

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ЛИМНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Асламов Илья Александрович

**ТЕПЛООБМЕН НА ГРАНИЦЕ ВОДА – ЛЁД
И СТРУКТУРА ПОДЛЁДНОГО СЛОЯ ВОДЫ В
ОЗЕРЕ БАЙКАЛ**

Специальность 25.00.27 – Гидрология суши, водные ресурсы, гидрохимия

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук

Научный руководитель:

кандидат географических наук,

Н.Г. Гранин

Научный соруководитель:

доктор физико-математических наук,

А.Л. Казаков

Иркутск – 2019

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Обзор методов измерения толщины льда и моделей динамики нарастания ледового покрова	14
1.1 Методы и средства измерения толщины льда.	14
1.2 Обзор моделей динамики нарастания ледового покрова	17
1.3 Выводы по главе 1	23
Глава 2. Устройство разработанного автономного ледового комплекса	25
2.1 Общее описание комплекса	25
2.2 Измерительная система комплекса	29
2.2.1 Модуль цифровых датчиков температуры.....	31
2.2.2 Модуль аналоговых датчиков температуры	33
2.2.3 Датчик освещенности.....	34
2.2.4 Измеритель толщины снежного покрова	36
2.3 Модуль гидроакустического измерителя толщины ледового покрова	36
2.3.1 Конструкция излучающего тракта	41
2.3.2 Конструкция приемного тракта.....	43
2.4 Серверная часть комплекса	44
2.5 Выводы по главе 2.....	45
Глава 3. Экспериментальные исследования нарастания ледового покрова	46
3.1 Приборы и методы, районы исследований	46
3.2 Исследования в контрастных условиях	49
3.3 Исследования влияния скорости подледных течений на нарастание ледового покрова.....	56

3.4 Сравнительные эксперименты на небольшом арктическом озере	63
1.5 Выводы по главе 3	69
Глава 4. Математическая модель изменения толщины ледового покрова	70
4.1 Прямая постановка задачи Стефана	70
4.2 Обратная задача.....	74
4.3 Результаты моделирования.....	75
4.4 Моделирование образования кольцевых структур на льду озера Байкал.....	81
4.5 Выводы по главе 4.....	85
Глава 5. Структура пограничного слоя подледной воды и скорость диссипации турбулентной кинетической энергии.....	86
5.1 Структура пограничного слоя подледной воды	86
5.2 Измерения ТКЭ на оз. Байкал.....	90
5.3 Измерения ТКЭ на небольшом арктическом озере	98
5.4 Выводы по главе 5	102
Глава 6. Теплообмен на границе вода-лед.....	103
6.1 Расчет потока тепла из условия баланса тепла на границе вода- лед	105
6.2 Расчет потока тепла по градиенту температуры в тонком подледном слое воды	108
6.3 Параметризация потока тепла по средним скоростям течений	110
6.4 Баланс тепла на границе вода-лед	112
6.5 Выводы по главе 6.....	115
Выводы	116
Список использованных источников	119

Введение

Актуальность темы. Формирование ледового покрова – неотъемлемая черта гидрологического режима озер и рек умеренного и субполярного климатических регионов. Пресноводные озера этих регионов представляют особый класс гидрологических объектов, как с точки зрения термогидродинамических процессов, управляющих нарастанием и таянием льда, так и с точки зрения влияния ледового режима на тепловой и водный баланс. Замерзающие озерные системы – оз. Байкал, системы Великих озер в Северной Америке и Северо-Западной России, озерные массивы Фенноскандии и Канады – содержат основную массу мировых запасов пресной воды. Их ледовый режим (фенология) влияет на баланс осадков и испарения, а также экологическое состояние, трофический статус и, как следствие, качество воды самих озер.

В последнее время отмечается рост интереса к исследованиям подледного периода на озерах [Bengtsson et al., 1996a; Kirillin et al., 2012] в связи с вопросом о реакции средне- и высокоширотных водоемов на глобальное потепление. Исследование влияния изменений климата, так как они определяют продолжительность подледного периода, необходимы для уточнения годовой эмиссии парниковых газов, цикла углерода и кислородного режима водоемов. Тенденция к сокращению подледного периода на озерах в течение последних 100-150 лет, описана в ряде исследований (напр. [Верболов и др., 1965; Сизова и др., 2013; Benson et al., 2012; Bernhardt et al., 2012; Magnuson et al., 2000]).

Оценка последствий этих фенологических изменений для водных ресурсов требуют количественной оценки физических механизмов, влияющих на формирование и таяние ледового покрова. Среди этих механизмов наименее изученным является тепло- и массообмен на границе вода-лед. Слабость течений (в отличие от рек) и гидродинамическая неустойчивость подледного слоя воды вследствие плотностной аномалии пресной воды (в отличие от океанов) ведет к тому, что поток тепла из воды в лед отличается значительной

нестационарностью. Важный вклад в теплообмен вносит подледная конвекция, вызываемая объемным поглощением солнечной радиации [Шерстянкин, 1975; Kirillin et al., 2011; Mironov et al., 2002] и вымораживанием солей при нарастании толщины ледового покрова [Гранин и др., 1999a], значительную роль играет турбулентность, вызываемая течениями [Жданов и др., 2001; Rizk et al., 2014]. Большой диапазон пространственно-временных масштабов, вкупе со сложностью условий сбора экспериментальных данных, делали невозможными до последнего времени их детальные полевые исследования.

Согласно существующим представлениям [Шлихтинг, 1974; Kirillin et al., 2012], поток тепла из воды в лед формируется в многослойной системе, образованной ламинарной микрозоной на контакте с ледовым покровом (вязким пограничным слоем), переходным слоем и конвективным слоем. Оценка теплообмена на границе вода-лед и его влияния на нарастание/таяние льда требуют исследований вертикальной структуры подледного пограничного слоя. В каждом слое вертикальный перенос определяется своим механизмом и, соответственно, имеет свои временные и пространственные масштабы. К подвижной границе раздела лед-вода приурочен источник тепла фазового перехода, а также источник вещества (вымораживаемых солей), вызывающий конвекцию в подледном слое воды. Соответственно, для скалярных субстанций, таких как тепло и концентрация солей, вблизи верхней границы пограничного слоя существует зона, в которой вертикальный обмен определяется молекулярным диффузионным переносом. Интенсивность тепло- и массообмена определяется толщинами слоев, которые существенно зависят от интенсивности перемешивания, обусловленного конвекцией и сдвиговой неустойчивостью подледных течений.

Наиболее перспективными объектами для исследования подледного пограничного слоя в условиях реального водоема являются озера с длительным подледным периодом, относительно небольшим снежным покровом, обеспечивающим проникновение солнечной радиации сквозь лед, и горизонтальными масштабами, при которых генерируются значимые

подледные течения. В этом смысле, оз. Байкал – идеальный объект, как с точки зрения его природной уникальности, так и с точки зрения интенсивности физических процессов и их значения для функционирования озерной экосистемы. В отличие от малых озер на Байкале наблюдается разнообразие условий: здесь широко представлены как не заснеженный ледовый покров, так и полностью заснеженные участки с разной толщиной снежного покрова [Гранин и др., 1999a; Jewson et al., 2009]. Здесь также существуют районы, в которых наблюдается повышенные скорости подледных течений [Жданов и др., 2002]. Это даёт возможность провести измерения и определить характеристики пограничного слоя и тепловые потоки на границе вода – лед при разных условиях.

Систематические исследования ледового покрова озера Байкал были начаты в 1869-1876 гг. [Дыбовский и др., 1897]. Первые эмпирические соотношения между толщиной льда и температурой воздуха для озера Байкал были выведены Тресковым [Тресков, 1926] и Цуриковым [Цуриков, 1939]. Более поздние исследования были сосредоточены на структуре льда и его физических свойствах, а также на процессах нарастания и деградации ледового покрова в зимний и весенний периоды соответственно [Бородай, 1939; Верболов и др., 1965; Верещагин и др., 1939; Сокольников, 1957].

Гидрологические исследования физических свойств подледного слоя воды [Меншуткин, 1964a] и подледной турбулентности [Speranskaya, 1959] дали первые количественные оценки тепловых потоков в толще ледового покрова и в воде Байкала [Меншуткин, 1964b]. Были проведены исследования светового режима озера, изучено влияние толщины снежного покрова на проникновение солнечной радиации в ледовый покров и в толщу воды [Довгий, 1977; Сокольников, 1959; Шерстянкин, 1975].

Использование современных инструментальных методов позволило впервые получить подробную информацию о мелкомасштабных гидродинамических процессах вертикального перемешивания озерных вод подо льдом [Гранин и др., 1999a, 1999b; Granin et al., 2000], а также исследовать

механизмы генерации подледных течений [Жданов и др., 2001, 2002]. Проводились исследования влияния толщины снежного и ледового покровов на освещенность под байкальским льдом и ее взаимосвязь с развитием зимнего фитопланктона [Jewson et al., 2009].

Предыдущие исследования динамики пограничного подледного слоя воды озерных вод были посвящены, в первую очередь, конвекции, вызванной объемным поглощением солнечной радиации [Белолипецкий и др., 2004; Farmer, 1975; Forrest et al., 2008; Mironov et al., 2002; Pushistov et al., 2000], и, в меньшей степени, конвекции, обусловленной вымораживанием компонентов солевого состава в процессе нарастания льда [Гранин и др., 1999a; Granin et al., 2000; Pieters et al., 2009]. Большое количество проведенных исследований направлено на получение оценок эффективного турбулентного теплообмена и величин коэффициентов вертикальной теплопроводности в покрытых льдом озерах [Пивоваров, 1972; Ellis et al., 1991; Harleman, 1986; Likens et al., 1962, 1965] Результаты этих работ могут быть использованы лишь в качестве косвенных оценок теплового потока на границе лед-вода.

В многочисленных публикациях, посвященных исследованию и моделированию процессов образования ледового покрова пресноводных озер, основное внимание уделяется многолетней изменчивости ледового режима, связанной с изменениями климата [Верболов и др., 1965; Bengtsson et al., 1996b; Duguay et al., 2003; Leppäranta, 2010; Leppäranta et al., 2010, 2002, 2008; Magnuson et al., 2000; Ménard et al., 2002a, 2002b]. При количественном описании тепловых процессов, обусловленных образованием льда и ростом его толщины, использовались главным образом одномерные аналитические [Тихонов и др., 1999; Onuki et al., 1974; Stefan, 1891] и полуаналитические [Ashton, 1986] термодинамические модели. В обзорах аналитических [Leppäranta, 1983, 1993] и численных [Launiainen et al., 1998] моделей роста морского льда обсуждаются различные допущения, лежащие в основе подходов к моделированию, и их недостатки. К последним можно отнести то, что существующие модели динамики ледового покрова пренебрегают потоком

тепла на границе вода-лед или параметризуют его в упрощенной форме [Liston et al., 1995], сосредотачиваясь, в основном, на нахождении зависимости толщины льда от температуры воздуха с неявным учетом влияния снежного покрова [Воеводин и др., 2006; Степаненко и др., 2005; Elo et al., 2000, 1998; Vavrus et al., 1996]. Вертикальный тепло- и массоперенос через пограничный слой вода-лед значительно влияет на рост и деградацию ледового покрова [Kirillin et al., 2011; Mironov et al., 2002]. Пренебрежение таянием льда вследствие теплового потока на границе лед-вода приводит к заметным ошибкам при моделировании фенологии озерного льда [Bernhardt et al., 2012; Patterson et al., 1988].

Количественные данные о влиянии горизонтальных течений на толщину ледового покрова практически отсутствуют, хотя недавние исследования в рамках моделей толщины льда, учитывающих циркуляцию водных масс на Великих озерах [Fujisaki et al., 2013; Oveisy et al., 2012; Wang et al., 2010], показали, что адекватное описание подледных течений значительно улучшает способность модели к прогнозированию образования и разрушения ледового покрова. Исследования крупномасштабных подледных течений в озерах наводят на мысль о существенном влиянии квазистационарных циркуляционных ячеек на пространственное распределение толщины ледового покрова, и интенсивности его нарастания и деградации [Гранин, 2009; Гранин и др., 2015; Forrest et al., 2013; Kirillin et al., 2015; Rizk et al., 2014]. Тем не менее, их суммарный эффект в масштабах озера остается в значительной степени неизученным.

До настоящего времени количественное описание процесса нарастания толщины ледового покрова не обеспечено, в достаточной мере, данными измерений температуры в ледовом покрове и тонком подледном слое воды [Kirillin et al., 2012]. Изменчивость теплового потока на границе вода-лед в течение ледового сезона в озерах исследована слабо. Это связано с трудностями измерения потока тепла и его зависимости от целого ряда физических процессов, в том числе, от поглощения солнечной радиации, изменчивости

температуры внутри ледового покрова и в подледном слое воды, а также интенсивности течений и турбулентности в водной толще. В связи с этим возникла потребность в аппаратно-программном комплексе, позволяющем в режиме *in situ* в течение нескольких месяцев автономно выполнять непрерывный мониторинг вертикального распределения температуры в приледном воздухе, ледовой толще и подледном слое воды при одновременной регистрации поступающей и проходящей под слой снега и ледовый покров солнечной радиации, скоростей подледных течений, а также толщин снежного и ледового покровов.

Цель работы: количественная оценка процессов тепломассопереноса в системе вода-лёд и параметров структуры подлёдного слоя воды в условиях глубокого пресного водоёма на примере озера Байкал.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи:**

1. Разработать способ измерения толщины льда с субмиллиметровым разрешением;
2. Спроектировать и изготовить специализированное оборудование для регистрации вертикального распределения температуры в воздухе, в толще льда и подлёдном слое воды, поступающей и проходящей под слой снега и ледовый покров солнечной радиации, а также толщин снежного и ледового покровов;
3. Разработать математическую модель теплообмена в многослойной системе вода-лед в виде начально-краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными;
4. Разработать методики расчета теплового потока из воды в лёд по данным натурных измерений;
5. Определить вертикальную структуру подлёдного слоя воды на Байкале, для этого оценить толщину ламинарного слоя, определить границу между переходным и конвективным слоями;

6. Исследовать влияние контрастных условий (разной заснеженности и интенсивности подледных течений) на формирование теплового потока на границе раздела вода-лёд и вертикальную структуру подлёдного слоя воды.
7. Провести сравнительные эксперименты на малом озере.

Научная новизна

1. Применение современной микропроцессорной техники и миниатюрных аналогово-цифровых преобразователей позволило создать пространственно-распределенную косу адресуемых температурных датчиков, работающих на общей четырехпроводной шине. Такой подход позволяет гибко расширять количество датчиков в косе и свободно планировать их пространственное расположение.

2. Разработан гидроакустический метод измерения толщины ледового покрова по принципу обратного эхолота. Высокая разрешающая способность метода обеспечивается за счет излучения в воду фазоманипулированного зондирующего импульса, применения цифровой обработки и корреляционного детектирования сигнала.

3. Применение в разработанном приборе нескольких датчиков освещенности позволяет определять поглощение солнечной радиации при прохождении через разные среды не только в видимом диапазоне в целом, но и по спектральному составу излучения (красный, зеленый, синий, ИК).

4. Применение оригинальной измерительно-регистрирующей аппаратуры позволило впервые получить комплексные данные о структуре пограничного слоя лёд - вода, толщине ламинарного и переходного слоев при разной заснеженности, объёмном поглощении проникающей солнечной радиации, подлёдной температуре и скорости течений на Байкале и в малом озере.

5. Предложена и верифицирована математическая модель теплообмена в системе вода-лед, имеющая вид задачи Стефана для системы нелинейных параболических уравнений теплопереноса.

6. Впервые для оценок тепловых потоков были использованы разные методы расчета: по толщине льда и тепловому потоку во льду; по градиенту температуры в ламинарном слое; по течениям и турбулентному обмену в подлёдном слое воды; по решению обратной задачи модели динамики толщины ледового покрова.

7. Установлено, что толщина подлёдного ламинарного слоя на Байкале значительно меньше, чем опубликованные ранее данные о его толщине в малых озерах.

Практическая значимость работы

1. Разработанное оборудование позволяет дистанционно получать экспериментальные данные о динамике толщины льда и распределении температуры в системе вода-лед, что позволяет рассчитывать потоки тепла на границе фазового перехода по предложенным методикам.
2. Разработанные измерительные комплексы применяются при полевых исследованиях в ФГБУН Лимнологический институт СО РАН. Полученные экспериментальные данные были использованы для верификации параметров модели нарастания ледового покрова озера.
3. Разработанный комплекс интересен, в первую очередь, для проведения натурных исследований научными группами и лабораториями. В упрощенном варианте может быть применён МЧС для мониторинга состояния ледовых переправ.
4. Результаты работы могут быть использованы при исследованиях водных объектов арктического региона.

Личный вклад. Диссертантом разработаны и изготовлены аппаратно-программные комплексы для регистрации вертикального распределения температуры в воздухе, в толще льда и подледном слое воды, поступающей и проходящей под слой снега и ледовый покров солнечной радиации, а также толщин снежного и ледового покровов. Спланированы и проведены лабораторные испытания и полевые исследования. Уточнена и верифицирована

математическая модель нарастания ледового покрова. Предложен ряд методик определения потока тепла на границе вода-лед по данным измерений.

Достоверность результатов исследования подтверждается применением оригинальной измерительно-регистрирующей аппаратуры с высокой разрешающей способностью, откалиброванной по поверенным приборам, большим объемом накопленного экспериментального материала, согласованностью результатов расчётов потоков тепла полученных разными методами, в том числе математическим моделированием, между собой и с опубликованными данными других исследователей.

Апробация полученных результатов. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на Всероссийской межвузовской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные проблемы радиосвязи» (Иркутск, 2007, 2009), на V и VI Верещагинской байкальской конференции (Иркутск, 2010, 2015), на XXIV и XXV Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (Пенза 2011, Волгоград 2012), на межвузовской научно-технической конференции «Современные технологии и научно-технический прогресс» (Ангарск, 2010). Делались доклады на международных конференциях: International Symposium on Seasonal Snow and Ice, (Lahti, Finland, 2012), General Assembly of European Geosciences Union (Vienna, Austria, 2016), 23rd IAHR International Symposium on Ice (Ann Arbor, Michigan USA, 2016), 24rd IAHR International Symposium on Ice (Владивосток, 2018), Freshwater Ecosystems – Key Problems (Иркутск, 2018).

Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН 17.10, междисциплинарных интеграционных проектов СО РАН № 20 и № 23, Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 09-05-00222-а, 15-55-12378 ННИО_a) и государственного задания № 0345-2014-0007 (гос. рег. 01201353446).

По материалам исследований был написан цикл статей, представленный на конкурс молодых ученых и удостоенный премии СО РАН по лимнологии имени Г.И. Галазия.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 19 работ, в том числе 7 статей в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 5 статей в журналах, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus. Без соавторов опубликовано 3 работы.

Положения, выносимые на защиту:

1. Новый принцип измерения толщины льда и оригинальная аппаратура для регистрации гидрометеорологических параметров в системе атмосфера-лед-вода с высоким пространственным и временным разрешением для экспериментального изучения структуры пограничного слоя вода-лед в условиях реального водоема.
2. Математическая модель теплообмена в многослойной системе вода-лед, имеющая вид задачи Стефана для системы нелинейных дифференциальных уравнений теплопередачи, методы определения коэффициентов эффективной температуропроводности подледного слоя воды и тепловых потоков в системе вода-лед на основе полученных экспериментальных данных.
3. Закономерности изменения плотности потока тепла из воды в лед на протяжении всего ледового сезона при различных условиях, выявленные на основе уникальных данных натуральных экспериментов, в том числе прямых измерений подледной турбулентности

Объем работы и структура. Диссертационная работа включает введение, шесть глав, основные результаты и выводы, список литературы (127 наименований, в том числе 79 иностранных). Основное содержание изложено на 130 страницах и проиллюстрировано 77 рисунками и 1 таблицей.

Глава 1. Обзор методов измерения толщины льда и моделей динамики нарастания ледового покрова

1.1 Методы и средства измерения толщины льда.

Измерение толщины льда в натуральных условиях производится преимущественно вручную, при этом, как правило, используются методы, обладающие малой точностью, например бурение льда и измерение ледомерной рейкой [Дерюгин и др., 1974]. При таком методе измерений нижний слой льда откалывается, что вносит неизбежные ошибки. Также в 50-60-е годы на Байкале использовался метод, при котором в лед вмораживалась нихромовая струна с грузом. При подключении к источнику питания струна разогревалась, давая возможность вытянуть ее из льда и измерить длину свободного конца. Такой метод по сравнению со сверлением имеет большую точность, но сама струна, находясь во льду, влияет на процесс образования льда, искажает его форму. Кроме того, рассмотренные методы измерения требуют присутствия экспериментатора, поэтому периодичность таких измерений исчисляется несколькими сутками. В результате, получают малорепрезентативные данные, неравномерно распределенные во времени. Кроме того, при ручном методе невозможно получить данные в начальный период образования ледяного покрова, поскольку на непрочный лед наблюдателям просто нельзя выйти [Ковчин и др., 2002].

