747.
49. Лисицын А.П., Шевченко В.П., Буренков В.И. Гидрооптика и взвесь арктических морей / А.П. Лисицын [и др.] // Оптика атмосферы и океана. – 2000. – Т. 13. – № 1. – С. 70 – 79.
50. Лукашин В.Н., Кособокова К.Н., Шевченко В.П., Шапиро Г.И., Пантюлин А.Н., Перцова Н.М., Деев М.Г., Клювиткин А.А., Новигатский А.Н., Соловьев К.А., Прего Р., Лаше Л. Результаты комплексных океанографических исследований в Белом море в июне 2000 / В.Н. Лукашин [и др.] // Океанология. – 2003. – Т. 43. – № 2. – С. 237 – 253.
51. Лупачев Ю.В. Особенности проникновения соленой воды в приливное устье реки (на примере устья Северной Двины) / Ю.В. Лупачев // Тр. ГОИН. – 1976. – Вып. 129. – С. 37-52.
52. Лупачев Ю.В. Особенности гидрологического режима устьевой области Онеги / Ю.В. Лупачев // Тр. ГОИН. – 1982. – Вып. 161. – С. 92-96.

53. Лупачев Ю.В. Динамическое взаимодействие морских и речных вод в приливных устьях рек / Ю.В. Лупачев // Труды ГОИН. – 1984. – Вып. 172. – С. 64 – 82.
54. Лупачев Ю.В. Повышение среднего уровня воды в устье реки под воздействием приливной волны / Ю.В. Лупачев // Метеорология и гидрология. – 1986. – № 6. – С.105-107.
55. Лупачев Ю.В. Эффект результирующей приливной накачки в эстуариях / Ю.В. Лупачев // Метеорология и гидрология. – 1989. – №9. – С. 78-82.
56. Лупачев Ю.В. Физические закономерности взаимодействия и смешения речных и морских вод в устьевых областях рек / Ю.В. Лупачев // Иссл. океанов и морей. Вып. 2. – 1995. – С. 77-84.
57. Мак-Доуэлл Д.М., О'Коннор Б.А. Гидравлика приливных устьев рек / Д.М. Мак-Доуэлл, Б.А. О'Коннор. – М.: Энергоатомиздат. – 1983. – 312 с.
58. Мамаев О.И. Физическая океанография. Избранные труды / О.И. Мамаев – М.: ВНИРО. – 2000. – 364 с.
59. Май Р.И., Фукс В.Р. Остаточные приливные явления в Белом море / Р.И. Май, В.Р. Фукс // Проблемы изучения, рационального использования и охраны ресурсов Белого моря. Материалы IX международной конференции 11-14 октября 2004 г. г. Петрозаводск, Карелия, Россия. – Петрозаводск. – 2005. – С. 202-207.
60. Михайлов В.Н. Гидрологические процессы в устьях рек / В.Н. Михайлов. – М.: ГЕОС – 1997а. – 175 с.
61. Михайлов В.Н. Устья рек России и сопредельных стран: прошлое, настоящее и будущее. М.: ГЕОС. – 1997б. – 412 с.
62. Михайлов В.Н., Бабич Д.Б. Проникновение осолоненных вод в устье Яны / В.Н. Михайлов, Д.Б. Бабич // Тр. ГОИН. – 1991. – Вып. 198. – С. 140 – 155.
63. Михайлов В.Н., Косарев А.Н., Кураев А.В. Когда река встречается с морем / В.Н. Михайлов [и др.] // Земля и Вселенная. – 2000. – №3. – С. 19-27.

64. Михайлов В.Н., Солодовникова Т.Ю., Михайлова М.В. Закономерности гидрологических процессов в Чесапикском заливе (США) как классическом эстуарии / В.Н. Михайлов [и др.] // Водные ресурсы. – 2009. – Т.36. – № 2. – С. 139 – 159.
65. Михайлова М.В. Процессы проникновения морских вод в устья рек / М.В. Михайлова // Водные ресурсы. – 2013. – Т. 40. – № 5. – С. 439 – 455.
66. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч.1 / А.С. Монин, А.М. Яглом. – М.: Наука. – 1965. – 639 с.
67. Монин А.С., Озмидов Р.В. Океанская турбулентность / А.С. Монин, Р.В. Озмидов. – Л.: Гидрометеиздат. – 1981. – 320 с.
68. Музылев С.В., Лифшиц В.Х., Петров М.П., Титов В.С. Изменчивость гидрофизических характеристик в мелководном эстуарии в зимний период / С.В. Музылев [и др.] // Гидрофизические процессы в реках и водохранилищах. – 1985. – С. 237-246.
69. Научно-технический отчет по теме: «Исследование проникновения морских соленых вод в устья рек Онега, Северная Двина, Мезень и Печора» / Н.А. Демиденко, Ю.В. Лупачев // ФГБУ «ГОИН». – М. – 2012. – 73 с.
70. Никифоровская В.С. Математическая модель для расчета на ЭВМ гидрофизических процессов в устьевых областях рек / В.С. Никифоровская // Гидрофизические процессы в реках и водохранилищах. – 1985. – С. 211-216.
71. Некрасов А.В. Приливные волны в окраинных морях / А.В. Некрасов — Л.: Гидрометеиздат. – 1975. — 299 с.
72. Некрасов А.В. Энергия океанских приливов / А.В. Некрасов — Л.: Гидрометеиздат. – 1990. — 284 с.
73. Озмидов Р.В. Диффузия примесей в океане / Р.В. Озмидов. – Л.: Гидрометеиздат. – 1986. – 280 с.

74. Озмидов Р.В., Озмидова А.В. О вертикальном турбулентном обмене между придонной плотностной интрузией и вышерасположенной водной массой / Р.В. Озмидов, А.В. Озмидова // Интрузионные течения: теория и эксперимент. Тематический сборник научных трудов. – Калининград. Калининградский государственный технический университет. – 1997. – С. 16 – 21.
75. Осадчиев А.А. Динамика распространения и изменчивость речных плюмов в прибрежной зоне моря: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва: 25.00.28 / Осадчиев Александр Александрович. – 2013. – 138 с.
76. Петров В.С., Путырский В.Е. Оценка параметров горизонтальной турбулентной диффузии в Рижском заливе методом дискретных наблюдений / В.С. Петров, В.Е. Путырский // Работа Рижской ГМО. – 1982. – Вып. 19. – С. 27 – 33.
77. Повалишников Е.С. Причины проникновения морских вод в реки и его экологические последствия // Вестник Московского университета. География. – 2001. – №3. – С. 20 – 28.
78. Повалишников Е.С. Смешение речных и морских вод в устьях рек: автореф. дис. ... канд. геогр. наук. Москва: 11.00.07 / Повалишников Елена Степановна. – М., 1995. – 26 с.
79. Полонский В.Ф., Горелиц О.В. Влияние приливов на скоростную структуру потока на примере устья р. Северной Двины рек / В.Ф. Полонский, О.В. Горелиц // Гидрофизические процессы в реках и водохранилищах. – 1985. – С. 220-227.
80. Полонский В.Ф., Скриптунов Н.А. Современные проблемы исследования устьев рек / В.Ф. Полонский, Н.А. Скриптунов // Исследование океанов и морей. – Вып. 2. – 1995. – С. 68-76.
81. Праудмен Дж. Динамическая океанография / Дж. Праудмен - М.: Иностранная литература. – 1957. — 418 с.

82. Пясковский Р.В., Сгибнева Л.А. О приливном движении в узком мелководном канале / Р.В. Пясковский, Л.А. Сгибнева // Труды ГОИН. – 1984. – Т. 172. – С. 22-31.
83. Руководство по расчету элементов гидрологического режима в прибрежной зоне морей и в устьях рек при инженерных изысканиях / Под ред. Глуховского Б.Х., Байдина С.С. [и др.]. – М.: Гидрометеиздат. – 1973. – 270 с.
84. Самойлов И.В. Устья рек / И.В. Самойлов. – М.: Географгиз. – 1952. – 526 с.
85. Сафьянов Г.А. Геоморфология морских берегов / Г.А. Сафьянов. – М.: МГУ. – 1996. – 400 с.
86. Семенов Е.В., Лунева М.В. Численная модель приливной и термохалинной циркуляции вод Белого моря / Е.В. Семенов, М.В. Лунева // Известия АН, ФАО. – 1996. – Т. 32. – №5. – С. 704-713.
87. Семенов Е.В., Лунева М.В. О совместном эффекте прилива, стратификации и вертикального турбулентного перемешивания на формирование гидрофизических полей в Белом море / Е.В. Семенов, М.В. Лунева // Известия АН, Физика атмосферы и океана. – 1999. – Т. 35. – № 5. – С. 660-678.
88. Симонов А.И. Гидрология и гидрохимия устьевого взморья / А.И. Симонов. – М.: Гидрометеиздат. – 1969. – 230 с.
89. Сравнительный анализ особенностей природных процессов на эстуарных, приустьевых и открытых участках разных типов приливных побережий Белого моря / Ю.С. Долотов // Отчет по гранту РФФИ №09-05-00658-а за 2011г. – 2011. – С.39.
90. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкости / Дж. Тернер. – М.: Мир. – 1981. – 400 с.
91. Тимофеева Н.В. Расчет циркуляции в устьевой зоне с помощью трехмерной численной модели / Н.В. Тимофеева. – Л.: ВИНТИ. – 1982. – 15с.