Известен автоматический метод непрерывного контроля толщины льда, в котором используется измерительный преобразователь в виде катушки индуктивности с однослойной спиральной обмоткой на жестком каркасе. Катушка вмораживается в лед, а ее выводы подключаются к измерителю индуктивности. Подобный измеритель может быть выполнен на самых различных принципах. Физическая суть метода состоит в том, что часть катушки, находящаяся в воде, шунтируется вследствие высокой электрической проводимости воды, и значение измеряемой индуктивности оказывается связанным с размерами той части катушки, которая находится в толще льда.

При этом лед обычно рассматривается как диэлектрик без активных потерь. Это очень важный момент. Отсутствие учета активных потерь играет основную роль в формировании погрешности метода. Объемная электрическая проводимость натурального льда может изменяться более чем в 3 раза. При этом погрешность метода может достигать $\pm 5\%$ [Ковчин и др., 2002].

Индуктивный преобразователь может использоваться в несколько ином варианте. Этот вариант можно назвать резонансным. В этой конструкции в лед вмораживается катушка индуктивности на жестком каркасе. Но по оси цилиндрического каркаса дополнительно закреплен металлический штырь. В качестве выводов сигнала измерительной информации здесь используются один из выводов катушки и отвод штыря. Это сочетание представляет собой так называемую спиральную однородную линию задержки и характеризуется следующими особенностями. При распространении вдоль линии электромагнитного сигнала происходит его отражение от границы лед-вода. Это обусловлено резкими различиями электрических проводимостей льда и воды. Отраженный сигнал возвращается к началу линии и при частоте, соответствующей длине линии, т.е. толщине льда, совпадает по фазе с исходным сигналом. Тем самым, у такой конструкции формируются резонансные свойства. Соответственно, по значению резонансной частоты можно определять толщину льда. Принцип, заложенный в основу резонансных преобразователей, несомненно, более надежный, чем у чисто индуктивных преобразователей. В этом варианте от проводимости льда и воды преимущественно зависит добротность линии задержки, но не промежуток времени, отображающий толщину льда. Тем не менее, падение добротности из-за связанных с проводимостью льда активных потерь в линии приводит к «размазыванию» резонансного скачка напряжения и, соответственно, к возрастанию погрешности.

Представляется перспективным емкостный метод [Степанюк, 1987], где активные потери во льду не влияют на результат измерений. В этом методе измерительный преобразователь выполнен как конденсатор, одной из обкладок

которого является проводящая вода. Преобразователь вмораживается в лед, и изменение толщины льда приводит к изменению площади этой обкладки и, соответственно, к изменению емкости конденсатора. В емкостном методе сравнительно несложными конструктивными приемами (преимущественно за счет увеличения площади контактирования с водой) может быть получена на порядок более высокая чувствительность, чем в предыдущих конструкциях. При этом благодаря устранению влияния проводимостей льда и воды случайная погрешность измерений уменьшается до значений порядка $\pm 0.1 \dots 0.5\%$ [Ковчин и др., 2002].

Интересным представляется метод измерения толщины льда при помощи георадиолокации. Лед с точки зрения радиолокации является высокоскоростной средой с низкими поглощающими свойствами. Диэлектрическая проницаемость пресного льда на частотах порядка 106-108 Гц равна 3.15, скорость распространения электромагнитной волны внутри льда 17.3 см/нс. При этом точность измерения толщины льда не превышает нескольких сантиметров. Георадиолокационный метод перспективен для оперативного мониторинга больших ледовых полей, позволяет выявлять и локализовывать неоднородности внутри ледяного массива. Георадиолокационные наблюдения можно производить контактно: посредством перемещения антенны георадара по поверхности льда, и бесконтактно – располагая георадар на борту летательного аппарата [Семейкин и др., 2004].

Также известны акустические методы измерения толщины льда по его осадке, предназначенные для использования в составе аппаратуры на буйковых станциях, базирующиеся на принципах активной обратной гидролокации ледяного покрова при известной глубине расположения гидролокатора. Для получения информации о толщине льда по результатам измерения его осадки одновременно обрабатывается информация о гидростатическом давлении и времени прохождения эхосигнала до льда и обратно. Но необходимо учесть, что пересчет осадки льда в его толщину должен производиться с учетом

плотности воды и льда, а также поверхность льда не должна быть нагружена снеговыми наносами. При этом допущении и одновременном STD-профилировании трассы распространения эхосигнала такие приборы достигают точности измерения толщины льда 2-3% [Ковчин и др., 2002].

1.2 Обзор моделей динамики нарастания ледового покрова

Моделированием процесса нарастания ледового покрова и оценкой потоков тепла из воды в лед занимались многие ученые. Обширное количество исследований проводилось на морском льду. Подробный критический обзор одномерных аналитических моделей нарастания морского льда, начиная с классической работы Ж. Стефана [Stefan, 1891], был сделан финским исследователем М. Леппаранта [Leppäranta, 1983, 1993]. Рассмотрев различные варианты постановок задач о фазовом переходе, он оценил их возможности и показал перспективность разработки численных моделей, представленных в работах [Cox et al., 1988; Maykut et al., 1971].

Возможность непосредственного использования моделей динамики фазового перехода в системе морской лед – вода [Leppäranta, 1983, 2009; Saloranta, 2000] для количественного описания ледового покрова пресных озер определяется тем, что по своей структуре, теплофизическим свойствам и химическому составу морской лед заметно отличается от пресноводного.

При количественном описании тепловых процессов, сопряженных с образованием и ростом толщины льда в пресноводных озерах использовались, главным образом, одномерные аналитические [Тихонов и др., 1999; Onuki et al., 1974; Stefan, 1891] и полуаналитические [Ashton, 1986] термодинамические модели. В публикациях [Bengtsson et al., 1996b; Duguay et al., 2003; Leppäranta, 2010; Leppäranta et al., 2010, 2002, 2008, Ménard et al., 2002a, 2002b], посвященных исследованиям и моделированию заснеженного и чистого ледового покрова пресноводных озер, определение потоков тепла из воды в лед производилось по средним градиентам температуры в водной толще.

Перечисленные выше модели, а также модели водоемов, включающие описание динамики ледового покрова [Воеводин и др., 2006; Степаненко и др., 2005; Elo et al., 2000, 1998; Vavrus et al., 1996], из-за отсутствия данных измерений в тонком подледном слое воды не позволяют с достаточной точностью оценить потоки тепла, определяющие направление и интенсивность сопряженных с ними фазовых переходов лед – вода. При этом ледовые явления исследовались в основном на неглубоких пресных водоемах, что ограничивает использование этих моделей и, в частности, количественных оценок входных параметров для описания ледового покрова такого водоема, как озеро Байкал.

Интенсивность вертикального теплообмена в подледной воде и в системе лед – вода играет существенную роль в формировании ледового покрова, определяя темпы его нарастания и деградации. В связи с этим, внимание исследователей уделяется изучению как подледной конвекции [Белолипецкий и др., 2004; Mironov et al., 2006; Pushistov et al., 2000], так и оценкам турбулентного обмена и величин коэффициентов вертикальной теплопроводности [Ellis et al., 1991; Harleman, 1986; Jonas et al., 2003]. Установлено, что в покрытых льдом озерах вертикальный теплообмен замедлен. Скорость его возрастает с началом весеннего таяния ледового покрова [Пивоваров, 1972; Ellis et al., 1991; Likens et al., 1962, 1965; Patterson et al., 1988]. В работе [Зырянов и др., 2016] показано, что учет нелинейности и пампинг-эффекта в задаче Стефана о нарастании льда приводит к дополнительному оттоку до 10% тепла из зоны кристаллизации льда от потока линейной задачи Стефана, что может значительно повлиять на результаты моделирования нарастания ледового покрова.

При исследовании процессов вертикального теплообмена в водоемах подо льдом успешно применяются одномерные численные математические модели. Они основаны на представлении области решения в виде совокупности параллельных слоев с разными характеристиками. Для идентификации и верификации моделей необходима информация о толщине этих слоев, тепловых источниках, о механизмах и интенсивности переноса

тепла в подледной воде и на ее границе с ледовым покровом. Поскольку объектами изучения служат, как правило, мелководные озера и водохранилища, в моделях учитывается также поток тепла из донных отложений в водную толщу.

Процессы вертикального перемешивания водных масс в покрытых льдом мелководных озерах обусловлены водным стоком рек, колебаниями ледового покрова и конвективными токами, индуцированными поступлением тепла из донных отложений и проникающей под лед радиацией [Bengtsson, 1996]. По измерениям [Farmer, 1978], пограничный слой подледной воды, в котором температура увеличивается с глубиной на несколько градусов, но не достигает температуры максимальной плотности, составляет 15-30 см. Устойчивая стратификация препятствует возникновению турбулентного перемешивания в этом слое.

В работе [Patterson et al., 1988] показано, что поток тепла из воды в лед зависит только от условий подо льдом. Ламинарный поток тепла определяется градиентом температуры на границе раздела твердой и жидкой фаз и коэффициентом молекулярной теплопроводности подледного слоя воды. Турбулентный перенос тепла был рассчитан по разности температур на нижней поверхности льда и в воде на горизонте 1 м с учетом скорости течений, плотности и теплоемкости. При этом безразмерный коэффициент теплопереноса был представлен числом Стентона. По данным лабораторных экспериментов [Gilpin et al., 1980], его величина составляла от $(0.6 \div 1.0) \times 10^{-3}$, а по натурным измерениям на покрытых льдом озерах – до 1.4×10^{-3} .

Бенгтсон и Свенсон [Bengtsson et al., 1996a] рассчитывали поток тепла из воды в ледовый покров нескольких мелководных шведских озер по температурным профилям. При этом полагалось, что приращение температуры в слое воды толщиной 1 м линейно. Для косвенной оценки теплового потока к нижней поверхности льда использовалось известное соотношение величин гидродинамических параметров (Nu, Re, Pr и C):

$$Nu = C Re^m Pr^n, m = 0.8, n = 0.4 \quad (1)$$

Значение числа Стентона (C) для однородного турбулентного потока составило 0.023, тогда как в случае потока подо льдом с шероховатой нижней поверхностью, согласно F. Haynes и G. Ashton [Haynes et al., 1979], оно равнялось 0.034. В январе-феврале средний поток тепла из воды в лед составлял на исследованных озерах от 0 до $6 \div 10 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-2}$, а в марте-апреле он был в пределах от 0 до $5 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-2}$.

На небольшом озере Ryan (Minnesota, USA) исследование динамики температуры подледной воды основывалось на измерениях термисторной косой [Ellis et al., 1991; Fang et al., 1996a]. Это позволило определить толщину ламинарного слоя с молекулярной теплопроводностью (0.05 м), выделить переходный слой (~ 0.60 м) и турбулентную зону, а также оценить температурные градиенты на границе лед – вода в разные моменты времени и поток тепла из водной толщи в лед. Коэффициент температуропроводности определялся из уравнения Фика с учетом характеристик льда и дополнительного потока тепла из донных отложений при допущении, что условия подо льдом соответствуют квазистационарному состоянию. Значения коэффициента температуро-проводности a изменялись от $0.13 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ на расстоянии 0.05 м от нижней кромки льда до $0.89 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ на глубине 2.4 м, ниже которой температура воды имела постоянную величину. Значение в непосредственной близости от ледового покрова было близко к молекулярному и возрастало примерно в три раза в зоне термоклина. При переходе к гомотермической водной массе под термоклином значения параметра a заметно увеличивались.

Следует заметить, что предложенный [Ellis et al., 1991] алгоритм расчета потока тепла из воды в лед по температурным профилям основан на допущении, что градиент dT/dz на границе раздела лед-вода равен отношению

приращений $\Delta T/\Delta z$ на интервале Δz , где ΔT - разность температур между ближайшим от границы вмерзшем в лед датчиком и двумя датчиками в подледной воде. Это обусловило недостаточную точность оценки потока тепла. Рассчитанные величины коэффициента температуропроводности слоя подледной воды толщиной 15 см в феврале-марте были меньше молекулярного ($0.13 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$), а 8-15 марта они имели отрицательные значения на расстоянии до 77.5 - 165.0 см ниже границы со льдом.

Х. Фанг и Н. Стефан [Fang et al., 1996b] при моделировании формирования ледового покрова на Trush Lake (Minnesota) и Little Rock Lake (Wisconsin) для расчета коэффициента вертикальной температуропроводности подледной воды воспользовались результатами исследований [Ellis et al., 1991]. Коэффициент был представлен в виде степенной функции частоты Вайсяля. В модельных экспериментах были приняты его значения от $0.012 \text{ м}^2 \cdot \text{сут}^{-1}$ до $0.065 \text{ м}^2 \cdot \text{сут}^{-1}$.

Стефан [Stefan, 1891] рекомендовал для практического использования при расчете текущей толщины льда формулу, следующую из аналитического решения задачи о фазовом переходе, и имеющую вид:

$$\xi(t) = \text{const} \sqrt{\sum_{j=1}^n T_j}, \quad (2)$$

где $\text{const} = \sqrt{2 \cdot \lambda \cdot 86400 / (L \cdot \rho)}$, $\sum_{j=1}^n T_j$ - число градусо-дней со среднесуточной отрицательной температурой воздуха, прошедших с момента начала образования ледового покрова, λ - эффективный коэффициент теплопроводности льда, ρ - плотность льда, L - удельная теплота плавления льда.

Обзоры теоретических и эмпирических формул для расчета толщины озерного и речного льда разной заснеженности по сумме средних суточных отрицательных температур воздуха приведены в работах [Козлов, 2000, 2004; Пивоваров, 1972].

А. А. Тресков [Тресков, 1926], исходя из аналогичных теоретических посылок, установил количественную связь наибольшей толщины льда на оз. Байкал с суммой отрицательных средних суточных температур воздуха с момента замерзания озера в виде:

$$\xi_{\max} = 2.704 \sqrt{\sum_{j=1}^n T_j}, \quad (3)$$

В термодинамической модели роста льда на Ryan Lake [Fang et al., 1996a] использовались величины теплопроводности льда $\lambda = 2.6 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}$ (ТП), а для подледной воды $\lambda = 0.55 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}$ (ТП) [Gu et al., 1990]. Данные авторы вместо значения градиента температуры на границе лед-вода использовали величину прироста температуры ΔT на интервале по глубине $\Delta z = 75 \text{ см}$.

На оз. Вендюрское (Карелия, Россия) температурный градиент на границе лед-вода определялся по измерениям температуры на расстоянии 5 см от нижней кромки ледового покрова. Значения коэффициента теплопроводности, рассчитанные по температурному профилю в двухметровом слое подледной воды, были примерно в 3 раза выше молекулярной величины на горизонте 20 см, и в пять раз – на глубине 2 м. Поток тепла из воды в лед составлял от 0.7 до 1.2 $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$ при среднем значении 0.9 $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$ [Bengtsson et al., 1996b].

Последующие исследования зимних термо- и гидродинамических условий на оз. Вендюрское проводились с постановкой термокосы и всплывающего зонда CTD [Jonas et al., 2003]. Однако измерениями не был охвачен самый верхний слой подледной воды толщиной 15 см. Скорость диссипации турбулентной энергии и интенсивность вертикального турбулентного обмена, определяющего поток тепла к нижней границе ледового покрова, оценивались по пульсациям температуры в слое воды мощностью в несколько метров, а также учитывался поток тепла из донных отложений в воду [Bengtsson et al., 1996b]

1.3 Выводы по главе 1

1. Для количественного описания тепловых процессов, сопряженных с образованием и ростом толщины льда в глубоководных пресноводных озерах, таких как озеро Байкал, нельзя использовать модели динамики фазового перехода в системе морской лед – вода, так как по своей структуре, теплофизическим свойствам и химическому составу морской лед заметно отличается от пресноводного.

2. В известных одномерных аналитических и полуаналитических термодинамических моделях пресноводных озер определение потоков тепла из воды в лед производилось по средним градиентам температуры в водной толще, что не позволяет с достаточной точностью оценить потоки тепла, определяющие направление и интенсивность сопряженных с ними фазовых переходов лед-вода. При этом ледовые явления исследовались в основном на неглубоких пресных водоемах, что ограничивает использование этих моделей и, в частности, количественных оценок входных параметров для описания ледового покрова такого водоема, как озеро Байкал.

3. При исследовании зимних термо- и гидродинамических условий с помощью термокосы и всплывающих зондов измерениями не был охвачен самый верхний слой подледной воды толщиной 15 см.

4. Выполненная классификация методов и средств измерения толщины льда показала, что наиболее перспективным и точным методом является акустический метод, погрешность измерения которого составляет 2-3 %. Поэтому целесообразно разработать гидроакустический измеритель толщины льда, действующий по принципу обратного эхолота.

5. При исследовании процессов вертикального теплообмена в водоемах подо льдом успешно применяются одномерные численные математические модели, основанные на представлении области решения в виде совокупности параллельных слоев с разными характеристиками. Для идентификации и верификации моделей необходима точная информация о толщине этих слоев, тепловых источниках, о механизмах и интенсивности

переноса тепла в подледной воде и на ее границе с ледовым покровом. Поэтому необходима разработка аппаратно-программного комплекса, позволяющего в режиме *in situ* автономно выполнять непрерывный мониторинг вертикального распределения температуры в надледном воздухе, ледовой толще и подледном слое воды и регистрацию метеопараметров в течение нескольких месяцев.

Глава 2. Устройство разработанного автономного ледового комплекса

2.1 Общее описание комплекса

Автономный ледовый комплекс (АЛК) предназначен для регистрации вертикального распределения температуры в воздухе, в толще льда, и подледном слое воды, поступающей и проходящей под слой снега и ледовый покров солнечной радиации, а также толщин снежного и ледового покровов. Блок-схема устройства представлена на рис. 1

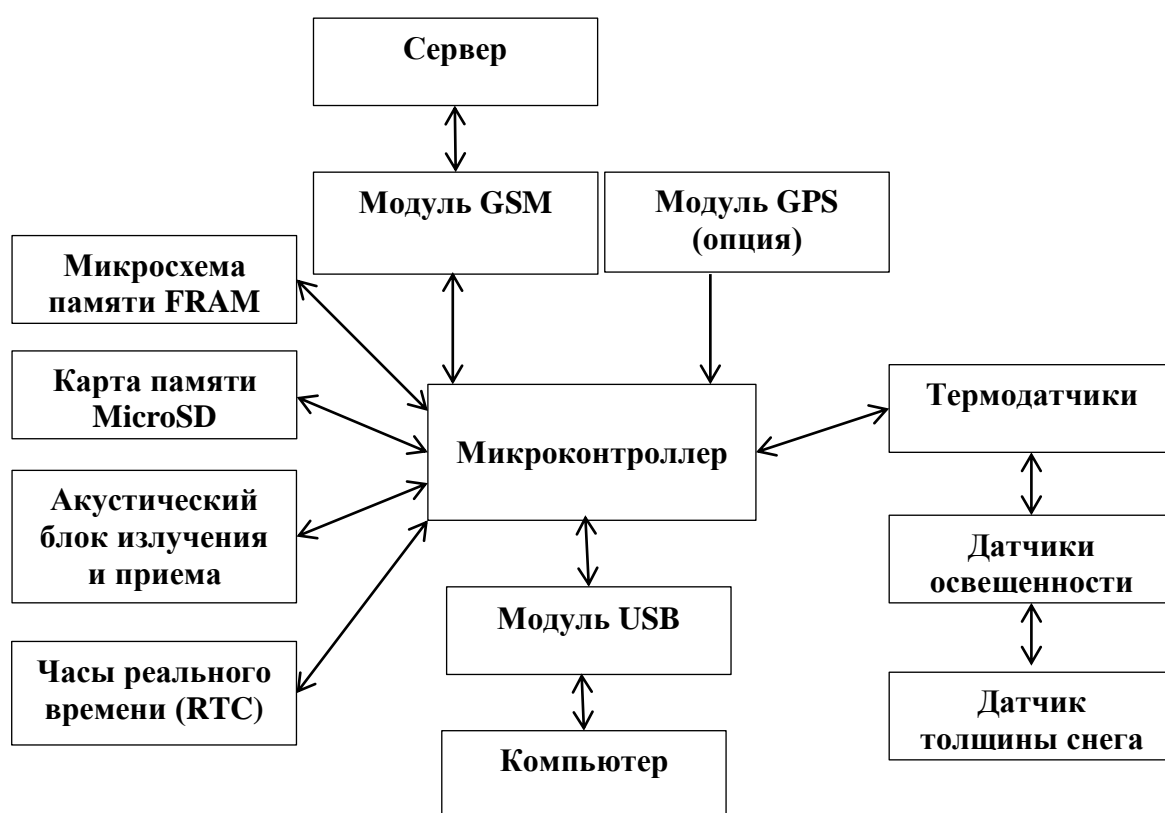


Рисунок 1. Блок схема АЛК

Логику работы всего устройства задает 32-х разрядный микроконтроллер PIC33EP256MU806 фирмы Microchip, который является связующим звеном всех элементов системы. Схема обвязки микроконтроллера и название управляющих сигналов приведены на рис. 2.