92. Федоров К.Н. Тонкая термохалинная структура вод океана / К.Н. Федоров. – Л.: Гидрометеиздат. – 1976. – 184 с.
93. Филлипс О.М. Динамика верхнего слоя океана / О.М. Филлипс. – Л.: Гидрометеиздат. – 1980. – 319 с.
94. Харлеман Д.Р.Ф. Процессы диффузии в стратифицированном потоке / Д.Р.Ф. Харлеман. // Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. – Л.: Гидрометеиздат. – 1970. – С. 278 – 304.
95. Хубларян М.Г., Фролов А.П. Моделирование процессов интрузии в эстуариях и подземных водоносных горизонтах / М.Г. Хубларян, А.П. Фролов. – М.: Наука. – 1988. – 143 с.
96. Чалов Р.С., Лю Шугдан, Алексеевский М.И. Сток наносов и русловые процессы на больших реках России и Китая (Северная Двина, Обь, Лена, Хуанхэ, Янцзы) / Р.С. Чалов [и др.]. – М. 1999. – 215 с.
97. Шепард Ф.П. Морская геология / Ф.П. Шепард. – Л.: Недра. – 1976. – 488 с.
98. Шокальский Ю.М. Приливы Мирового океана / Ю.М. Шокальский. – М. – 1930.
99. Шокальский Ю.М. Океанография / Ю.М. Шокальский. – Л.: Гидрометеорологическое издательство. – 1959. – 537 с.
100. Щукин И.С. Общая геоморфология / И.С. Щукин. – М.: МГУ. – 1974. – III. – 382 с.
101. Шулейкин В.В. Очерки по физике моря / В.В. Шулейкин. – М.: Изд-во АН СССР. – 1949. – 472 с.
102. Шулейкин В. В. Физика моря, 4 изд. / В.В. Шулейкин. – М.: Наука. – 1968. – 1083 с.
103. Abraham C. Turbulence and mixing in stratified tidal flows / C. Abraham // Physical Processes in Estuaries. – Berlin: Springer Verlag. – 1988. – P. 149–180.
104. Abraham G., Karelse M., Lases W. B. P. M. Data requirement for one-dimensional mathematical modelling of salinity intrusion in estuaries / G.

- Abraham, M. Karelse, W.B.P.M. Lases // Proc. Congr. Int. Assoc. Hydraul. Res. 16th. – 1975. – 3. – P. 275-283.
105. Abraham G., Van Os A.G., Verboom G.K. Mathematical modelling of flows and transport of conservative substances requirements for predictive ability / G. Abraham, A.G. Van Os, G.K. Verboom // Transport models for inner and coastal waters. Proc. Of symp. On predictive ability. – London: Academic press. – 1981. – P. 1 – 45.
106. Allen G.P., Sauzay G. Transport and deposition of suspended sediments in the Gironde estuary, France / G.P. Allen, G. Sauzay // Estuar. Process. – New York. – 1976. – Vol. 2. – P. 63 – 81.
107. Arons A. B., Stommel H. A mixing-length theory of tidal flushing / A.B. Arons, H. Stommel // Transactions, American Geophysical Union. – 1951. – 32. – P. 419-421.
108. Bowden K.F. Horizontal mixing in the sea due to a shearing current / K.F. Bowden // J. Fluid. Mech. – 1965. – Vol. 21. – Pt. 1. – P. 83 – 95.
109. Bowden, K.F. Circulation and diffusion / K.F. Bowden // Estuaries. – Wash. (D.C.). – 1967. – P. 15 – 23.
110. Bowden K.F. Turbulent mixing in estuaries / K.F. Bowden // Ocean Management. – 1981. – 6 (2–3). – P. 117–135.
111. Bowden K.F., Gilligan R.M. Characteristic features of estuarine circulation as represented in the Mersey estuary / K.F. Bowden, R.M. Gilligan // Limnology and oceanography. – 1971. – Vol. 16 (3). – P. 491 – 502.
112. Brockway R., Bowers D., Hogueane A., Dove V., Vassele V. A note on salt intrusion in funnel-shaped estuaries: Application to the Incomati estuary, Mozambique / R. Brockway [et al] // Estuarine, Coastal and Shelf Science. – 2006. – 66. – P.1-5.
113. Cameron W.M., Pritchard D.W. Estuaries / W.M. Cameron, D.W. Pritchard // The sea. – New York: Interscience, Wiley. – 1965. – Vol. 2. – P. 306 – 324.