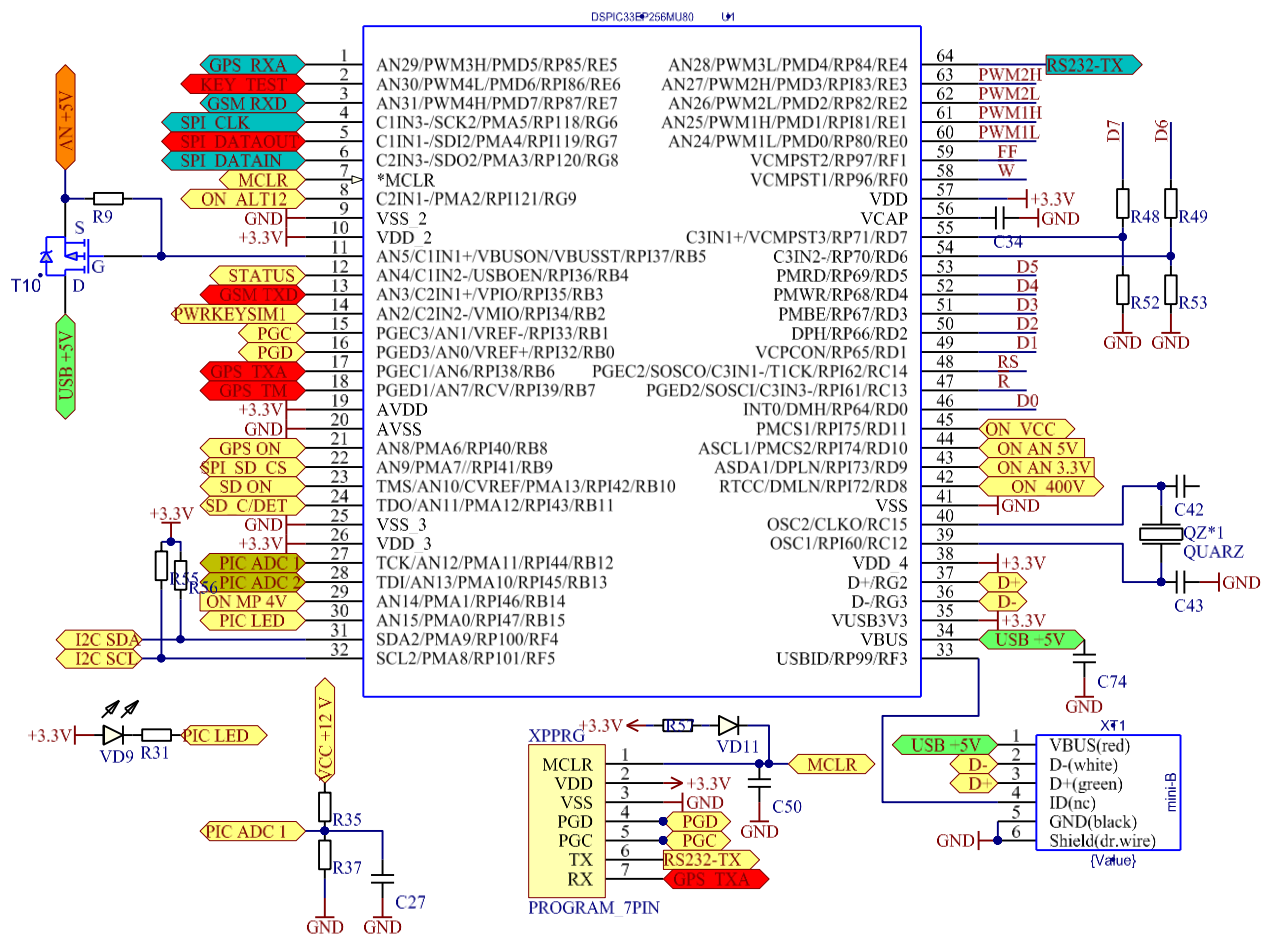


Рисунок 2. Схема обвязки микроконтроллера

В память микроконтроллера записана программа, определяющая логику взаимодействия всех блоков прибора. Программа написана на языке Си и имеет блочную структуру. Каждый блок взаимодействует со своей частью прибора, например, блок измерения времени между излучением и приемом посылки, блок опроса датчиков в косе, блок работы с картой памяти SD, блок взаимодействия с ПК, блок работы с часами реального времени, блок передачи данных и другие. Эти блоки формируют единый алгоритм измерения и могут быть гибко сконфигурированы.

Для формирования напряжения питания измерительных датчиков в термодатчике применены высокостабильные линейные DC-DC преобразователи с низким уровнем пульсаций (4 мкВ) на базе микросхем TPS7A4700 (Texas Instruments). Стабилизированные 12В формируются на базе импульсных DC-DC преобразователей MCP16301 (Microchip), см. рис. 3.

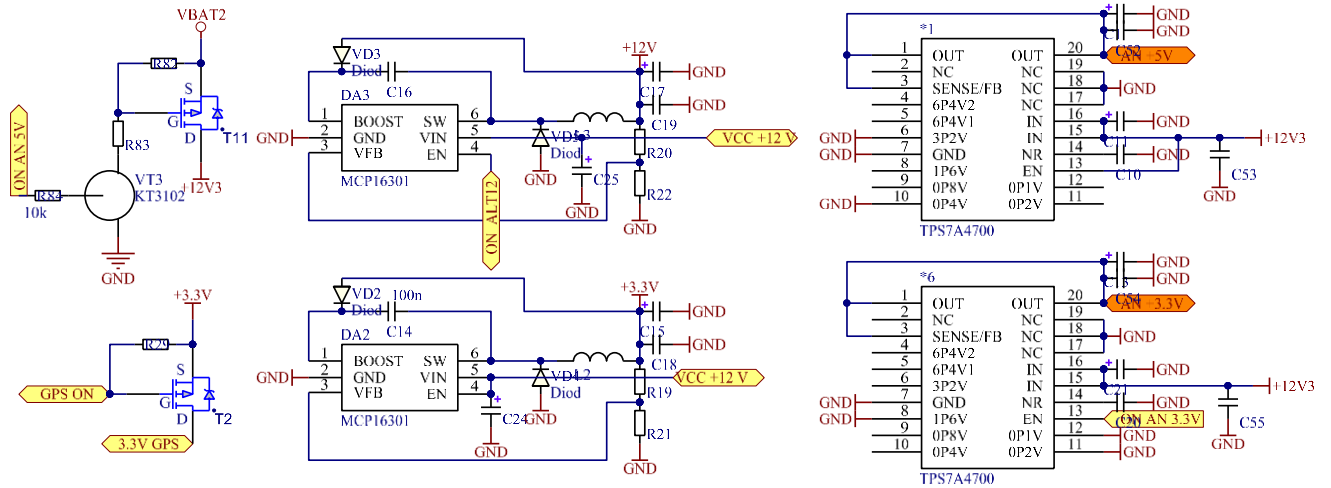


Рисунок 3. Схема цепей питания

Для передачи данных на сервер через сеть Интернет в устройстве имеется GSM модуль на базе SIM900D. Схема обвязки модуля приведена на рис. 4.

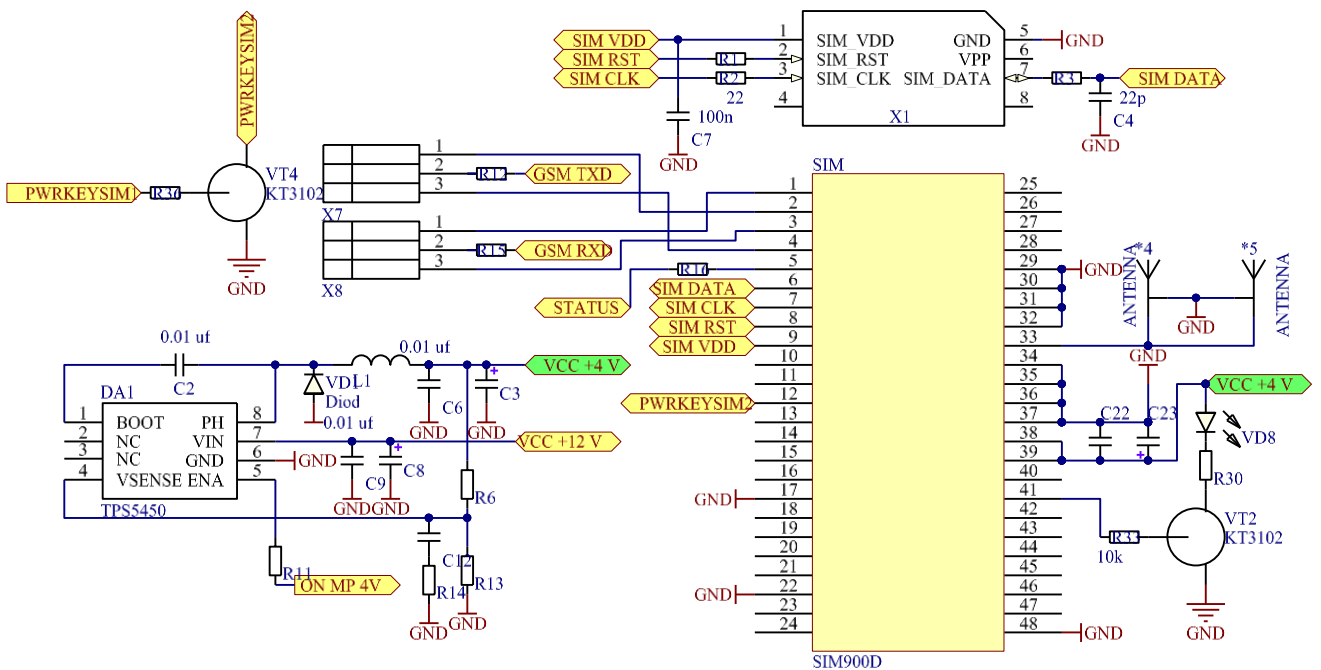


Рисунок 4. Схема обвязки модуля SIM900D

Напряжение питания модуля составляет 4.2В, оно формируется управляемым импульсным DC-DC преобразователем на базе микросхемы TPS5450. Для работы в сети GSM присутствует слот для SIM карты. Модуль подключен к микроконтроллеру по интерфейсу UART.

Модуль часов реального времени выполнен на базе микросхемы DS3232MZ (Maxim Integrated) со встроенным высокостабильным

термокомпенсированным кварцевым генератором (рис. 5) и собственным резервным источником питания. Коррекция часов осуществляется периодической временной синхронизацией с интернет-сервером во время выгрузки данных. Опционально имеется возможность поставить GPS приемник для более точной синхронизации времени по спутникам.

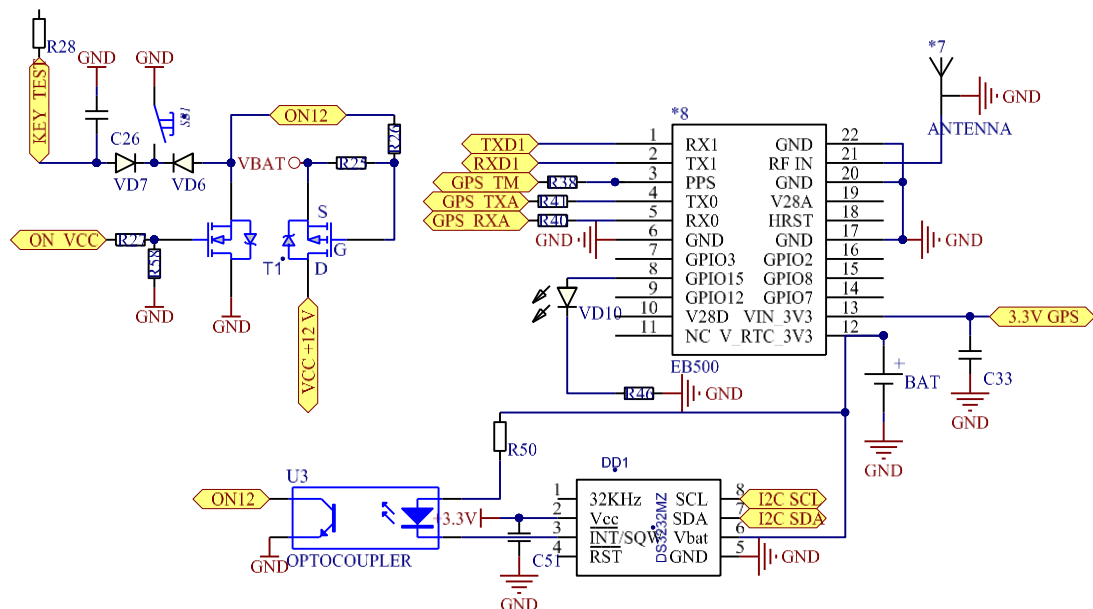


Рисунок 5. Схема модуля GPS и часов реального времени

Показания со всех датчиков регистрируются с настраиваемой дискретностью от 1 минуты и сохраняются на сменной карте памяти формата micro-SD (рис. 6). Для хранения настроек прибора, а также его статуса, применена микросхема FRAM с неограниченным количеством циклов перезаписи.

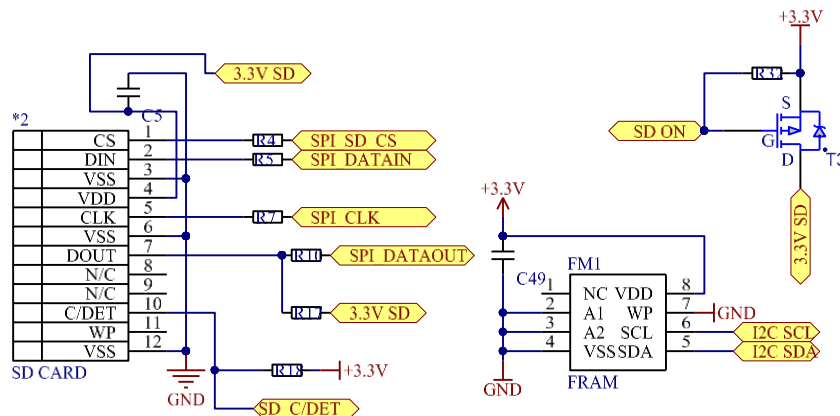


Рисунок 6. Схема модуля SD карты и памяти FRAM

Комплекс питается от 8 или 12 литиум-тионил-хлоридных ($Li-SOCl_2$) элементов питания ER34615 обеспечивающих непрерывную работу прибора в течение всего ледового сезона. Для транспортировки комплекса предусмотрен специально изготовленный переносной бокс, вмещающий 3 экземпляра комплекса.

Для калибровки комплекса был изготовлен специальный термостат, одновременно вмещающий все термодатчики одного экземпляра комплекса. В качестве эталонных термометров могут применяться либо 2 цифровых термодатчика фирмы Seabird Electronics совместно с логгером SBE-25, либо термолоттеры RBR-soloT. Настройка режима работы прибора осуществляется с компьютера через USB или порт RS-232 и представляет собой терминал с набором команд, позволяющих осуществлять настройку, тестирование прибора и работу с данными.

Технические характеристики разработанного комплекса:

1. Измеряемые параметры и их разрешающая способность:
 - 1.1 Температура 0.002 °C
 - 1.2 Солнечная радиация 0.1 Вт/м²
 - 1.3 Толщина льда 0.05 мм
 - 1.4 Толщина снега 2 мм
2. Точность временной синхронизации не хуже 5 с.
3. Емкость энергонезависимой памяти данных не более 32 Гбайт

2.2 Измерительная система комплекса

При проектировании измерительной системы комплекса упор был сделан на обеспечение модульной архитектуры, позволяющей создавать все возможные конфигурации различных датчиков, при этом необходимо было обеспечить работу всех датчиков по четырехпроводному кабелю. При выборе протокола физического уровня для обеспечения обмена информацией между

основным устройством и датчиками необходимо было учесть следующие моменты:

1. обязательна адресация всех подключенных к линии связи датчиков,
2. линия связи должна занимать не более двух проводов,
3. необходимо достаточное быстродействие для опроса большого количества датчиков,
4. В продаже должны быть доступны готовые недорогие датчики поддерживающие выбранный интерфейс связи.

Большинству из этих критериев удовлетворяют физические уровни протоколов RS-485, CAN и I²C. Выбор был остановлен на шине I²C.

Для обеспечения модульности конструкции были спроектированы формы для заливки миниатюрных герморазъемов, позволяющих, с одной стороны, комбинировать датчики в любой последовательности, а, с другой стороны, обеспечивающих компактную транспортировку комплекса.

Измерительная система комплекса (рис. 7) состоит из 30 температурных датчиков, расположенных по вертикали с шагом 5 см во льду с увеличением шага до 10-50 см в воздухе и подледной воде глубже одного метра. Система включает четыре датчика освещенности, находящихся в воздухе на расстоянии 1.5 м от поверхности льда, на его поверхности и на расстоянии 1.5 м и 5 м от нее в подледной воде. В воздухе, на расстоянии 1 м от поверхности льда, расположен ультразвуковой измеритель толщины снежного покрова.

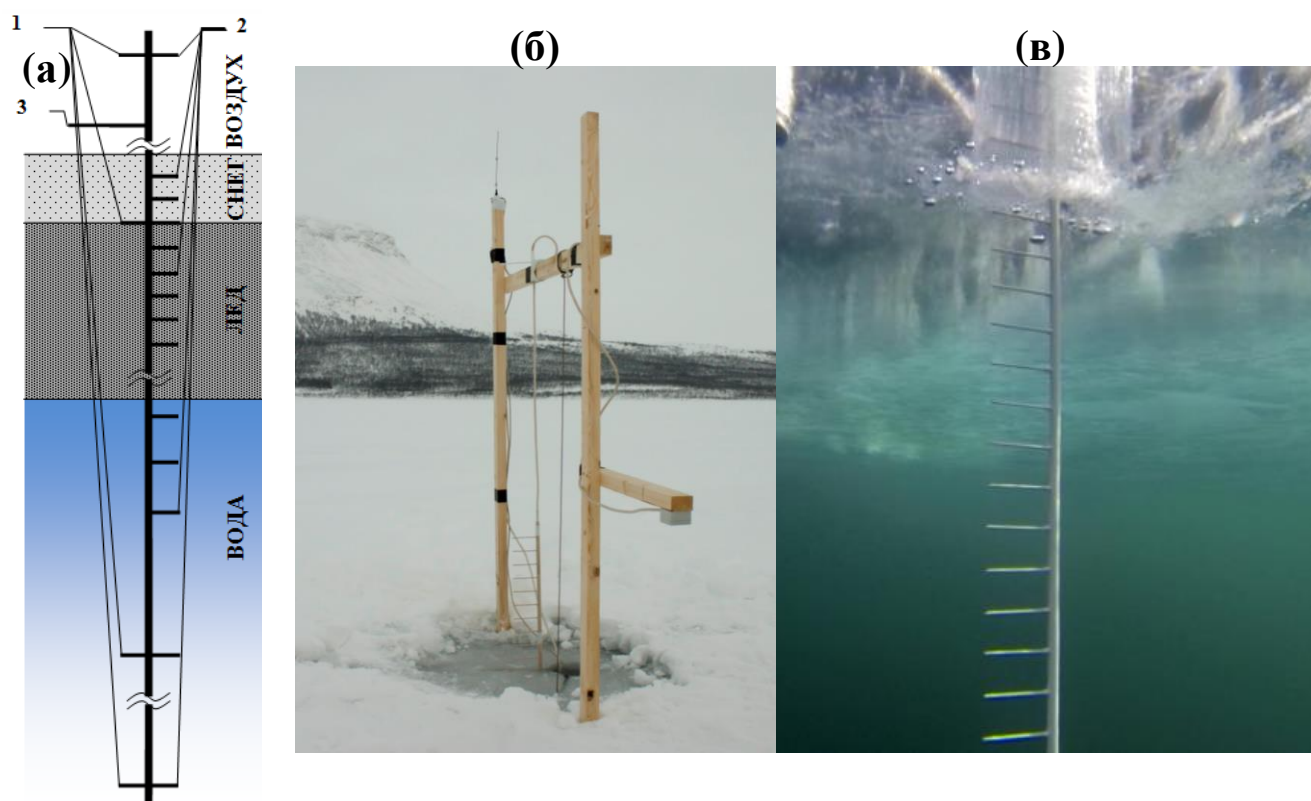


Рисунок 7. (а) Измерительная система комплекса: 1 – датчики освещенности, 2 – датчики температуры, 3 – датчик толщины снежного покрова; (б) и (в) – фотографии надводной и подводной измерительных частей комплекса соответственно

Выносная конструкция термодатчиков обеспечивает минимальное температурное влияние основного несущего кабеля на измеряемую ими температуру. Их миниатюрность позволяет получать профиль температуры с высоким разрешением по вертикали. Наличие датчиков освещенности в воздухе, на поверхности льда и в подледной воде позволяет оценить ослабление солнечной радиации во льду и в толще воды, а использование информации о толщине снежного покрова – изучать его влияние на количество проходящей под снег солнечной радиации.

2.2.1 Модуль цифровых датчиков температуры

Основными датчиками температуры были выбраны микросхемы MAX31725. Эта микросхема представляет из себя локальный термодатчик на основе P-N-перехода с интеграцией на кристалл АЦП, цифрового ядра и интерфейса I²C. Встроенное 16-битное АЦП позволяет производить измерения

температуры с высоким разрешением 0.004 С каждые 50 мс. А при усреднении отсчетов за две секунды позволяет достичь разрешения <0.001 С. Микросхема MAX31725 позволяет адресовать до 32-х экземпляров устройств на одной шине, но из-за пересечения адресов с другими устройствами в нашем случае позволяет достичь до 25 датчиков температуры на один экземпляр АЛК. Для увеличения количества датчиков температуры в одной термокосе был разработан модуль на основе микроконтроллера PIC24F08KL200, позволяющий производить опрос от 8 и более датчиков температуры по собственной I²C шине. Схема модуля приведена на рис. 8.

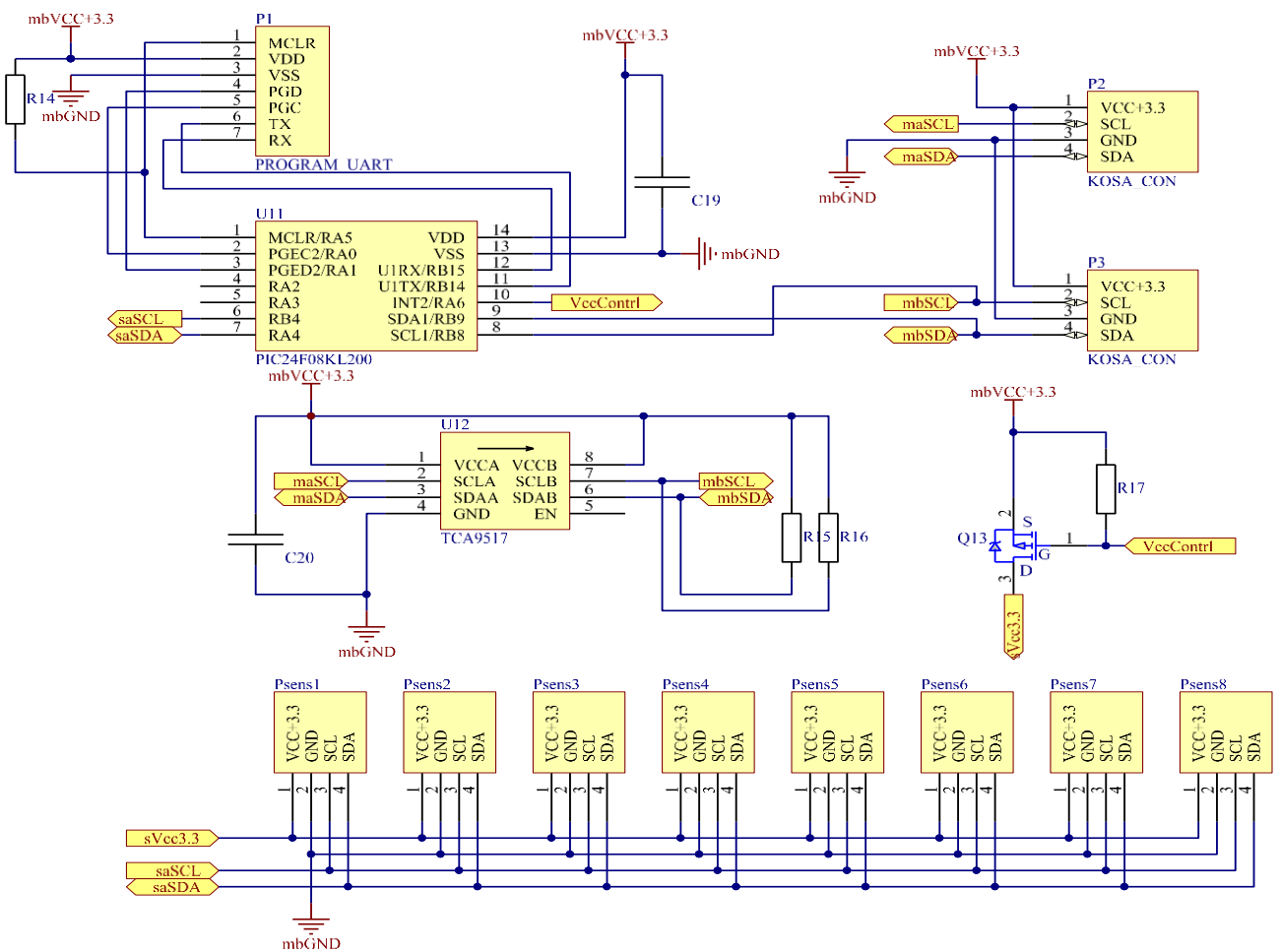


Рисунок 8. Схема модуля цифровых температурных датчиков

На входе в модуль установлен повторитель I²C шины на базе микросхемы TCA9517, позволяющий значительно увеличить общую протяженность линии и при этом избежать эффектов сопряженных с увеличением ее паразитной емкости. Микроконтроллер подает питание на

температурные датчики только в момент их опроса по команде центрального микроконтроллера, что позволяет уменьшить общее потребление электроэнергии АЛК. Каждый температурный датчик находится на отдельной плате, которая впаивается в плату модуля под прямым углом и обеспечивает вынос датчика от основного кабеля косы на 10 см. Распаянный модуль полностью заливается полиуретановым компаундом. Форма для заливки обеспечивает формирование двух четырехконтактных герморазъемов типа «папа» и «мама» с каждой из сторон модуля, создавая возможность наращивания модулей по высоте один к другому. Для микроконтроллера была специально разработана программа «бутлоадер», позволяющая в любой момент времени обновлять его прошивку по I²C шине после его заливки в полиуретан.

2.2.2 Модуль аналоговых датчиков температуры

Для получения более высокого разрешения как по температуре, так и по пространству, в области термодатчиков, вмерзающих в процессе эксперимента в ледовый покров, был разработан модуль аналоговых датчиков температуры. В качестве чувствительных элементов были применены полупроводниковые термисторы СТЗ-18 диаметром 0.5 мм с постоянной времени не более 1 секунды и сопротивлением 2.2 кОм. Внешний вид аналогового датчика показан на рис. 9



Рисунок 9. Внешний вид аналоговых температурных датчиков.

Преимущество бусинкового полупроводникового термистора состоит в том, что он чувствителен к небольшим высокоскоростным изменениям

температуры и имеет малые размеры. Модуль построен на основе микроконтроллера PIC24F08KL200 и АЦП ADS1247. Схема модуля приведена на рис. 10.

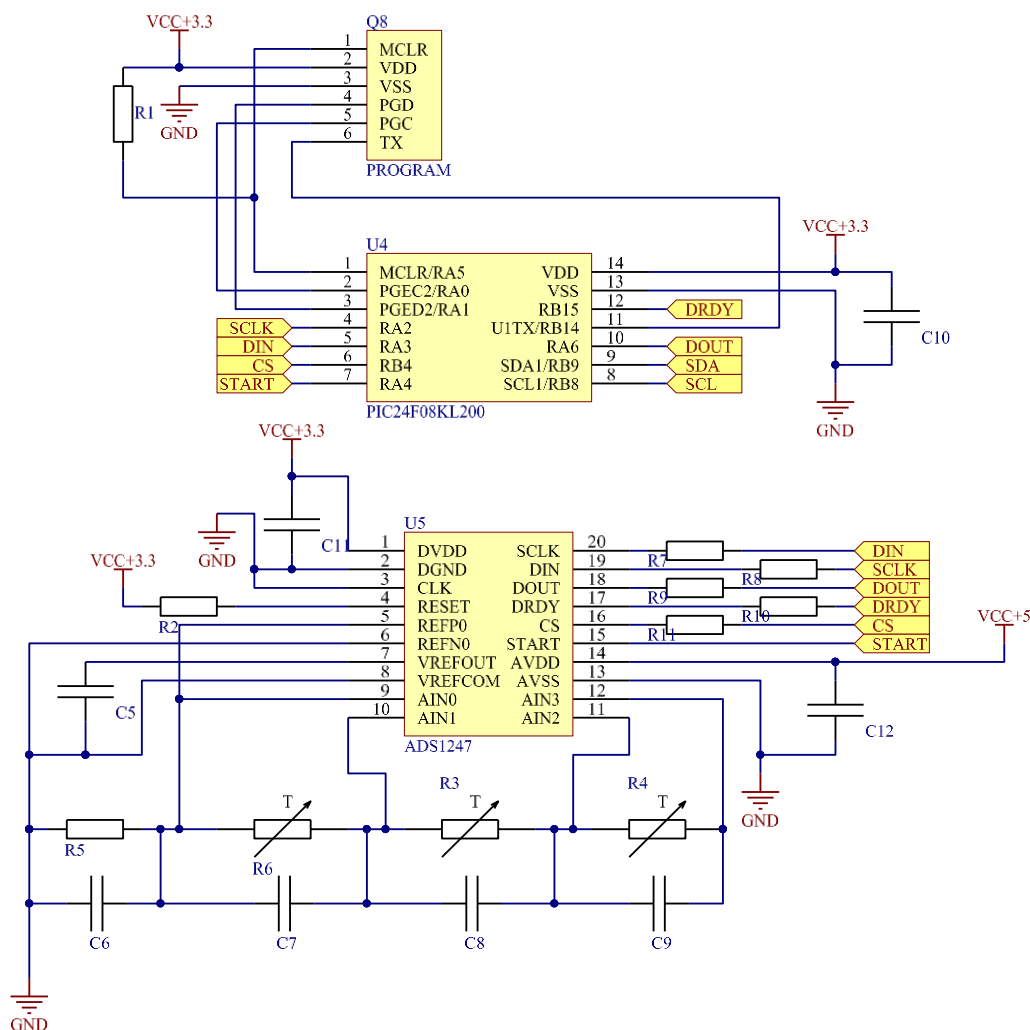


Рисунок 10. Схема модуля аналоговых температурных датчиков

2.2.3 Датчик освещенности

В качестве датчиков освещенности были применены высокоинтегрированные оптические датчики MAX44005 и MAX44008. Эти микросхемы интегрируют возможности шести различных датчиков — цветowych (красный, зеленый, синий), датчика уровня общей освещенности, ИК-излучения и температуры. Шесть встроенных в микросхему АЦП позволяют производить измерения сигналов одновременно по всем каналам. На выходе, по цифровому интерфейсу датчик выдает уже откалиброванные значения в Вт/м². В микросхемах установлены фотодиоды пяти типов, чувствительные к красной,

зеленой, синей, инфракрасной областям спектра (максимумы чувствительности на 630, 538, 470 и 850 нм соответственно), а также с кривой чувствительности, соответствующей человеческому глазу (максимум чувствительности 538 нм). Датчик обладает высокой чувствительностью (0.001 Lux). Встроенный датчик температуры используется для компенсации влияния изменений температуры на показания датчиков освещенности и ИК-излучения. Для установки датчика освещения была разработана специальная печатная плата, совмещающая датчик температуры. Схема модуля приведена на рис. 11.

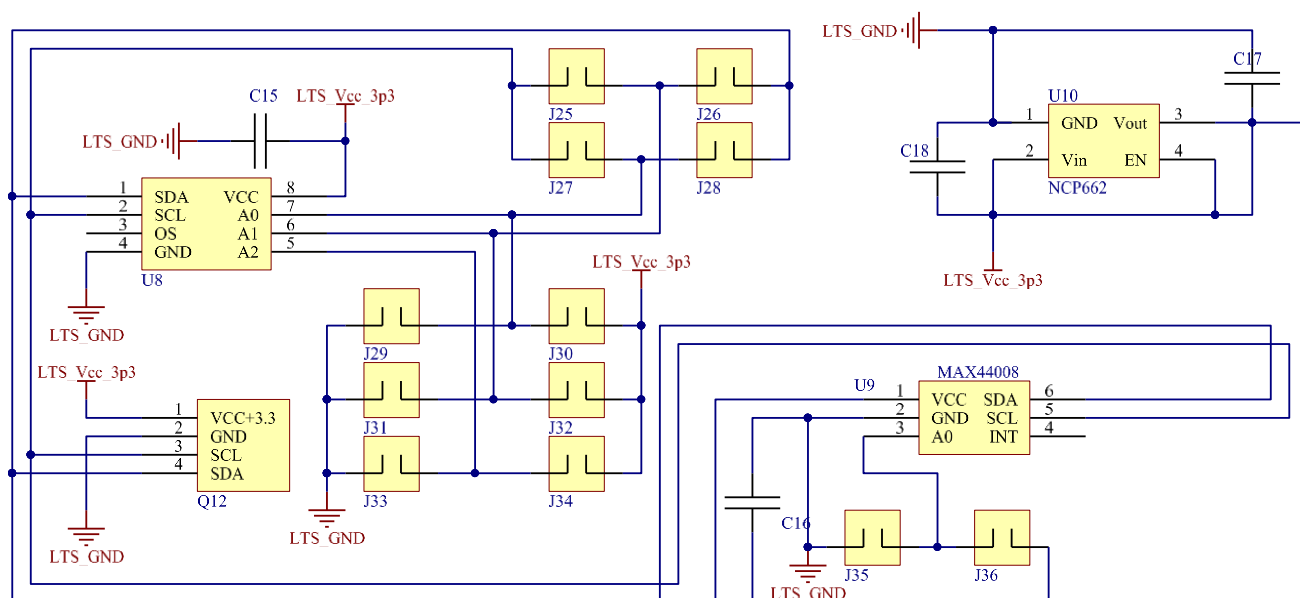


Рисунок 11. Схема совмещенного датчика освещенности и температуры

Разводка платы позволяет перед ее заливкой выставить адресацию датчиков температуры и освещенности, а также опционально установить понижающий до 1.8 В преобразователь питания на базе микросхемы NCP662. Внешний вид изготовленного датчика приведен на рис. 12.



Рисунок 12. Внешний вид изготовленного датчика освещенности.

2.2.4 Измеритель толщины снежного покрова

Для измерения толщины снега был разработан ультразвуковой измеритель. Датчик располагается в воздухе на фиксированном расстоянии от поверхности льда и измеряет время пролета акустической посылки до верхней границы снежного покрова и обратно. При выпадении снега граница отражения смещается в сторону датчика, таким образом уменьшая время между излучением и приемом. Для расчета расстояния до границы снежного покрова по времени пролета сигнала используется расчетная скорость звука с учетом измеренной температуры воздуха с термодатчиков в косе автономного ледового комплекса. Несущая частота излучаемой посылки составляет 40 кГц. Достигнутое разрешение по расстоянию составляет 1 мм. Внешний вид датчика приведен на рис. 13.



Рисунок 13. Схема модуля аналоговых температурных датчиков

2.3 Модуль гидроакустического измерителя толщины ледового покрова

Для измерения толщины льда был разработан гидроакустический модуль, работающий по принципу обратного эхолота [Асламов и др., 2010]. Выбор метода измерения основывался на том, что прибор должен быть рассчитан на частые и высокоточные измерения, которые позволят наблюдать динамику нарастания толщины льда. Концепция установки прибора приведена на рис. 14.

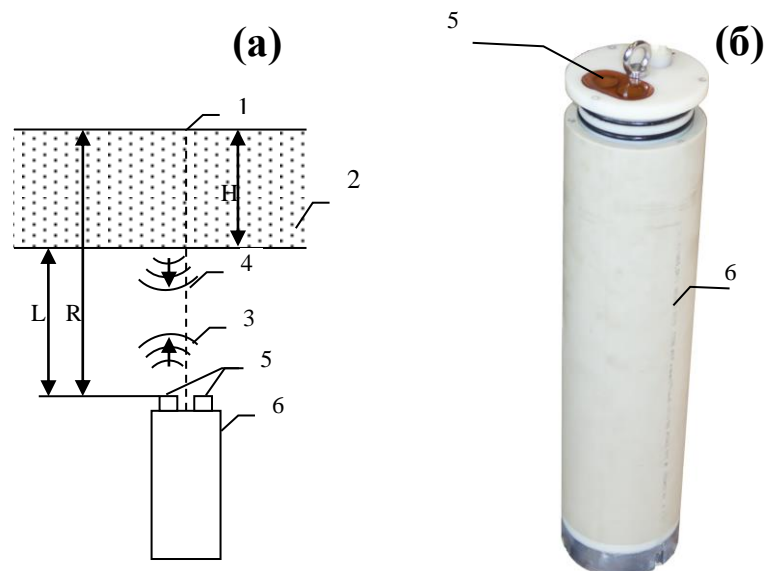


Рисунок 14. (а) Принцип работы подледного измерителя толщины льда: 1 – подвесная система, 2 – лед, 3 – излучаемый сигнал, 4 – отражённый сигнал, 5 – гидроакустические преобразователи, 6 – корпус прибора; (б) – фотография корпуса прибора

В комплексе применен разработанный гидроакустический метод измерения толщины ледового покрова по принципу обратного эхолота. Для этого в верхнюю крышку корпуса с регистратором встроены излучающий и приемный гидроакустические преобразователи.

Регистратор подвешивается на тросе в воде на фиксированном расстоянии R от поверхности льда (рисунок 14). Суть акустического метода измерения заключается в том, что в воду излучается модулированная акустическая посылка, она отражается от нижней кромки льда, и отраженный сигнал регистрируется приемником. Зная время, прошедшее между излучением и приемом, а также скорость звука, можно вычислить расстояние до границы лед-вода L , а, следовательно, и толщину льда H (рисунок 14).

Для измерения толщины льда была выбрана концепция подледного измерителя по следующим причинам:

1. Большой градиент температур во льду не позволяет точно найти скорость звука;
2. Излучатель проще установить в воду, чем в лед;

3. Измерения проводятся зимой, а обеспечить надежную работу блока электроники в мороз сложно, под водой же температура всегда выше 0 °С.

Но подледный измеритель имеет и свои минусы:

1. Влияние длины подвеса на результат измерений;
2. Влияние подвеса на процесс образования льда;
3. Необходимость герметизации прибора.

Самая большая проблема – влияние подвеса – решается выбором материала подвесного троса. Этот материал должен иметь минимальный коэффициент теплового расширения, а его коэффициент теплопроводности должен быть меньше чем у льда. Также трос должен быть устойчив к растягиванию и не изменять свою длину под постоянной нагрузкой. Лучший результат показал стальной трос толщиной 4 мм, покрытый пластиком. Пластик обладает малой теплопроводностью и не значительно искажает естественный процесс нарастания льда, стальной трос устойчив к растягиванию, а расчетные изменения длины троса, вызванные колебаниями температуры воды, меньше разрешения прибора на 2 порядка.

Для того, чтобы точно найти расстояние до льда, необходимо знать профиль скорость звука в воде. Распространение акустических колебаний в какой-либо среде определяется свойствами упругости среды. Жидкости и газы не обладают упругостью сдвига. С другой стороны, в них при сближении или удалении двух соседних слоев возникают возвращающие силы, препятствующие деформациям сдвига и растяжения. Так как колебания частиц среды происходят в направлении возвращающих упругих сил, распространение фронта первоначального смещения возможно только в виде продольной волны. Скорость продольных волн C в воде определяется выражением

$$C = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad (4)$$

где K - объемный модуль упругости, ρ - плотность среды.

Так как величины K , ρ зависят от температуры T , солёности S , гидростатического давления P , скорость звука является функцией этих

факторов. Зависимость скорости звука от этих величин была установлена опытным путем и представляется в виде различных эмпирических формул, в частности, для пресноводных водоемов широко известна формула Чена-Милеро [Chen et al., 1986]:

$$C(T, S, P) = 1402,388 + 5,0371T - 5,8085 \cdot 10^{-2}T^2 + 3,342 \cdot 10^{-4}T^3 - 1,478 \cdot 10^{-6}T^4 + \\ + 3,146 \cdot 10^{-9}T^5 + (1,322 - 7,01 \cdot 10^{-3}T + 4,9 \cdot 10^{-5}T^2)S + \\ + (0,15564 + 4,046 \cdot 10^{-4}T - 8,15 \cdot 10^{-7}T^2 - 5,58 \cdot 10^{-5}S)P + 1,593 \cdot 10^{-5}P^2 \quad (5)$$

Формулу (5) можно применять для пресных вод с температурой от 0°C до 30°C, соленостью от 0 до 0.6 г/кг и давлением от 0 до 180 бар. В пределах этих величин среднеквадратичное отклонение восстановления скорости звука, как утверждают авторы, не превышает ±0.04 м/сек.

Формула (5) описывает зависимость скорости звука в воде от трех основных параметров: температуры, гидростатического давления и солености. В нашем приложении зависимостью от давления можно пренебречь, так как глубина очень мала. Среднее значение солености в озере Байкал около 0.096 г/кг, а изменения ее не превышают 23 % от максимальной величины, что соответствует пренебрежимо малому изменению скорости звука на 0.02 м/с. В частности известно, что соленость подледного слоя воды немного выше среднего значения и составляет около 0.1 г/кг [Гранин и др., 1999а]. Следовательно, на скорость звука в нашем приложении наиболее сильно влияет только температура воды. Таким образом, вертикальный профиль скорости звука рассчитывается по профилю температуры, полученному с косы термодатчиков при среднем атмосферном давлении 730 мм рт. ст. и средней солености подледного слоя воды Байкала равной 0.1 г/кг. Для расчета используется уравнение состояния TEOS-2010 [McDougall, Trevor J.; Barker, 2011], адаптированное для пресной воды оз. Байкал.