114. Davies L.J. A morphogenic approach to the worlds' shorelines / L.J. Davies // *Z. Geomorph.* – 1964. – Vol. 8. – P.127-142.
115. Dazzi R., Tonasino M. Mathematical model of salinity intrusion in the delta of the Po river / R. Dazzi, M. Tonasino // *Proc. 14th coastal eng. conf.* – 1974. – Vol. 3. – P. 2302.
116. Djordjevic V.D. On the dissipation of interfacial and internal long gravity waves / V.D. Djordjevic // *ZAMP.* – 1980. – V. 31. – N 3. – P. 318-331.
117. Djordjevic V.D. On the effect of viscosity on some nonwave motions of liquids with the free surface / V.D. Djordjevic // *Acta Mech.* – 1983. – V. 48. – N 3-4. – P. 219-226.
118. Dolotov Yu.S., Filatov N.N., Nemova N.N., Shevchenko V.P., Rimskii-Korsakov N.A., Denisenko N.V., Kutcheva I.P., Platonov A. N., Demina L. L., Zdrovennov R. E., Kovalenko V. N. Studies of the water and suspended matter dynamics, anthropogenic pollution, and ecosystem living conditions in the estuaries (from the example of the Karelian coast of the White sea) / Yu.S. Dolotov [et al] // *Oceanology.* – 2002. – Vol. 42 – N 1. – P. 135-147.
119. Dyer K.R. *Estuaries, a physical introduction*/ K.R. Dyer. London: John Wiley. – 1973. – 140 p.
120. Dyer K.R. *Coastal and estuarine sediment dynamics* / K.R. Dyer. – New York: A Wiley Interscience publication. – 1986. – 342 p.
121. Dyer K.R. *Estuaries, a physical introduction, second edition* / K.R. Dyer. – London: John Wiley. – 1997. – 195 p.
122. Dyer K.R., New A.L. Intermittency in estuarine mixing / K.R. Dyer, A.L. New // *Estuarine variability.* New York: Academic press. – 1986. – P. 321 – 339.
123. Elder J.W. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow / J.W. Elder // *J. Fluid Mech.* – 1959. – Vol. 5. – Pt. 4. – P. 544 – 560.
124. Farmer D., Smith J. D. Nonlinear internal waves in a fjord / D. Farmer, J.D. Smith // *Hydrodynamics of Estuaries and Fjords.* – 1978. – P. 465 – 494.

125. Fischer H.B. Mass transport mechanisms in partially stratified estuaries / H.B. Fischer // *Journal Fluid Mech.* – 1972. – Vol. 53. – N 4. – P. 672 – 687.
126. Fischer H.B. Discussion of 'Minimum length of salt intrusion in estuaries' by B.P. Rigter / H.B. Fischer // *Journal Hydraul. Div. Proc.* – 1974. – 100. – P. 708-712.
127. Fischer H.B., List E.J., Koh R.C.Y., Imberger J., and Brooks N.H., *Mixing in inland and coastal waters* / H.B. Fischer [et al]. New York: Academic Press. – 1979. – 483 p.
128. Gardner G. B., Nowell A. R. M., Smith J.D. Turbulent process in estuaries / G.B. Gardner, A.R.M. Nowell, J. D. Smith // *Estuarine and wetland processes. Marine science.* – 1980. – 11. – P. 1 – 34.
129. Gardner G. B., Smith J. D. Turbulent mixing in a salt wedge estuary / G.B. Gardner, J. D. Smith // *Hydrodynamics of Estuaries and Fjords.* – 1978. – 23. – P. 79 – 106.
130. Garvine R.W. Estuary plumes and fronts in shelf waters: A layer model / R.W. Garvine // *Journal of Physical Oceanography.* – 1987. – Vol. 17. – P. 1877-1896.
131. Gibbs R.J., Tshudy D.M., Konwar L., Martin J.M. Coagulation and transport of sediments in the Gironde estuary / R.J. Gibbs [et al] // *Sedimentology.* – 1989. – Vol. 36. – N 6. – P. 987 – 999.
132. Grubert J.P., Abbot M.B. Numerical Computation in stratified nearly horizontal flows / J.P. Grubert, M.B. Abbot // *J. Hydraul. Eng. Div. ASCE.* – 1972. – Vol. 98. – P. 1847.
133. *Guidelines on the study of seawater intrusion into river. Studies and reports in hydrology.* – Paris: UNESCO. – 1991. – N 50. – 138 p.
134. Hansen D. V., Rattray M. Gravitational circulation in straits and estuaries / D.V. Hansen, M. Rattray // *J. Mar.Res.* – 1965. – Vol. 23. – N 2. – P. 104-122.