Высокая разрешающая способность метода (0.05 мм) обеспечивается за счет излучения в воду фазоманипулированного зондирующего импульса, применения цифровой обработки и корреляционного детектирования сигнала. Излучаемая посылка формируется микроконтроллером и представляет собой

фазоманипулированный сигнал на основе M-последовательности длительностью 20 бит. На каждый бит контроллер формирует 6 периодов несущей частоты 330 кГц. Применение M-последовательности обеспечивает минимальные боковые лепестки в автокорреляционной функции. Прием осуществляется высокоскоростным АЦП с частотой преобразования 16 МГц, с сохранением формы отраженного сигнала в FIFO буфер. Вид формы отраженного сигнала и его корреляционная функция с образцовым сигналом приведена на рис. 15.

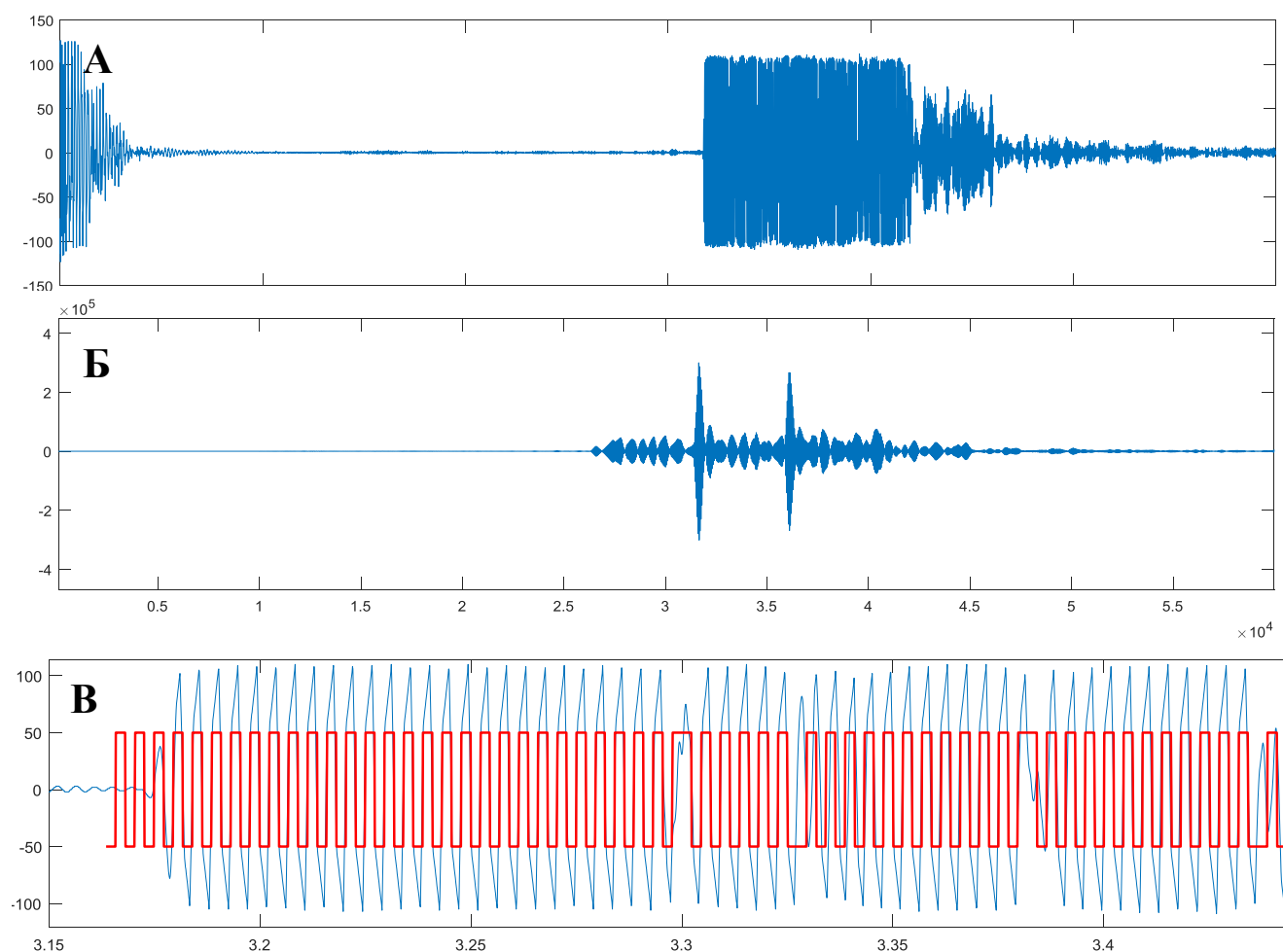


Рисунок 15. Форма отраженного сигнала (А), корреляционная функция с образцовым сигналом (Б), увеличенный фрагмент принятого сигнала (синяя линия) с наложенным образцовым сигналом (красная линия) (В).

На рисунке видно, что принимается два отраженных сигнала (два пика на корреляционной функции). Первый сигнал – отраженный от нижней

поверхности льда, а второй – прошедший через лед и отраженный от верхней поверхности льда. Корреляционный метод детектирования позволяет различать разницу в приходе сигнала с точностью одного такта АЦП (62.5 нс) что соответствует точности определения расстояния, равной 0.05 мм. Абсолютная точность измерения толщины льда определяется точностью измерения длины подвесного троса при установке прибора, и затем корректируется по моментам вмерзания термодатчиков в лед.

Рабочий диапазон регистрации толщины ледового покрова составляет 0.2-2.8 м. Для сравнения, известные гидроакустические измерители толщины льда, устанавливаемые на дне, дают в лучшем случае точность в единицы сантиметров, т.к. не имеют жесткой связи с поверхностью ледового покрова. Их недостаточная точность определяется точностью измерения гидростатического давления, зависящей от знания атмосферного давления на момент измерения, и точностью эхолота, показания которого зависят от знания достоверного профиля скорости звука в каждый момент времени. Дополнительную неопределенность вносит наличие снежного покрова вызывающего прогиб ледового покрова, и завышающего, таким образом, расчетные значения его толщины.

2.3.1 Конструкция излучающего тракта

В качестве излучающего и принимающего элемента использован пьезопреобразователь ЦТС-26 с резонансной частотой 360 кГц. Для излучения мощного длительного фазоманипулированного сигнала требуется раскачать пьезопреобразователь высоким напряжением. Для этого в схеме излучающего тракта применяется повышающий DC-DC преобразователь из 12В в 400В на базе микросхемы LTC3721. Принципиальная схема преобразователя приведена на рис. 16. Схема включается сигналом ON_400V, подающимся с микроконтроллера на транзистор VT1. ШИМ сигналы с преобразователя подаются на первичную обмотку трансформатора, закорачивая ее на землю транзисторами T4 и T5. Обратная связь выполнена на микросхеме TL431 (VD18) через опторазвязку U4.

Выпрямление высоковольтного напряжения выполнено на диодном мосту VD12-VD15 и конденсаторах C56-C59. Дополнительно на трансформаторе формируется еще два гальванически развязанных напряжения 12V1 и 12V2 для питания управляющих драйверов.

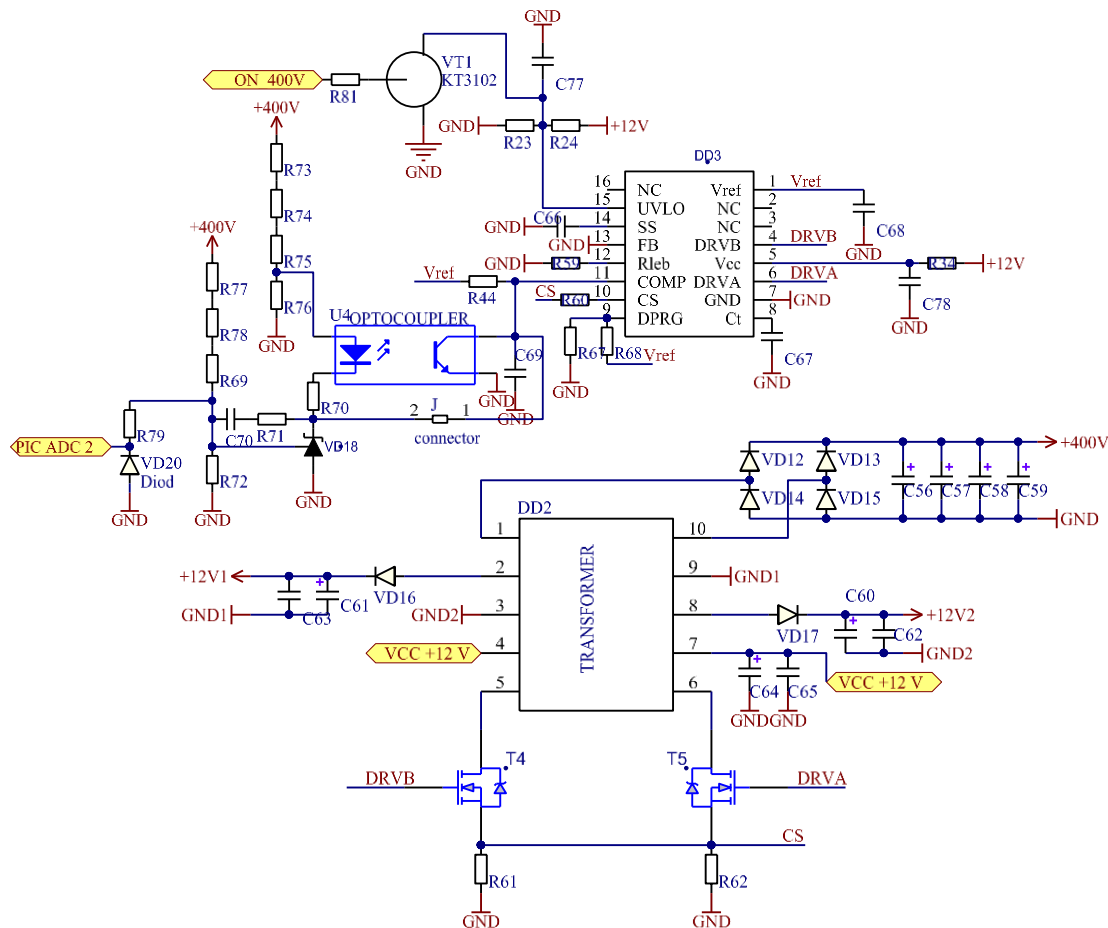


Рисунок 16. Принципиальная схема повышающего DC-DC преобразователя из 12В в 400В.

Задача передающего тракта – формирование мощного электрического сигнала для пьезоэлемента. Излучатель выполнен по push-pull схеме на полевых транзисторах Т6-Т9 и мощных драйверах IRS21867. Принципиальная схема излучающего тракта представлена на рис. 17.

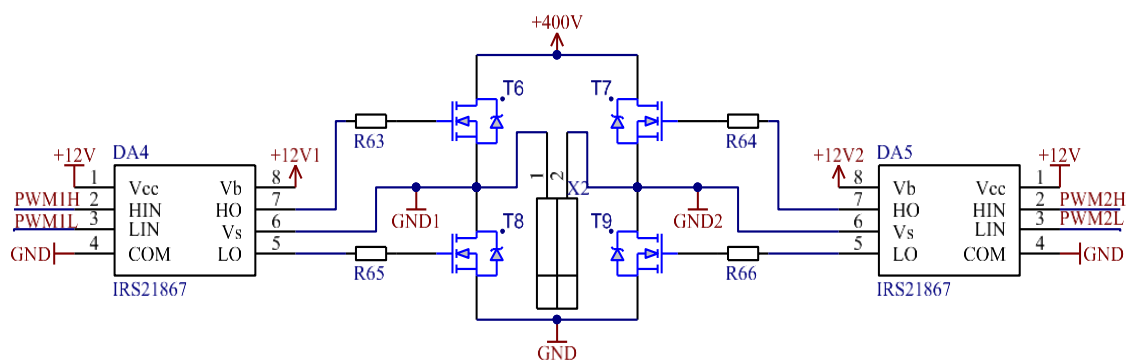


Рисунок 17. Принципиальная схема излучающего тракта.

На каждый из драйверов с контроллера приходит по два управляющих сигнала PWMH и PWML для управления соответственно верхним и нижним транзистором. Силовая часть драйверов запитывается от гальванически развязанных напряжений питания сформированных на трансформаторе (рис. 16). Транзисторы первого и второго драйвера работают в противофазе, попеременно подключая излучатель то к +400В, то к «земле», таким образом, увеличивая peak-to-peak размах выходного сигнала до 800 В.

2.3.2 Конструкция приемного тракта

Приемник выполнен на двух каскадах усилителя ОРА2681. Для регулировки коэффициента усиления в обратной связи второго каскада усилителя применена микросхема цифрового потенциометра МСР4551 (Microchip). Для защиты усилителя от возможного высокого напряжения на пьезокерамическом преобразователе на его входе установлены два разнонаправленных диода VD19, таким образом, порог ограничения составляет приблизительно ± 0.6 В. Усиленный сигнал поступает на высокоскоростной восьмиразрядный АЦП ADS830 (Texas Instruments), работающий на частоте 16 МГц. Принципиальная схема приемного тракта приведена на рис. 18. Для буферизации оцифрованных данных используется высокоскоростной асинхронный FIFO буфер IDT7208 объемом 64 КБ.

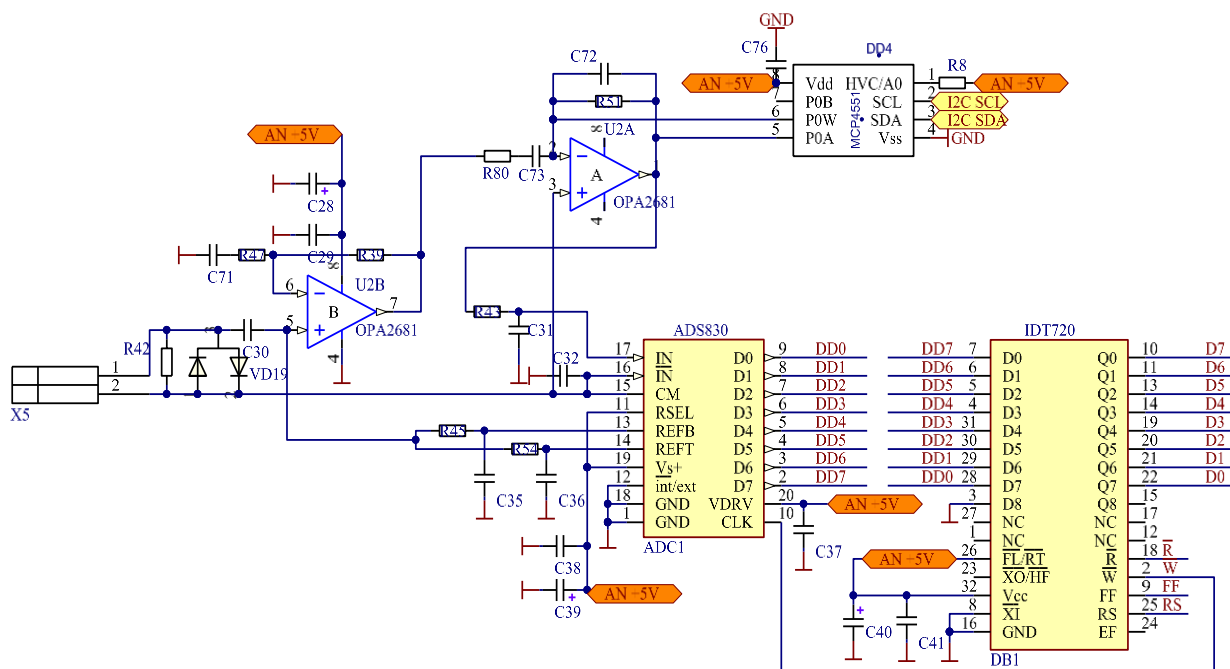


Рисунок 18. Принципиальная схема приёмного тракта.

Таким образом, в приборе осуществляется регистрация формы отраженного сигнала, что позволяет производить постобработку записанных данных на ПК.

2.4 Серверная часть комплекса

Собранная разработанным комплексом информация записывается в энергонезависимую память прибора и передается в реальном времени по сотовым каналам связи на удаленный интернет-сервер. На сервере расположена динамическая WEB-страница для оперативной визуализации информации с сети постов АЛК в реальном времени (<http://hydro.lin.irk.ru/flash/index.html>). Также имеется возможность выгрузить табличные данные для последующей обработки и анализа. Пример загруженной страницы с отображенными температурными данными приведен на рис. 19. При работе со страницей задается необходимый временной интервал, а также интересующий набор данных для отображения или выгрузки с одного или нескольких постов.

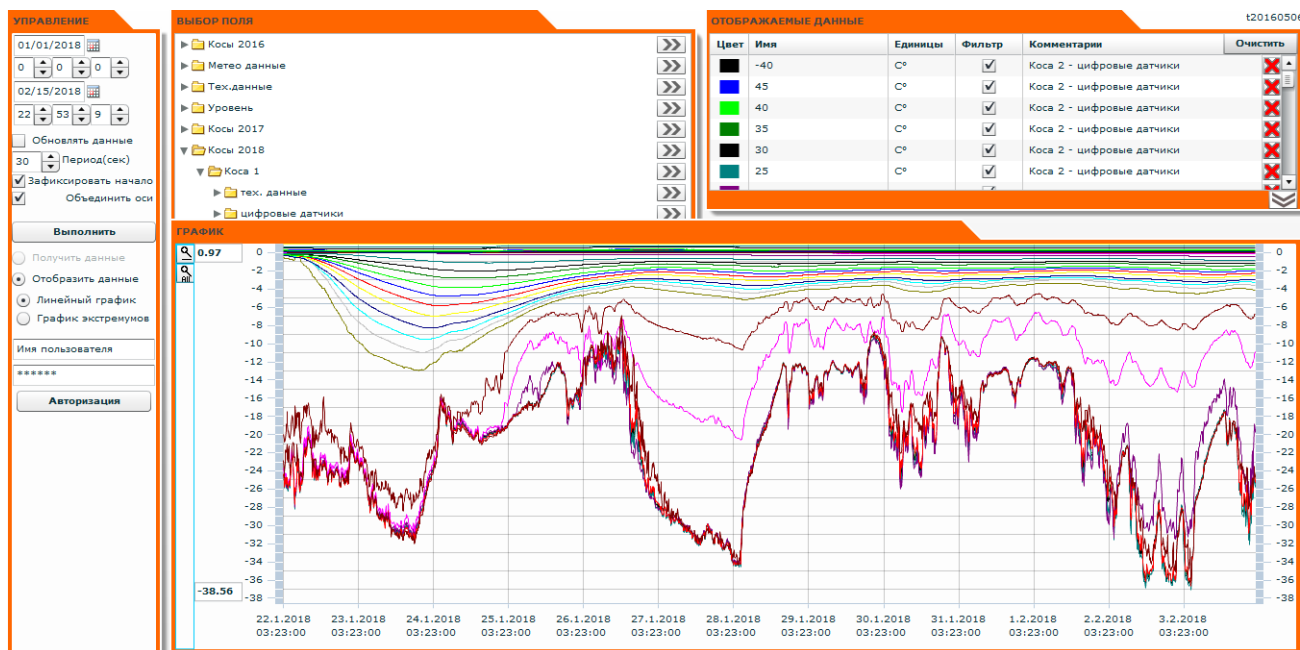


Рисунок 19. Пример WEB-страницы с отображенными температурными данными.

2.5 Выводы по главе 2

Для исследования вертикального теплообмена в системе вода-лед предложен новый принцип измерения толщины льда и разработана оригинальная аппаратура для регистрации гидрометеорологических параметров в системе атмосфера-лед-вода с высоким пространственным и временным разрешением. Разработанная аппаратура позволила впервые детально рассмотреть структуру пограничного слоя вода-лед в условиях реального водоема.

Глава 3. Экспериментальные исследования нарастания ледового покрова

3.1 Приборы и методы, районы исследований

Для регистрации вертикального распределения температуры в воздухе, в толще льда и подледном слое воды, а также измерения толщины ледового покрова, поступающей и проходящей под слой снега и ледовый покров солнечной радиации, использовались автономные ледовые комплексы, разработанные в рамках данного исследования.

Для измерения течений использовался трехмерный гидроакустический доплеровский профилограф ADP Poseydon фирмы SonTek (ADP) со следующими характеристиками: диапазон скоростей ± 10 м/с; разрешение 0.1 см/с; точность измерений ± 0.5 см/с; диапазон глубин измерения 70 м; максимальная глубина погружения 600 м. Профилограф располагался на глубине 50 м излучателями вверх. Параметры режима измерения: вертикальный размер ячейки 2 м, количество ячеек 30, время осреднения 3 мин. Необходимое условие для измерения течений акустическим методом с использованием доплеровского эффекта – наличие в воде взвешенного вещества, включая биологические организмы. Подледный период характеризуется низкими концентрациями взвешенного вещества [Kirillin et al., 2012]. С учетом этого фактора проведен подбор оптимальных настроек ADP и способов его размещения в водной толще. Основные регулируемые параметры измерителя следующие: вертикальный размер ячейки осреднения, количество ячеек, время осреднения. Установлены оптимальные для подледных условий значения этих параметров: вертикальный размер ячейки – 2 м, количество ячеек – 30, время осреднения – 3 мин. Профилограф был размещен на трех растяжках с направлением оси *X* прибора по истинному меридиану на север. В этом случае влияние магнитных полей на компас измерителя исключается за счет установления истинного положения прибора при пересчете данных.