135. Hansen D.V., Rattray M. New dimensions in estuary classification / D.V. Hansen, M. Rattray // *Limnol. And oceanogr.* – 1966. – Vol. 11. – № 3. – P. 319-326.
136. Hansen D.V., Rattray M. Estuarine circulation induced by diffusion / D.V. Hansen, M. Rattray // *J. Mar. Res.* – 1972. – Vol. 30. – № 3. – P. 281 – 294.
137. Harleman D.R.F., Abraham G. One - dimensional analysis of salinity intrusion in the Rotterdam Waterway / D.R.F. Harleman, G. Abraham. – Delft Hyd. Lab., Pub. №44. – 1966.
138. Howard L.N. Note on a paper of John W. Miles / L.N. Howard // *J. Fluid Mech.* – 1961. – V. 10. – Pt. 4. – P. 509 – 514.
139. Hunt J.N. Tidal oscillations in estuaries / J.N. Hunt // *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society.* – 1964. – Vol. 8. – P. 440–455.
140. Ippen A.T. Estuary and coastline hydrodynamics / A.T. Ippen. – New York: McGraw Hill. – 1966. – 744 p.
141. Ippen A.T., Harleman D.R.F. One-dimentional analysis of salinity intrusion in estuaries / A.T. Ippen, D.R.F. Harleman // *Technical Bulletin number 5, Committee on Tidal Hydraulics, U.S. Army Corps of Engineers.* – 1961.
142. Jay D.A. Green's Law Revisited: Tidal long-wave propagation in channels with strong topography / D.A. Jay // *Journal of Geophysical Research.* – 1991. – Vol. 96 (C11). – P. 20585–20598.
143. Kakutani T., Matsuuchi K. Effect of viscosity on long gravity waves / T. Kakutani, K. Matsuuchi // *J. Phys. Soc. Japan.* – 1975. – V. 39. – N 1. – P. 237-246.
144. Kent R.E. Diffusion in a sectionally homogeneous estuary / R.E. Kent // *J. Sanit. Eng. Div. Proc. ASCE.* – 1960. – Vol. 86. – N 2. – P. 136 – 148.
145. Kent R.E., Pritchard D.W. A test of mixing theories in a coastal plain estuary / R.E. Kent, D.W. Pritchard // *J. Mar. Res.* – 1959. – Vol. 18. – N 1. – P. 62 – 72.

146. Ketchum B.H. The exchange of fresh and salt waters in tidal estuaries / B.H. Ketchum // *Journ. of Marine Research.* – 1951. – Vol. 10. – P. 18-38.
147. Ketchum B.H. Estuarine characteristics / B.H. Ketchum // *Estuarine and enclosed seas.* – Amsterdam. – 1983. – P. 1-14
148. Keulegan G. An Experimental Study of the Motion of Saline Water from Locks into Fresh Water Canals / G. Keulegan // Report No. 5168, National Bureau of Standards. – 1959.
149. Kranenburg C. A time scale for long-term salt intrusion in well-mixed estuaries / C. Kranenburg // *J. Phys. Oceanogr.* – 1986. – Vol. 16. – P. 1329–1331.
150. Lanzoni S., Seminara G. On tide propagation in convergent estuaries / S. Lanzoni, G. Seminara // *Journal of Geophysical Research.* – 1998. – Vol. 103(C13). – P. 30793 – 30812.
151. Lanzoni S., Seminara G. Long-term evolution and morphodynamic equilibrium of tidal channels / S. Lanzoni, G. Seminara // *Journal of Geophysical Research.* – 2002. – Vol. 107(C1). – P. 1–13.
152. LeBlond P.H. On tidal propagation in shallow rivers / P.H. LeBlond // *J. Geophys. Res.* – 1978. – V.83 (9). – P. 4717-4721.
153. Leendertse J. J. A water quality simulation model for well-mixed estuaries and coastal seas / J. J. Leendertse. – California, Santa Monica: Rand Corporation. – 1967. – Vol. I-VI.
154. Linden P.P., Simpson J.E. Modulated mixing and frontogenesis in shallow seas and estuaries / P.P. Linden, J.E. Simpson // *Continental Shelf Research.* – 1988. – 8 (10). – P. 1107–1127.
155. Liu H. Predicting dispersion coefficients of streams / H. Liu // *J. Environ. Eng. Div. Proc. ASCE.* – 1977. – Vol. 103. – N 1. – P. 59 – 69.
156. Liu S. K., Leendertse J. J. Multi-dimensional numerical modelling of estuaries and coastal seas / S.K. Liu, J.J. Leendertse // *Advances in Hydroscience.* – 1978. – 11. – P. 95-164.

157. Long R. R. Some aspects of turbulence in geophysical systems / R.R. Long // *Adv. in App. Mech.* – 1977. – 11. – P. 2-90.
158. McQuivey R.S., Keefer T.N. Simple method for predicting dispersion in streams / R.S. McQuivey, T.N. Keefer // *J. Environ. Eng. Div. Proc. ASCE.* – 1974. – Vol. 100. – N 4. – P. 1285 – 1294.
159. Miles J.W. On the stability of heterogeneous shear flows/ J.W. Miles // *J. Fluid Mech.* – 1961. – V.10. – Pt. 4. – P. 495-509.
160. Moum J.N., Smyth W.D. Upper ocean mixing / J.N. Moum, W.D. Smyth. – College of Oceanic & Atmospheric Sciences Oregon State University for Academic Press Encyclopedia of Ocean Sciences. – 2000. – 13 p.
161. Munk W.H., Anderson E.R. Notes on a theory of the thermocline / W.H. Munk W.H., E.R. Anderson // *Journal of Marine Research.* – 1948. – 7. – P. 276–295.
162. Nakaya C. Spread of fluid drops over a horizontal plane / C. Nakaya // *J. Phys. Soc. Japan.* – 1974. – V. 37. – N 2. – P. 539-543.
163. New A.L., Dyer K.R., Lewis R.E. Internal waves and intense mixing periods in a partially stratified estuary / A.L. New, K.R. Dyer, R.E. Lewis // *Estuarine, Coastal and Shelf Science,* – 1987. – 24 (1). – P. 15–34.
164. Officer Ch.B. Physical oceanography of estuaries (and associated coastal waters) / Ch.B. Officer. N.Y.: Wiley Interscience Publ. – 1976. – 465 p.
165. Officer Ch.B. Physics of estuarine circulation / Ch.B. Officer // *Estuaries and enclosed seas.* – 1983. – P. 15 – 41.
166. Okubo A. A review of theoretical models for turbulent diffusion in the sea / A. Okubo // *J. Oceanol. Soc. Jap.* – 1962. – Vol. 20. – P. 286.
167. Okubo A. Equation describing the diffusion of an introduced pollutant in a one-dimensional estuary/ A. Okubo // *Studies in oceanography.* – 1964. – P. 216 – 226.

168. Oey L.Y. On steady salinity distribution and circulation in partially mixed and well mixed estuaries / L.Y. Oey // *Journal of Physical Oceanography*. – 1984. – Vol. 14. – N 3. – P. 629–645.
169. Ozmidov R.V. On the turbulent exchange in a stably stratified ocean / R.V. Ozmidov // *Izvestia Acad. Sci. USSR, Atmosphere and Ocean Physics*. – 1965. – №8. – P. 493 – 497.
170. Perroud P. The Propagation of tidal waves into channels of gradually varying cross section / P. Perroud // *Technical memorandum. Beach Erosion Board*. – Washington, D. C. – N. 112. Beach Erosion Board. Washington, D. C. – 1959.
171. Prandle D. Salinity intrusion in estuaries / D. Prandle // *Journal of Physical Oceanography*. – 1981. – 11. – P. 1311-1323.
172. Prandle D. Classification of tidal response in estuaries from channel geometry / D. Prandle // *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*. – 1985. – Vol. 80. – N. 1. – P. 209–221.
173. Prandle D. Relationships between tidal dynamics and bathymetry in strongly convergent estuaries / D. Prandle // *Journal of Physical Oceanography*. – 2003. – Vol. 33. – P. 2738-2750.
174. Prandle D. Saline intrusion in partially mixed estuaries / D. Prandle // *Estuarine, Coastal and Shelf Sciences*. – 2004. – 59(3). – P. 385–397.
175. Prandle D. *Estuaries. Dynamics, mixing, sedimentation and morphology* / D. Prandle. – UK: Cambridge university press. – 2009. – 248 p.
176. Prandle D., Rahman M. Tidal response in estuaries / D. Prandle, M. Rahman // *Journal of Physical Oceanography*. – 1980. – 10. – P. 1552-1573.
177. Pritchard D.W. Estuarine circulation patterns / D.W. Pritchard // *Proc. ASCE*. – 1955. – Vol. 81. – № 717. – P. 12-36.
178. Pritchard D.W. The dynamic structure of a coastal plain estuary / D.W. Pritchard // *J. Mar. Res.* – 1956. – Vol. 15. – № 1. – P. 33 -42.