Для измерения пульсаций скоростей течений использовался акустический доплеровский измеритель скорости звука в точке SonTek MicroADV. Диапазон скоростей от ± 3 см/с до ± 250 см/с; разрешение 0.01 см/с; рабочая частота 16 МГц; озвучиваемый объем 0.1 дм³, максимальная глубина погружения 60 м. Измеритель располагался на растяжках на расстоянии 1 метр от поверхности льда.

Дополнительно применялись двухмерные электромагнитные измерители течений INFINITY-EM (JFE Advantech Co., Ltd.) с диапазоном скоростей ± 5 м/с, разрешением 0.02 см/с и точностью измерений ± 1 см/с; максимальная глубина погружения 1000 м.

Детальные характеристики турбулентного перемешивания в подледном пограничном слое были получены с помощью высокоразрешающего доплеровского профилографа HR Aquadopp. Рабочая частота 2 МГц, размер ячейки от 7 мм, максимальное кол-во ячеек 128, максимальная толщина озвучиваемого слоя 3 м, абсолютная точность 0.5 см/с, максимальная частота измерений 1 Hz.

За 2008 – 2018 годы было установлено 20 ледовых станций в различных районах озера Байкал (рис. 20). Район посёлка Б.Коты характеризуется повышенными скоростями подледных течений, малой заснеженностью (из-за сильных ветров) и повышенными температурами подледной воды, вызванными приходом более прогретых вод из малозаснеженной северо-восточной части Южного Байкала. В районе поселка Танхой, напротив, преобладают мощный снежный покров и меньшие скорости подледных течений, приносящие более холодную воду из заснеженной юго-западной части Байкала. Район напротив п. Листвянка находится под влиянием двух вторичных циркуляционных ячеек подледных течений [Верболов, 1996], и в нем наблюдается большая неравномерность временного хода температуры подледной воды, обусловленная периодическими интрузиями теплой воды с северо-восточной части Южного Байкала и холодной с юго-западной части.

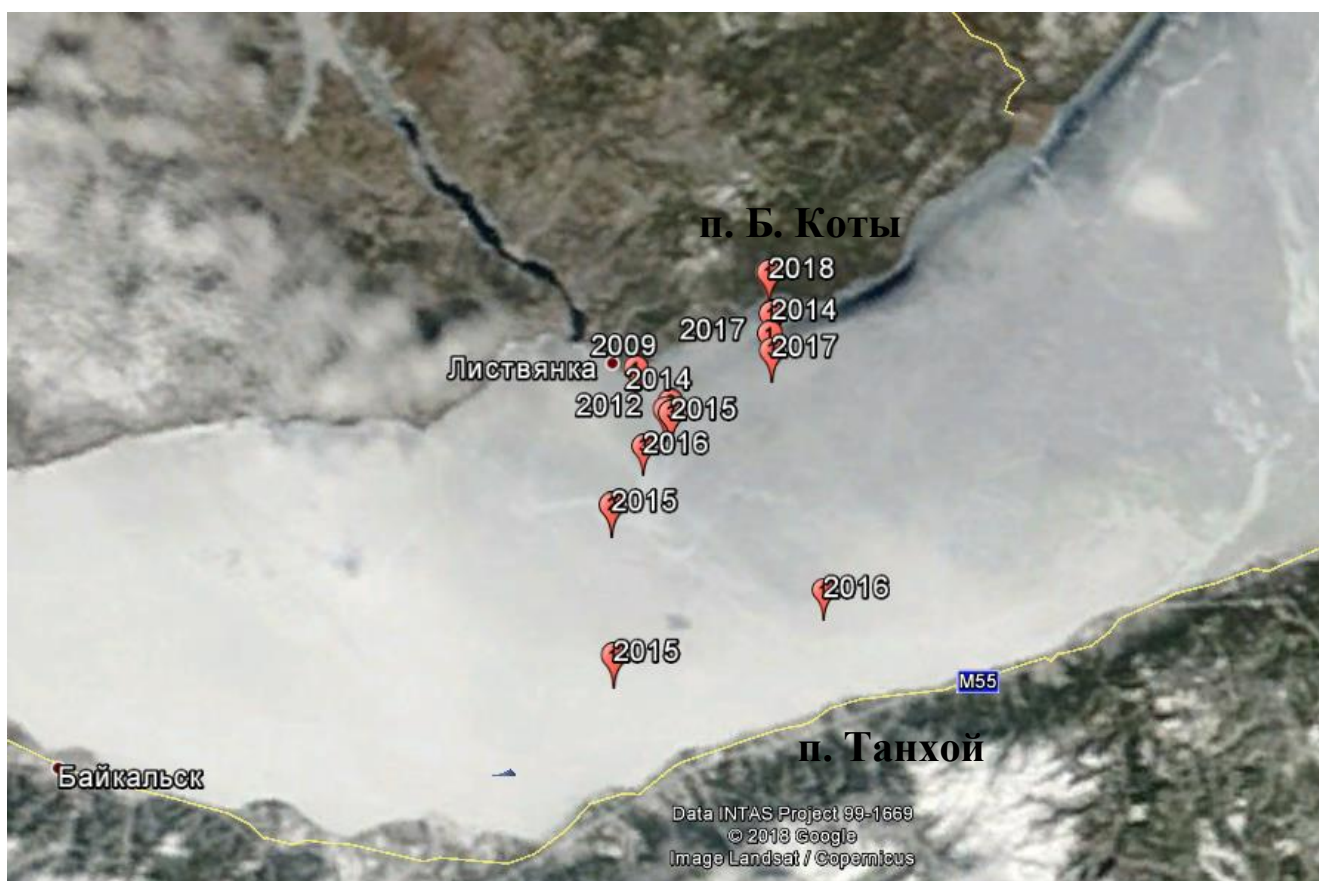


Рисунок 20. Местоположение измерительных станций за 2008-2018 годы.

В 2018 году была установлена станция на озере Kilpisjärvi, Финляндия (рис. 21).



Рисунок 21. Местоположение измерительной станций на озере Kilpisjärvi, 2018 г.

Озеро Килписъярви среднего размера (площадь поверхности: 37.1 км²), расположено в Скандинавской горной цепочке на северо-западе Финляндии (69°030N 20°500E, высота поверхности 473 м над уровнем моря). Средняя и максимальная глубина озера составляет 19.5 м и 57 м соответственно. Средние даты замерзания и вскрытия - 9 ноября и 18 июня (за 1952-2015 гг.), самая ранняя зарегистрированная дата замерзания - 21 октября, а самая ранняя и самая поздняя даты вскрытия - 2 июня и 1 июля соответственно [Korhonen, 2006]. Максимальная толщина льда достигается к середине апреля и составляет в среднем 89 см (диапазон изменения за 1952–2015 годы составил 77–114 см). Толщина снега на земле в марте-апреле составляет в среднем 90 см. Толщина снега на ледяном покрове как правило меньше, частично из-за выветривания, отчасти из-за его перекристаллизации в снежный лед, с годовым максимумом в 37±9 см.

3.2 Исследования в контрастных условиях

Для исследования влияния контрастных (по степени заснеженности ледового покрова и скоростям подледных течений) условий на формирование теплового потока на границе раздела вода–лед были проведены синхронные наблюдения на трех ледовых станциях. Комплексные исследования динамики роста ледового покрова были проведены в январе-апреле 2016 г. Вертикальное распределение температуры в системе воздух-лед-вода измерялось на трех станциях в Южном Байкале (рис. 22), с одновременной регистрацией толщины льда и приходящей солнечной радиации.

Станция 1 была установлена в 8 км от п. Танхой в районе с повышенной заснеженностью и небольшими скоростями течений и дополнительно оборудована измерителем течений INFINITY-EM; начальная толщина льда составляла 32 см. Станция 2 располагалась в 4 км от п. Б.Коты в районе со сравнительно высокими скоростями подледных течений и была оборудована доплеровским профилографом ADP Poseydon; начальная толщина льда составляла 31 см. Станция 3 была установлена в 10 км от п. Листвянка при

начальной толщине льда 19 см без измерителя течений. По техническим причинам с третьей станции нет данных с 29.01 по 06.02.

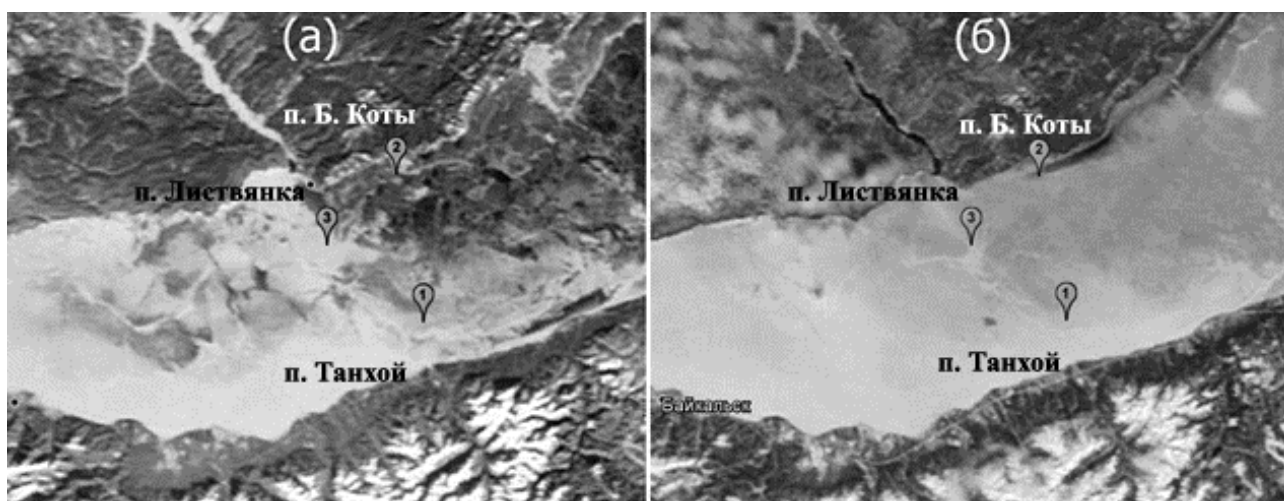


Рисунок 22. Местоположение измерительных станций и ледовая обстановка в Южном Байкале на 24 января (а) и 4 апреля (б) 2016 г.

Гидрологические и метеорологические условия в течение эксперимента были существенно нестационарны, что выразилось в нерегулярных изменениях температуры воздуха, льда (рис. 23, 25) и подледной воды (рис. 23, 27), а также приходящей солнечной радиации (рис. 26). На рис. 23 хорошо выделяются температурные волны, обусловленные периодическими (суточными) и нерегулярными изменениями температуры воздуха. В связи с низкой теплопроводностью льда и ее зависимостью от температуры среды, прохождение в ледовом покрове температурных волн сопровождается значительными изменениями их характеристик.

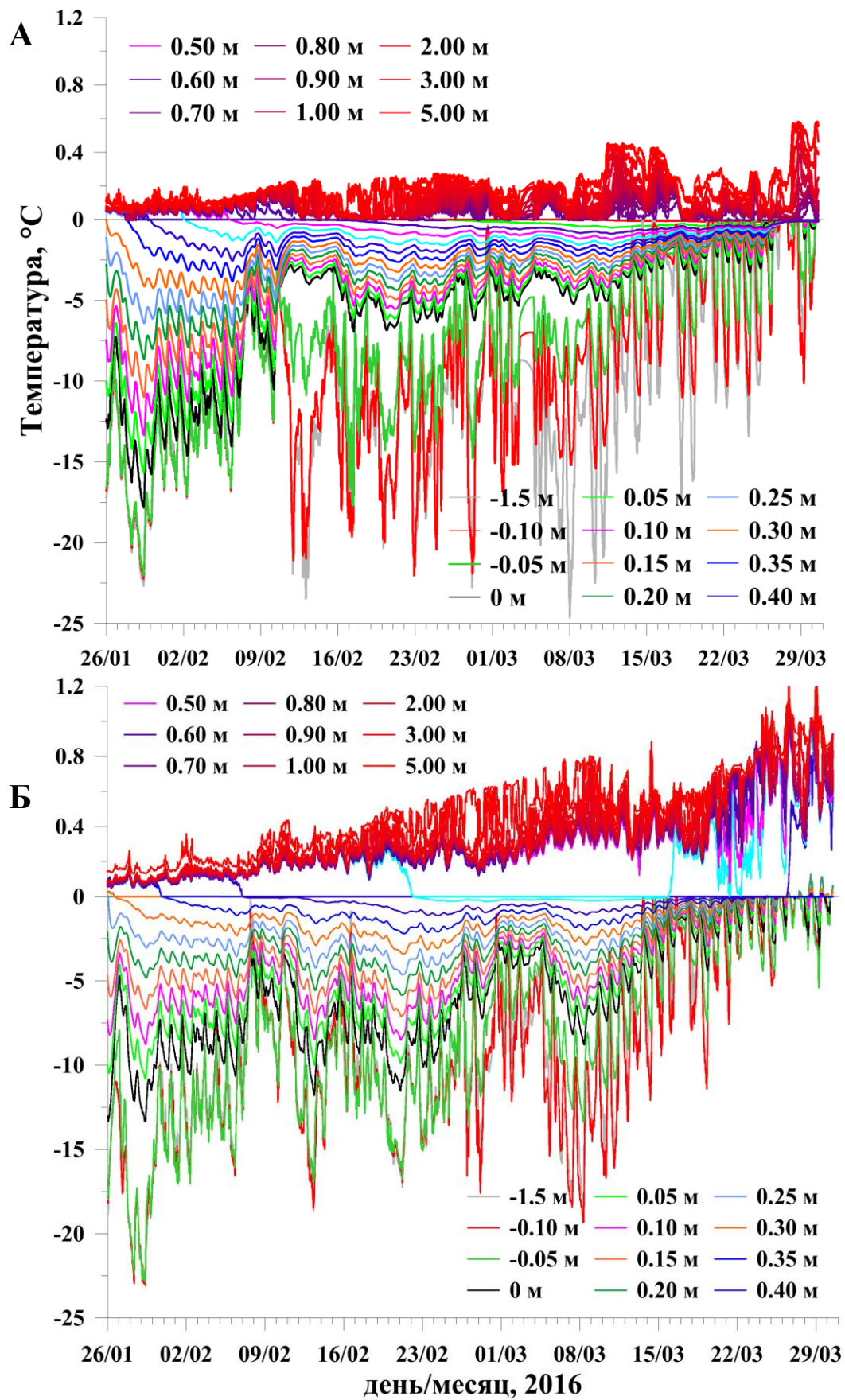


Рисунок 23. Распределение температуры в системе воздух-вода-лед на первой (А) и второй (Б) станциях.

Вертикальные профили температуры во льду также испытывают изменения как в течение суток, так и на синоптическом масштабе времени. Из-за уменьшения амплитуды суточных колебаний температуры в толще льда с глубиной, а также их запаздывания по фазе (рисунок 23), формируется немонотонное вертикальное распределение температуры с экстремумами в толще льда в отдельные моменты времени суток. Однако при суточном осреднении температуры результирующий профиль достаточно близок к линейному (рисунок 24).

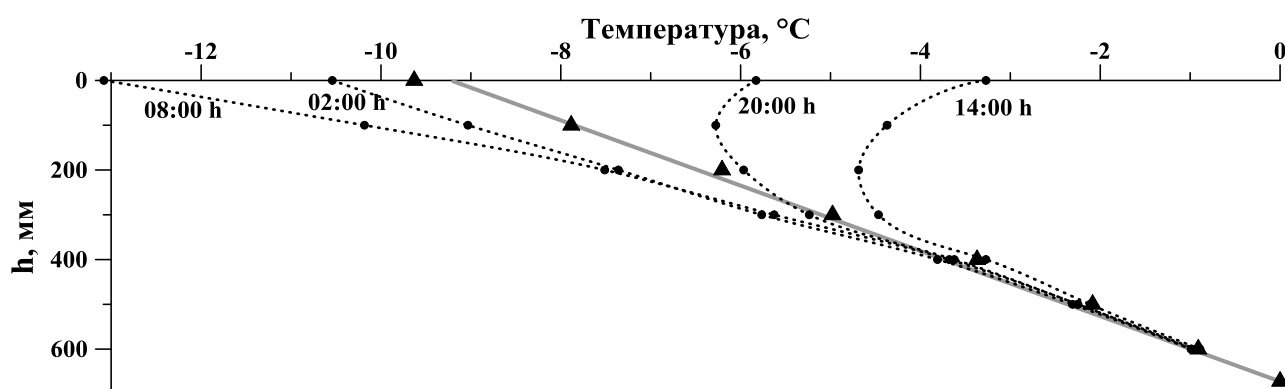


Рисунок 24. Суточная изменчивость вертикального распределения температуры во льду. Толстая серая линия с треугольниками представляет собой усредненный профиль температуры за сутки.

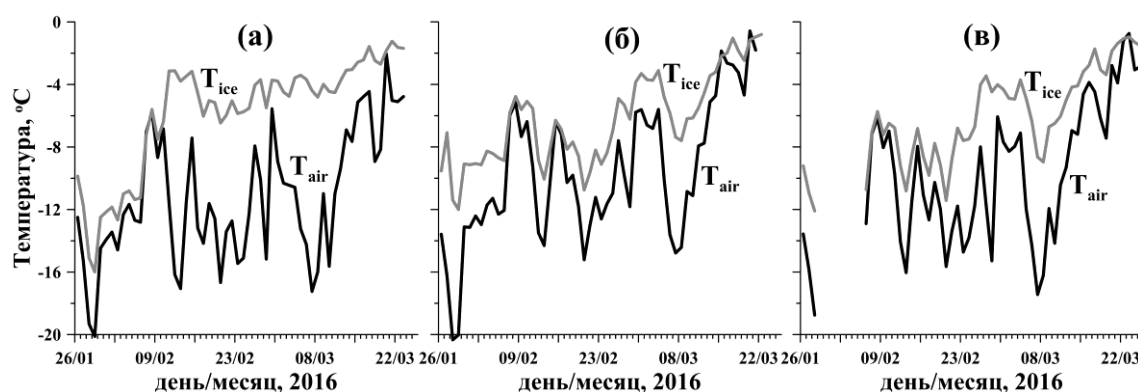


Рисунок 25. Среднесуточная температура воздуха на высоте 1.5 м надо льдом (T_{air}), и среднесуточная температура поверхности льда (T_{ice}) для станций 1–3 (панели а–в соответственно).

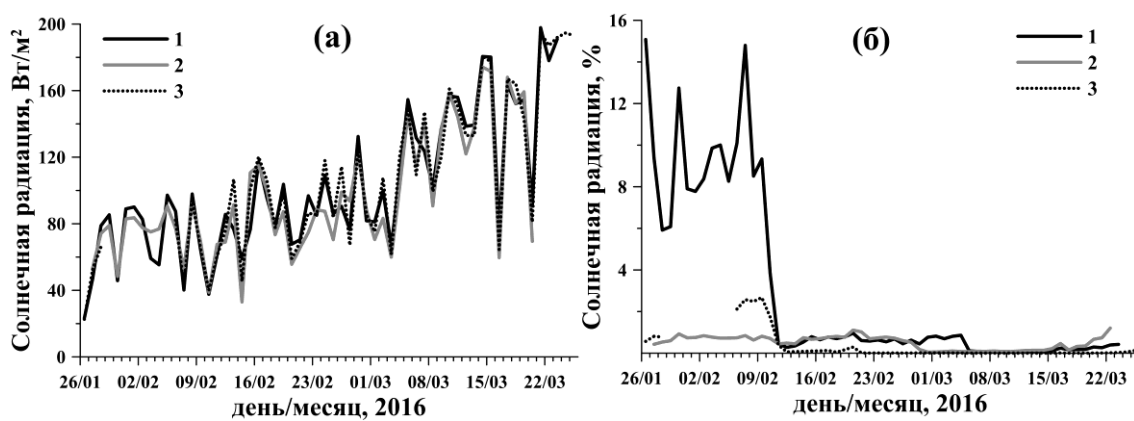


Рисунок 26. (а) Среднесуточная приходящая солнечная радиация (1–3 номера станций); (б) доля (%) проникающей под лед среднесуточной солнечной радиации.