179. Pritchard D.W. The equation of mass continuity and salt continuity in estuaries / D.W. Pritchard // *Ibid.* – 1958. – Vol. 17. – № 7. – P. 412-423.
180. Pritchard D.W. What is an estuary physical view point / D.W. Pritchard // *Estuaries.* – Washington. – 1967. – P. 3 – 5.
181. Pritchard, D. W. Estuarine classification – a help or a hindrance / D.W. Pritchard // *Estuarine circulation.* – Humana press. – 1989. – P. 1-38.
182. Proudman J. Tides in a channel / J. Proudman // *Philos. Mag.* – 1925. – Vol. 49. – N. 6. – 465 p.
183. Prych E.A. Effects of density differences on lateral mixing in open-channel flows / E.A. Prych // *Rep. Cal. Ints. Of Technol.* – Pasadena (Cal.). – 1970. – N 21 – 32p.
184. Richardson L. F. Atmospheric diffusion shown on a distance / L.F. Richardson. — Neighbor graph. *Proc. Roy. Soc. London*, 110A. – 1926.
185. Richardson L. F., Stommel H. Note of eddy diffusion in the sea / L.F. Richardson, H. Stommel // *J. Meteorol.* – 1948. – №5. – P. 18 – 22.
186. Rigger B.P. Minimum length of salt intrusion in estuaries / B.P. Rigger // *Journal of the Hydraulic Division, Proceedings of ASCE.* – 1973. – P.1475-1496.
187. Rodi W. Mathematical modeling of turbulence in estuaries / W. Rodi // *Lecture notes on coastal and estuarine studies. Mathematical modeling of estuarine physics.* – 1980. – P. 14 – 31.
188. Rodi W., Pavlovic R.N., Srivatsa S.K. Prediction of flow and pollutant spreading in rivers / W. Rodi [et al] // *Transport models for inner and coastal waters. Proc. of symp. on predictive ability.*– Academic press (London). – 1981. – P. 1 – 45.
189. Savenije H.H.G. Salt intrusion model for high-water slack, low-water slack and mean tide on spreadsheet / H.H.G. Savenije // *Journal of Hydrology.* – 1989. – 107. – P. 9-18.

190. Savenije H.H.G. Lagrangean solution of St. Venant's equations for an alluvial estuary/ H.H.G. Savenije // *Journal of Hydraulic Engineering*. – 1992. – Vol. 118 (8). – P. 1153–1163.
191. Savenije, H.H.G. Predictive model for salt intrusion in estuaries / H.H.G. Savenije // *Journal of Hydrology*. – 1993. – 148. – P. 203-218.
192. Savenije H.H.G. Salinity and tides in alluvial estuaries / H.H.G. Savenije. Amsterdam: Elsevier. – 2005. – 147 p.
193. Savenije H.H.G., Veling E.J.M. The relation between tidal damping and wave celerity in estuaries / H.H.G. Savenije, E.J.M. Veling // *Journal of Geophysical Research*. – 2005. – Vol. 110. – C04007. – P. 1–10.
194. Schijf J.B., Schönfeld J.C. Theoretical considerations on the motion of salt and fresh water / J.B. Schijf, J.C. Schönfeld // *Proceedings of Minnesota International Hydraulics Convention, Minneapolis, Minnesota*. – 1953. – P. 321-333.
195. Simmons H. B. Some effects of upland discharge on estuarine hydraulics / H.B. Simmons // *Proceedings of the Amer. Soc. of Civ. Eng.* – 1955. – Vol. 81. – №792. – P. 116 – 129.
196. Simpson J.H., Brown J., Matthews J., Allen G. Tidal straining, density currents, and stirring in the control of estuarine stratification / J.H. Simpson [et al] // *Estuaries*. – 1990. – 13. – P. 125-132.
197. Smith T. J., Dyer K. R. Mathematical modelling of circulation and mixing in estuaries / T.J. Smith, K.R. Dyer // *Mathematical Modelling of Turbulent Diffusion in the Environment*. –Academic Press, London. – 1979. – P. 301-341.
198. Smyth W. D., Moum J.N. Ocean turbulence / W.D. Smyth, J.N. Moum // *Phys. Fluids*. – 2000. – 12. – P. 1327–1342.
199. Sooky A.A. Longitudinal dispersion in open channels / A.A. Sooky // *J. Hydraul. Div. Proc. ASCE*. – 1969. – Vol. 95. – N 4. – P. 1327 – 1346.