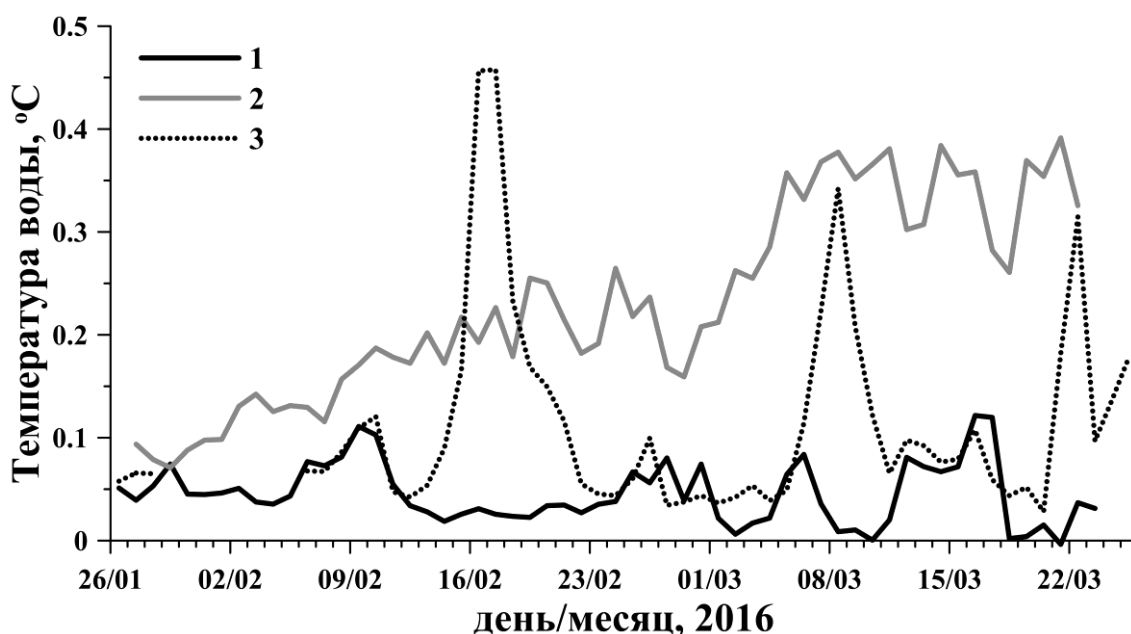


Рисунок 27. Среднесуточная температура воды в слое 5–10 см подо льдом.

Измерители течений работали не все время эксперимента (см. среднесуточные модули скорости течений на рис. 28). В среднем, скорости потока на станции 2 примерно в два раза превышали значения на станции 1. Значения температуры воздуха и приходящей солнечной радиации были примерно одинаковы для всех трех станций. Но из-за неравномерности снежного покрова температура на поверхности льда довольно сильно различалась и, как следствие, ее разница с температурой воздуха варьировалась от 0 до 10°C (рис. 25).

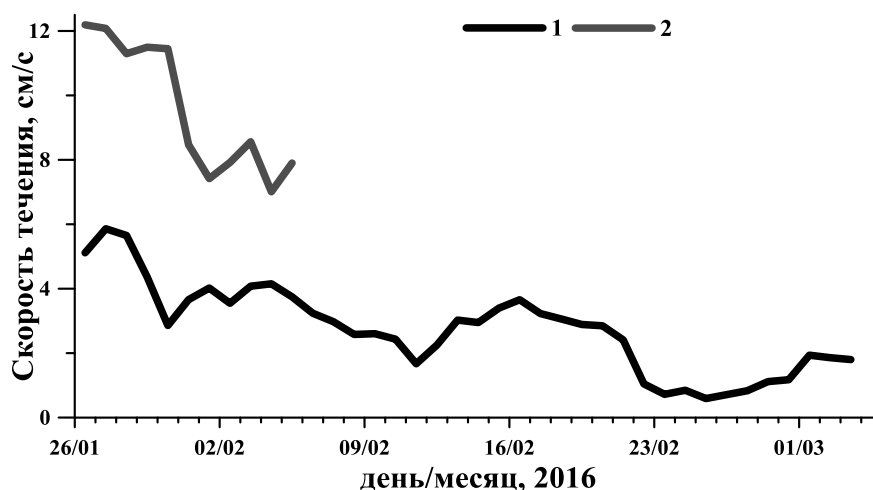


Рисунок 28. Среднесуточный модуль скорости течений на станции 1 и 2.

При установке измерительных комплексов в местах наблюдений изначально лед был мало заснеженным (рис 22а). Под лед проникало от 1 до 15% поступающей радиации (рис. 26б). После снегопада 11 февраля доля проникающей под лед радиации на всех станциях стала меньше 1% и оставалась такой до конца марта. Наибольшее количество снега выпало на станции 1 (изначально с самым чистым ледовым покровом), о чем свидетельствует заметно большая разница температуры воздуха и поверхности льда по сравнению со станциями 2 и 3 (рис. 25).

На станции 1 температура воды на протяжении измерений оставалась низкой и не превышала 0.1°C (рис. 27). Это обусловлено поступлением вод из более заснеженной и менее прогретой западной части Южного Байкала. В то же время, на станции 2 сразу после постановки приборов зафиксирован устойчивый прогрев подледной воды, вызванный постоянным поступлением теплых вод из менее заснеженной северо-восточной части Южного Байкала (рис. 22а), чему способствует общебайкальское циклоническое течение [Верболов, 1996]. Средняя скорость прогрева составила 0.005°C в сутки. Станция 3 находилась под влиянием двух вторичных циркуляционных ячеек подледных течений [Верболов, 1996], и на ней наблюдалась большая неравномерность временного хода температуры подледной воды,

обусловленная периодическими интрузиями теплой воды с северо-восточной части Южного Байкала (рис. 22а, 27).

В период измерений на станциях 1 и 3 наблюдался согласованный процесс нарастания ледового покрова. При этом, на станции 3 с приходом теплой воды к концу марта началась деградация льда (рис. 27, 29). Коренным образом от них отличается динамика толщины льда на станции 2. Стартовав примерно с той же толщины, что и на станции 1, ледовый покров нарастал намного медленнее, несколько раз останавливаясь, а в марте лед начал деградировать. Это связано как с более теплой подледной водой (рис. 27), так и с более интенсивными течениями на этой станции (рис. 28). В результате, к концу марта вдоль северного берега озера образовалась проталина, отчетливо выделяющаяся на спутниковом снимке и проходящая через станцию 2 (рис. 22б).

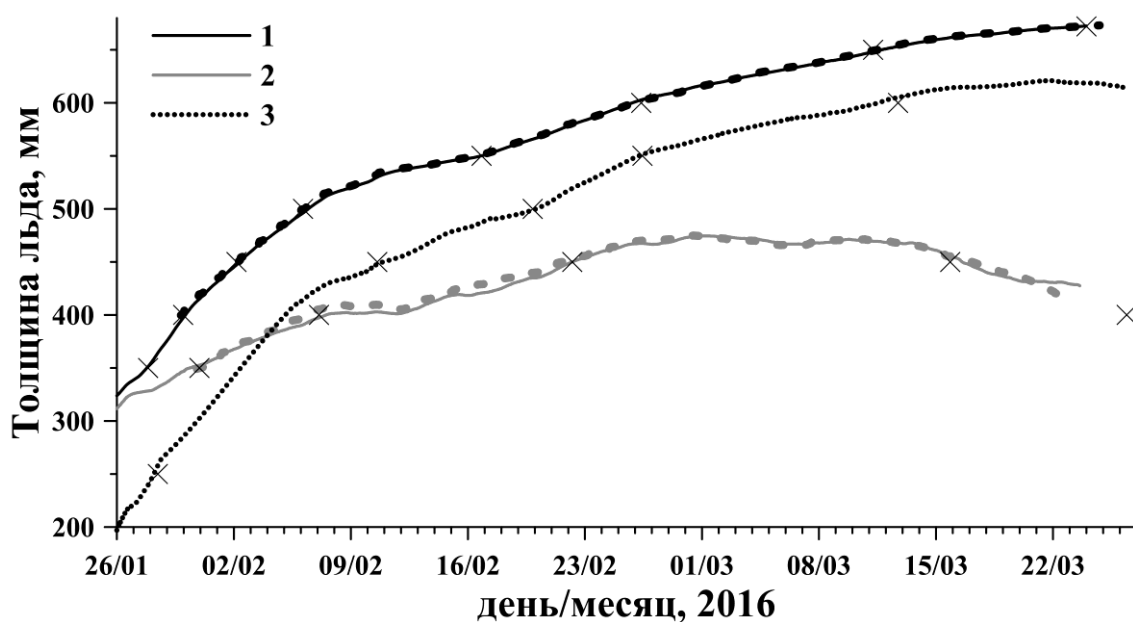


Рисунок 29. Измеренная толщина льда на станциях 1–3 и ее значения $\xi(t)$, рассчитанные по модели (штриховые линии). Маркерами (x) показаны моменты вмержания в лед и вытравивания температурных датчиков. Следует отметить, что в период деградации ледового покрова, непосредственно у термокосы происходит подмыв льда, вследствие чего вытравивание датчиков происходит несколько раньше основного тренда, измеренного толщиномером.

Динамика изменения толщины ледового покрова $\xi(t)$, рассчитанная по модели (1)–(7) для станций 1 и 2, хорошо согласуется с измеренными

значениями (рис. 29). Немного худшее согласование результатов для станции 2 может быть объяснено наличием значительных горизонтальных течений (рис. 28), в то время как модель описывает только вертикальный обмен.

3.3 Исследования влияния скорости подледных течений на нарастание ледового покрова

В 2017 году упор был сделан на исследование процесса нарастания льда при различных скоростях подледных течений при прочих одинаковых условиях. Две станции были установлены 1 февраля на небольшом расстоянии поперек вдольберегового струйного течения, обнаруженного ранее (рис. 30). Станция 2 была установлена в 4.5 км от пос. Большие Коты в точке с максимальными скоростями подледных течений. Дополнительно в этой точке было установлено четыре измерителя течений INFINITY-EM на горизонтах 0.6, 0.8, 1.0 и 1.4 м. Станция 3 располагалась в 3.5 км на Север от станции 2 с одним измерителем течений на горизонте 1.0 м. Дополнительно в первой половине марта на обеих станциях проводились измерения с помощью высокоразрешающего доплеровского измерителя профиля скорости течения HR Aquadopp.



Рисунок 30. Местоположение измерительных станций и ледовая обстановка в Южном Байкале на 9 февраля (а) и 12 апреля (б) 2017 г.

Метеорологические условия на обеих станциях были близки. Температуры поверхности льда оставались ниже точки замерзания воды в

течение всего периода наблюдений, варьируясь от -14°C до -2°C с небольшой тенденцией к потеплению (рис. 31).

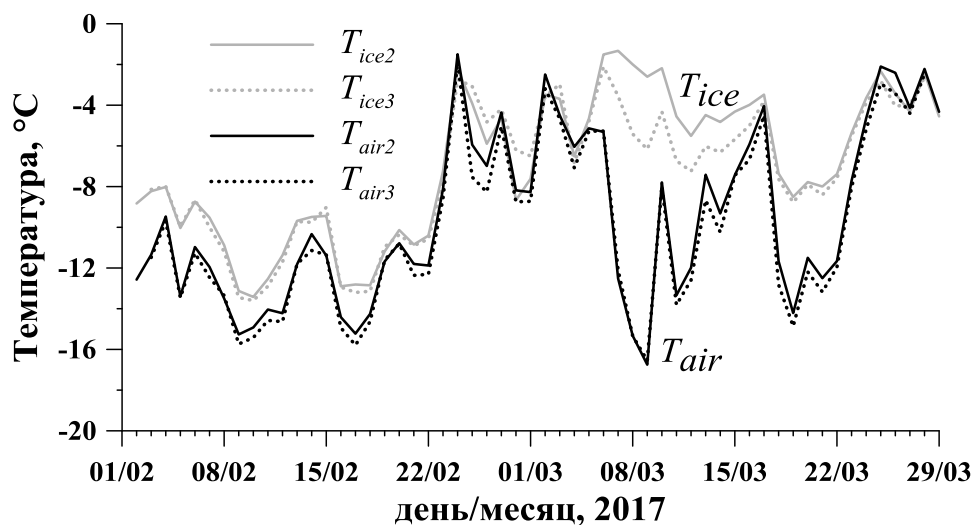


Рисунок 31. Среднесуточная температура воздуха на высоте 1.5 м надо льдом (T_{air}) и среднесуточная температура поверхности льда (T_{ice}) для станций 2 и 3.

Начальная толщина льда была почти одинакова на обеих станциях: 23 см на станции 2 и 24 см на станции 3. В течение первых двух недель февраля лед нарастал почти с постоянной скоростью 1.2-1.3 см в день (рис. 32).

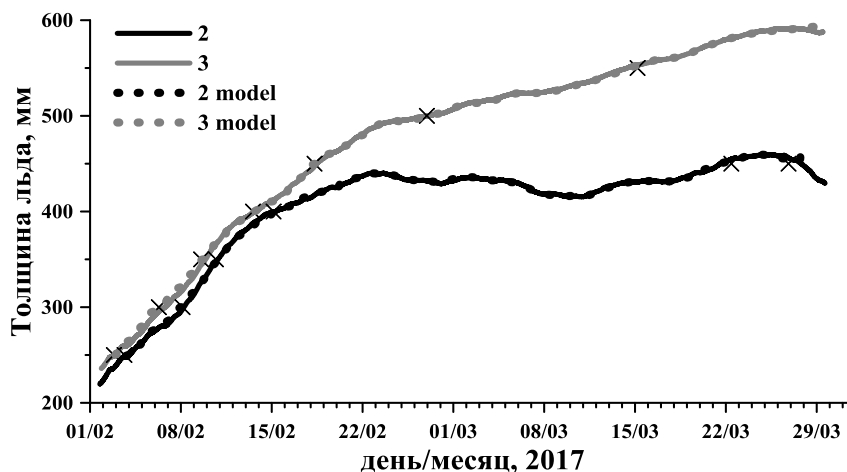


Рисунок 32. Измеренная толщина льда на станциях 2 и 3 и ее значения $\xi(t)$, рассчитанные по модели (штриховые линии). Маркерами (x) показаны моменты вмержания в лед и вытаивания температурных датчиков.

В течение этого периода температура поверхности льда на обеих станциях была близка и следовала за температурой воздуха на высоте 1.5 м

(рис. 31). Это квазинейтральное расслоение в пограничном слое воздух-лед продолжалось до конца февраля, по-видимому, вызванное конвективным тепловым потоком от поверхности льда из-за выделения скрытой теплоты образования льда. Позднее толщина льда на станции 2 (с более сильным подледным течением) оставалась почти постоянной, в то время как на станции 3 продолжала расти, но с меньшей скоростью $\approx 0,3$ см/сутки. Замедление роста льда совпало с постепенным увеличением поступления солнечной радиации, которая за время эксперимента возросла от 60 Вт/м^2 в начале февраля до 180 Вт/м^2 к концу марта (рис. 33).

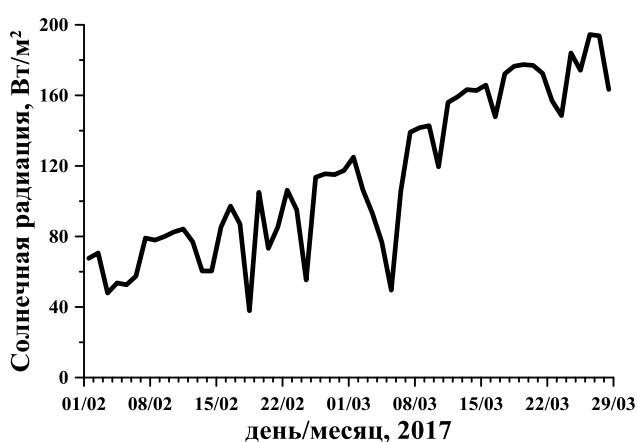


Рисунок 33. Среднесуточная приходящая солнечная радиация на станциях.

В середине марта в воздухе надо льдом образовалась устойчивая стратификация с понижением температуры до -16°C (рис. 31). Хотя температура на поверхности льда на станции 3 также снизилась в соответствии с тенденцией изменения температуры воздуха, поверхность льда на станции 2 оставалась теплой, что позволяет предположить, наряду с почти постоянной толщиной льда, баланс между выделением тепла в атмосферу и подачей тепла от толщи воды.

Температура воды подо льдом незначительно повышалась с глубиной (рис. 34), средний вертикальный градиент в верхних 10 метрах составлял 0.6°C что примерно на порядок меньше обычно наблюдаемого в мелких покрытых льдом озерах [Kirillin et al., 2018].

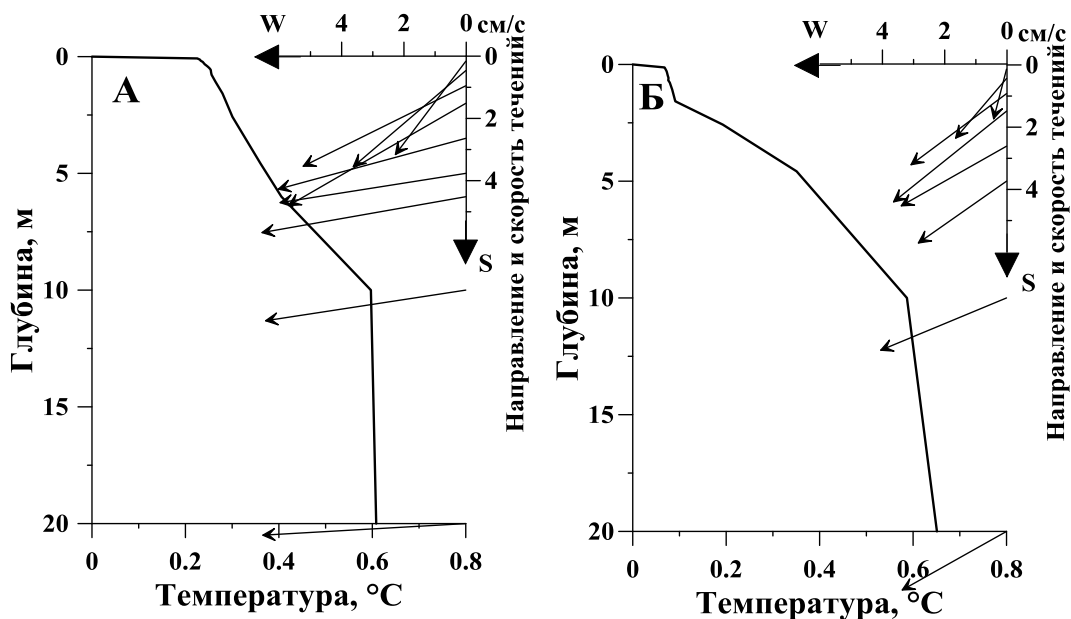


Рисунок 34. Профили температуры и векторы направления и скорости течений по глубине на станциях 2(a) и 3(b).

Глубже 10 м вода была хорошо перемешана по вертикали. Температура перемешанного слоя была немного выше на станции 3. На станции 2, в свою очередь, сформировался гораздо больший вертикальный градиент температуры вблизи нижней границы льда. Эти отличия в распределении температур между двумя станциями указывают на более интенсивный восходящий перенос тепла на станции 2 из-за более сильного вертикального перемешивания, вызванного течением. Скорости течений действительно на станции 2 были почти в два раза выше, чем на станции 3 (рис. 35).

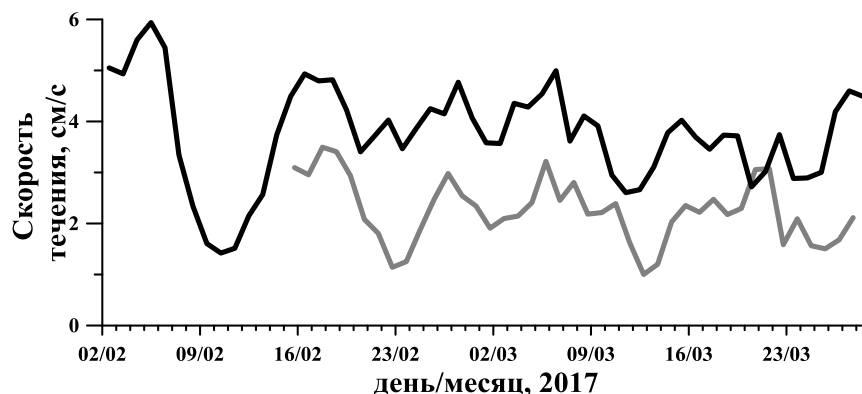


Рисунок 35. Среднесуточный модуль скорости течений на станциях 1 и 2.

Течения в верхних 20 м толщ воды имели направление на запад/юго-запад, вдоль линии берега (см. векторы скорости на рис. 34). Небольшое

вращение векторов на 10-15 градусов по часовой стрелке было обнаружено в верхнем слое воды у границы со льдом толщиной 1-2 метра, что свидетельствует о некотором влиянии силы Кориолиса на течения в пограничном слое. Суточные и синоптические изменения температуры льда и воды были аналогичны наблюдавшимся в предыдущие годы [Асламов и др., 2017; Aslamov et al., 2014]. Температура подледной воды на станции 2 была обычно немного выше, чем на станции 3 (рис. 36).

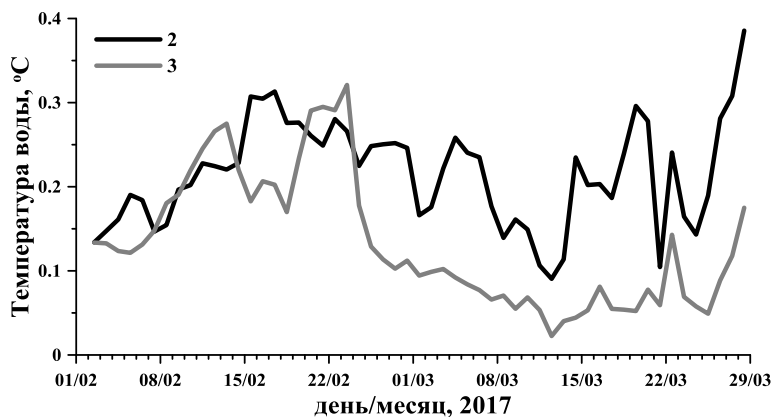


Рисунок 36. Среднесуточная температура воды в слое 5–10 см подо льдом для станции 2 и 3.