200. Stigter C., Siemons J. Calculation of longitudinal salt distribution in estuaries as function of time / C. Stigter, J. Siemons // Delft Hydraulics Laboratory Publication. – Delft. – 1967. – 52.
201. Stommel H. Computation of pollution in a vertically mixed estuary / H. Stommel // Sewage and Industrial Wastes. – 1953a. – Vol. 24. – № 9. – P. 1065–1071.
202. Stommel H. The role of density currents in estuaries / H. Stommel // Proc. of Minnesota International Hydraulics Convention. – 1953b. – P.305-312.
203. Stommel H., Farmer H.G. Abrupt change in width in two-layer open channel flow/ H. Stommel // Journal of Marine Research. – 1952. – Vol. 11. – P. 205 – 214.
204. Stommel H., Farmer, H.G. Control of salinity in an estuary by a transition / H. Stommel, H.G. Farmer // Journal of Marine Research. – 1953. – Vol. 12. – P. 13 – 20.
205. Taylor J.Y. The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe J.Y. Taylor // Proc. Roy. Soc. London A. – 1954. – Vol. 223. – N 3. – P. 446 – 468.
206. Thatcher M.L., Harleman, D.R.F. Long-term salinity calculation in Delaware estuary / M.L. Thatcher, D.R.F. Harleman // Journal of the Environmental Engineering Division (ASCE). – 1981. – 107. – P. 11-27.
207. Thatcher M.L., Harleman, D.R.F. A mathematical model for the prediction of unsteady salinity intrusion in estuaries / M.L. Thatcher, D.R.F. Harleman // R.M. Parsons Laboratory Report, №. 144, MIT, Cambridge, Massachusetts. – 1972.
208. Thorpe S.A. An introduction to ocean turbulence / S.A. Thorpe. – Cambridge university press. – 2007. – P. 293.
209. Vreugdenhil C.B. Mathematical investigation of stratified flow / C.B. Vreugdenhil // Rijkswaterstaat Comm. – 1976. – Vol. 26. – P. 87 – 114.

210. West J.R., Broyd T.W. Dispersion coefficients in estuaries / J.R. West, T.W. Broyd // Proceedings of the Institution of Civil Engineers. – 1981. – Vol. 71. – P. 721–737.
211. Woods J.D. Wave-induced shear instability in the summer thermocline/ J.D. Woods // J. Fluid Mech. 1968. – Vol. 32. – Pt 4. – P. 791-800.
212. Zavialov P.O. Dynamics of river plumes in coastal ocean / P.O. Zavialov, S. M. Zhurbas, A.A. Osadchiev // Proceedings of the Third International Symposium on Shallow Flows. – 2013. – P. 53-68.
213. Zyryanov V.N. Differentiation of suspended bottom deposits by tidal waves in shallow water / V.N. Zyryanov // Proceedings of the 7th workshop on physical processes in natural waters. Petrozavodsk, KSC RAS. – 2003. – P. 104-111.
214. Zyryanov V.N., Reshetkov A.V. Residual water transport by longshore tidal currents along the coast in shallow water / V.N. Zyryanov, A.V. Reshetkov // Oceanology. – 1999. – Vol. 39. – P. 296-305.
215. R-ArcticNet: a regional, electronic, hydrographic data network for the Arctic region [Электронный ресурс]. URL: <http://www.r-arcticnet.sr.unh.edu/v4.0/ViewPoint.pl?Point=7272#sitedata>