Суточные изменения солнечной радиации вызывали температурные колебания как в ледяном покрове, так и в толще воды, а их амплитуды уменьшались в направлении границы между льдом и водой (рис. 37). Вступление в фазу деградации ледового покрова после 26 марта 2017 г. было отмечено выравниванием температуры по всей его толще вблизи 0 °С.

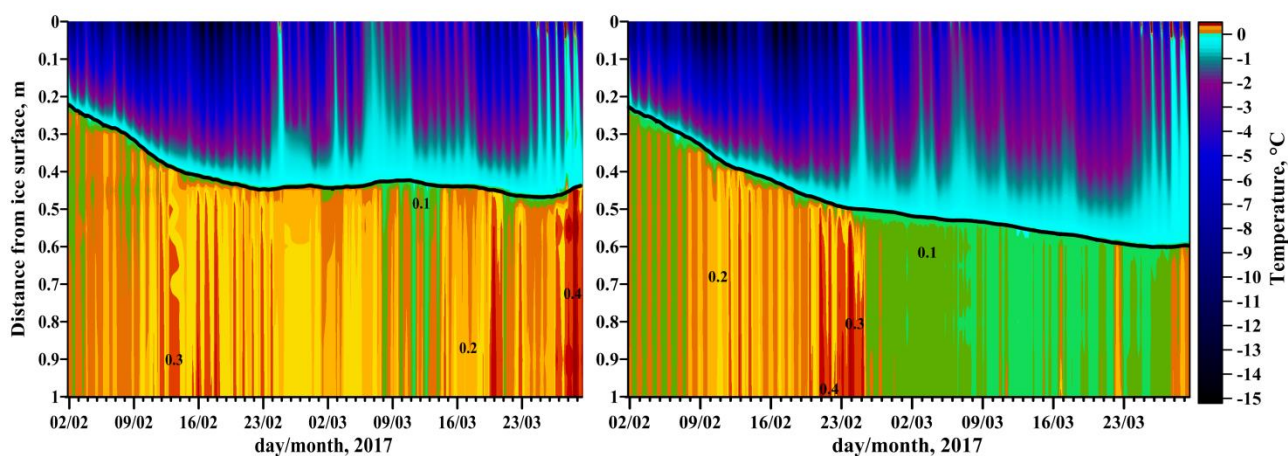


Рисунок 37. Среднесуточная температура воды в слое 5–10 см подо льдом для станции 2 и 3.

Повышения температуры воздуха, например, 25 февраля провоцировали замедление роста льда или кратковременные периоды таяния на обеих станциях (рис. 37). Во время измерений подледной турбулентности 06-12 марта на обеих станциях наблюдалось заметное повышение температуры ледового покрова. Оно не коррелировало с температурой воздуха, которая значительно снизилась в этот промежуток времени (рис. 31). На станции 2 потепление было настолько сильным, что вызвало уменьшение толщины льда, в то время как эффект на станции 3 был слабее и проявился лишь в замедлении его роста (рис. 32).

Измерения с помощью доплеровского профилографа на двух соседних станциях выявили различную структуру подледных течений. На Станции 2 скорости в верхнем однометровом слое воды имели средние значения ≥ 5 см/с. Они претерпевали изменения на синоптическом масштабе времени, изменяясь в диапазоне от 3 до 10 см/с в течение 48 часов (рис. 38а). Увеличение скорости течений совпало с таянием ледяного покрова (рис. 32), что свидетельствует о том, что восходящий перенос тепла подледными течениями в этом случае

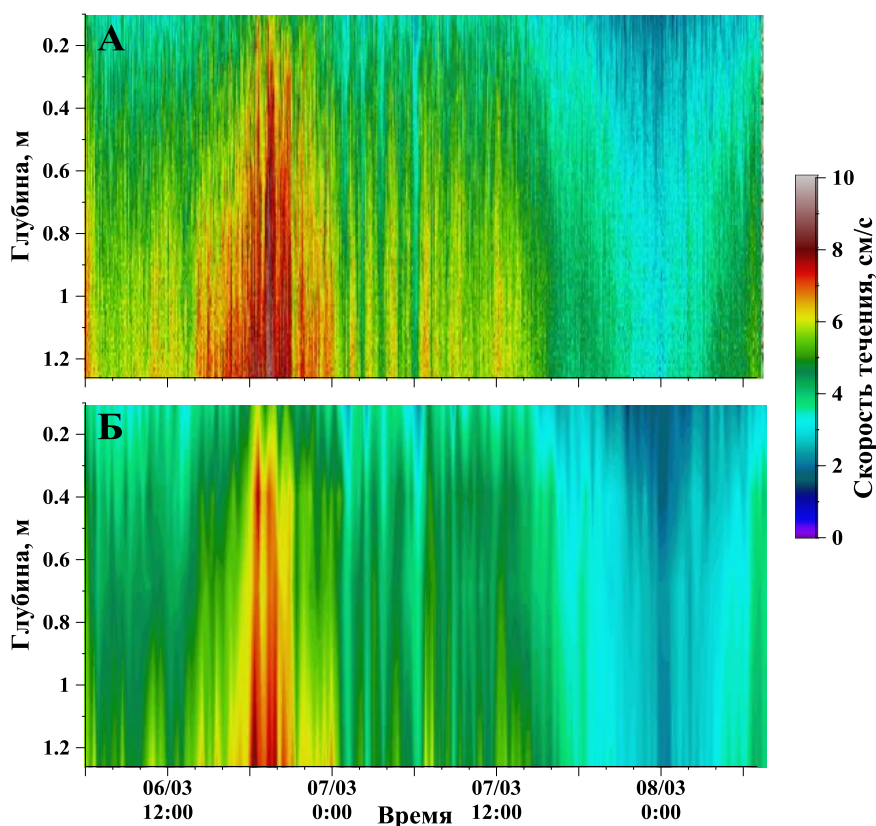


Рисунок 38. Вертикальные профили скорости течений в районе станции 2, измеренные акустическим профилографом Aquadopp (А) и набором электромагнитных регистраторов JFE(Б)

является механизмом нагрева льда, несмотря на низкие температуры воздуха (рис. 31). На большем удалении от берега озера, на Станции 3, течения измерялись в течение последующих 2 дней, показав их меньшую изменчивость во времени и меньшие амплитуды (от 1 до 4 см/с) (рис. 39а). Средние скорости течений, полученные с помощью акустического доплеровского профилографа (рис. 38а, 39а) хорошо согласуются с записями с электромагнитных регистраторов скорости с более грубым временным и пространственным разрешением (рис. 38б, 39б). Этот результат позволил впоследствии расширить анализ турбулентности в пограничном слое на весь период измерений скорости течений электромагнитными измерителями, после того, как благодаря краткосрочным акустическим записям была установлена связь между характеристиками среднего потока и продукцией турбулентной энергии.

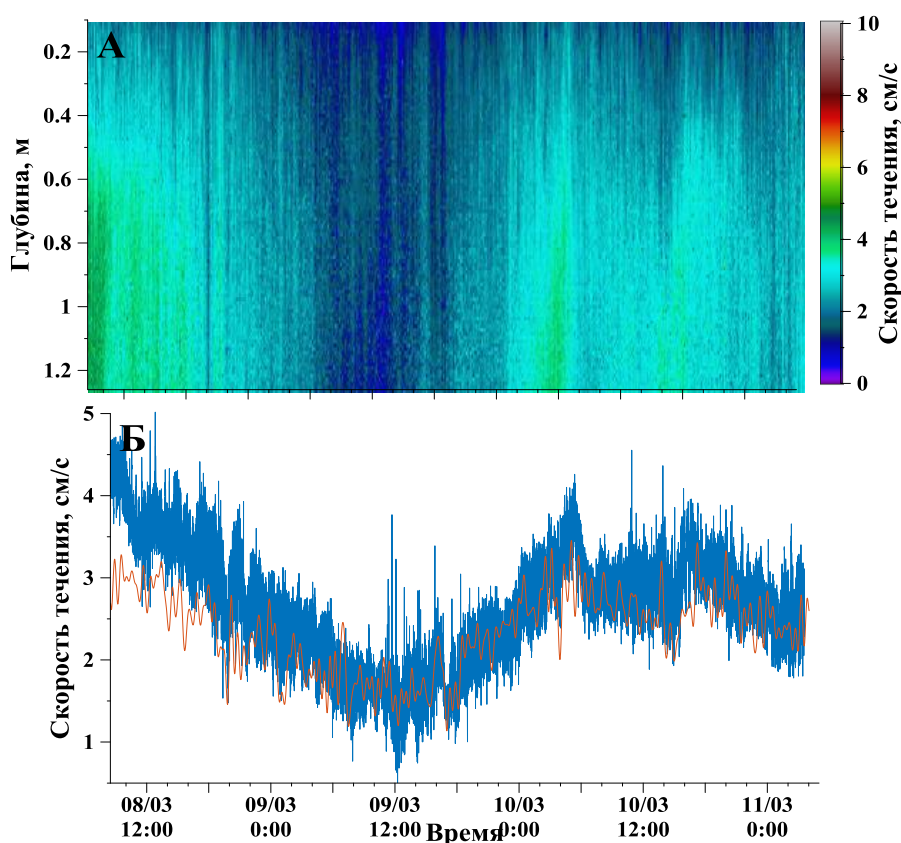


Рисунок 39. Вертикальные профили скорости течений в районе станции 3, измеренные акустическим профилографом Aquadopp (А), и скорость течения на расстоянии 1 м от поверхности льда (Б) по данным электромагнитного регистратора JFE (тонкая красная линия), и по данным Aquadopp (жирная синяя линия).

3.4 Сравнительные эксперименты на небольшом арктическом озере

В 2018 году 20 января в районе центра озера Килписъярви (в координате 69°2'3.09''N, 20°46'45.87''E, глубина 32 м, рис. 21) была установлена измерительная станция. Толщина льда в момент постановки составляла 49 см. Температура воздуха на озере изменялась в широких пределах, с размахом суточных колебаний до 30 °С. Но из-за значительной толщины снежного покрова колебания температуры поверхности льда были на порядок меньше (рис. 40).

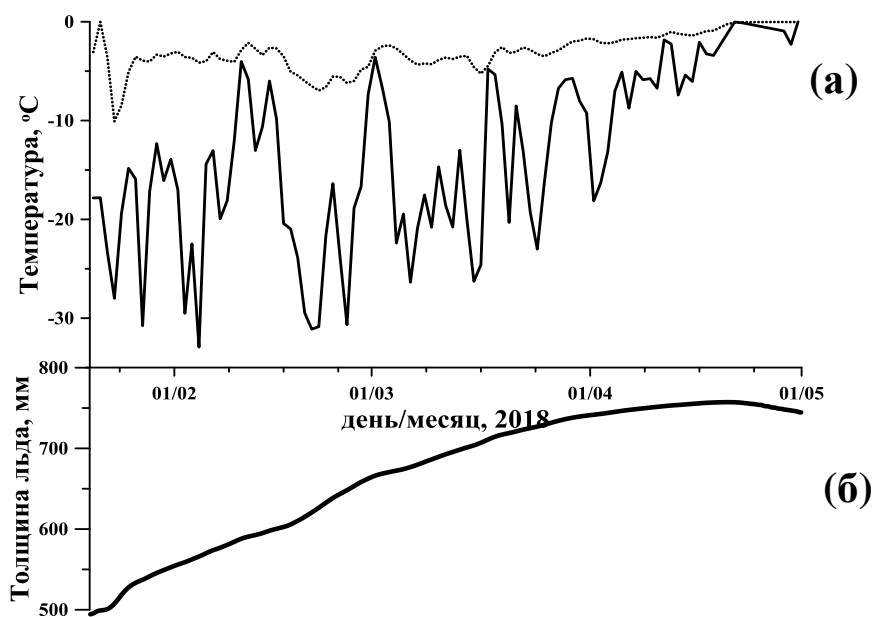


Рисунок 40. На панели (а) приведена среднесуточная температура воздуха на высоте 1.5 м надо льдом (T_{air}) и температуры поверхности льда (T_{ice}); на панели (б) - толщина ледового покрова.

Так как озеро находится за полярным кругом, то в январе еще продолжалась полярная ночь и приходящая среднесуточная солнечная радиация не превышала 2 Вт/м² (рис. 41а). Доля проникающей под ледовый покров солнечной радиации составляла порядка 1%, она к концу марта постепенно снизилась до 0.5%. С общим повышением приходящей солнечной радиации во второй половине апреля снежный покров начал деградировать, и доля проникающей под лед солнечной радиации выросла к маю до 3% (рис. 41б).

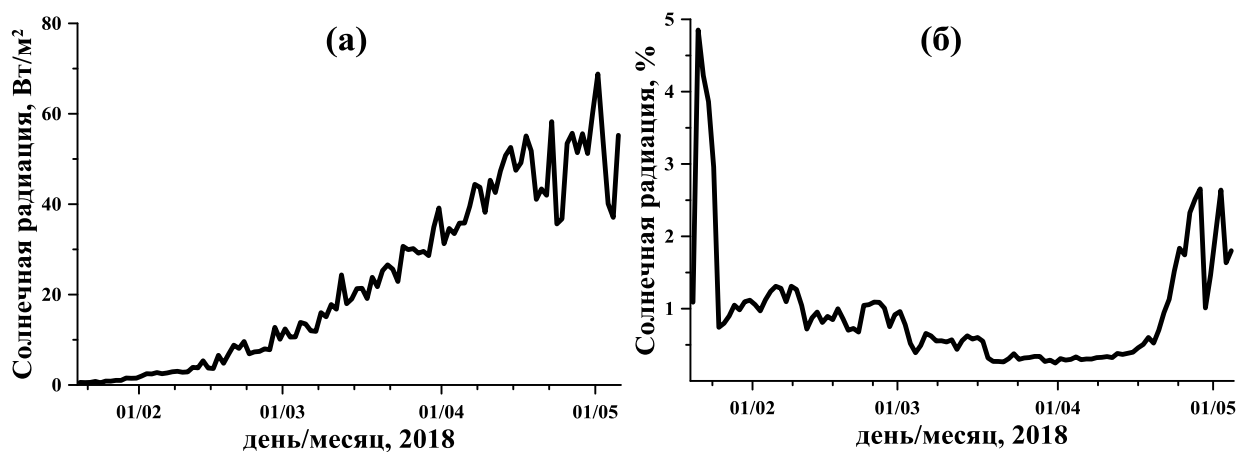


Рисунок 41. Среднесуточная приходящая солнечная радиация (а), и процент солнечной радиации проникающей под ледовый покров (б).

Изменение распределения температуры во времени в системе вода-лед в зависимости от расстояния от поверхности ледового покрова приведено на рис. (рис. 42).

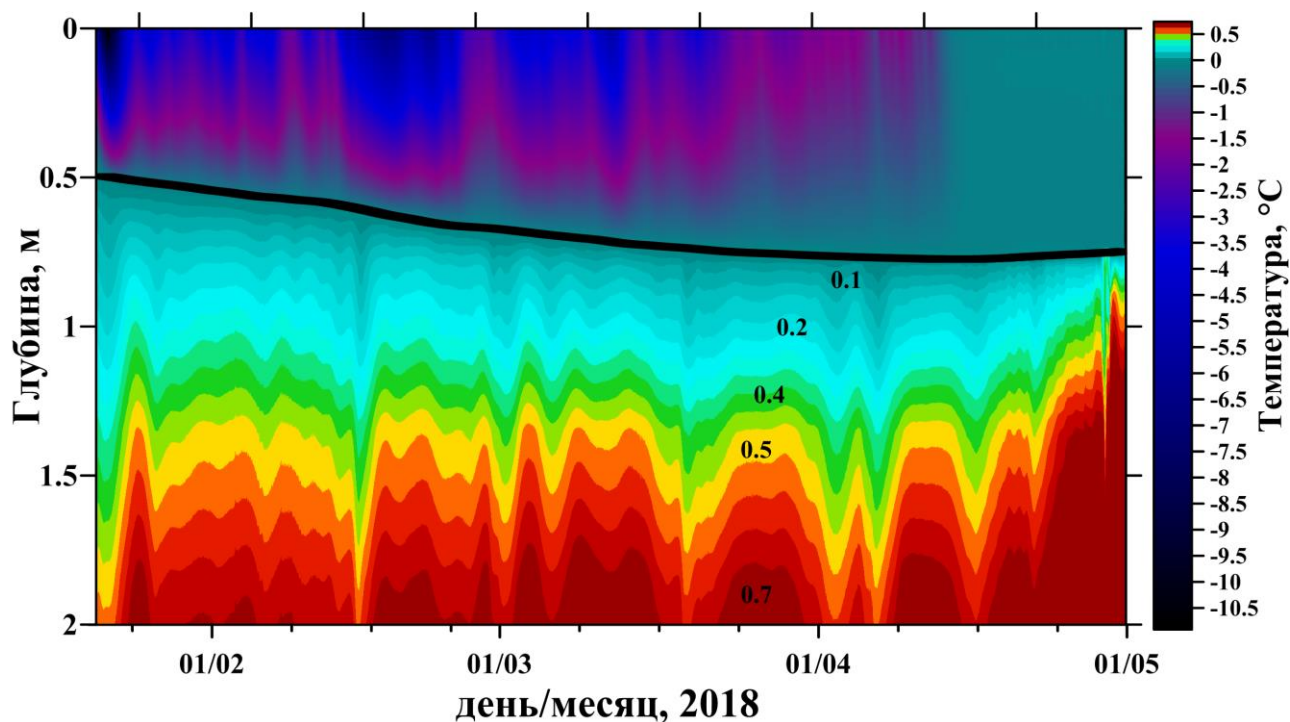


Рисунок 42. Распределение температуры в системе вода-лед в зависимости от расстояния от поверхности ледового покрова. Черная линия – нижняя граница ледового покрова.

Из-за малого количества проникающей под ледовый покров солнечной радиации на профилях подледной температуры до середины апреля не проявлялись суточные колебания температуры, и наблюдался довольно

равномерный процесс нарастания ледового покрова. При более детальном рассмотрении закономерностей изменения температуры подледной воды были выявлены периодически возникающие колебания с частотой 3.75 колебания в час (рис. 43). При дальнейшем анализе (раздел 5.3) было показано, что они возникают после сильных ветровых воздействий на ледовый покров озера и соответствуют второй моде сейшевых колебаний уровня озера (рис. 67б).

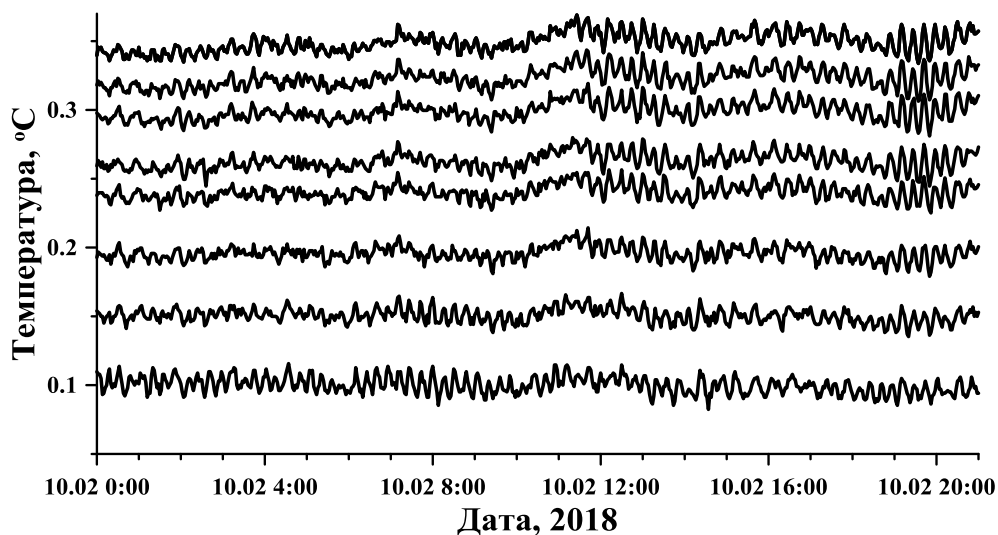


Рисунок 43. Периодически возникающие колебания температуры подледной воды.

Во второй половине апреля, с повышением среднесуточных температур воздуха и приходящей солнечной радиации рост льда остановился и его температура установилась по всей толщине в районе 0 °С. Из-за деградации снежного покрова значительно увеличилось количество проходящей солнечной радиации и температура подледной воды стала активно возрастать, испытывая суточные колебания (рис. 42), а ледовый покров – таять (рис. 40).

К сожалению, из-за подтаивания льда в начале мая, каркас измерительной системы накренился, что привело к повреждению термокосы и заглоблению измерителя толщины льда за границу его рабочего диапазона. Дальнейшие наблюдения с помощью разработанного комплекса были невозможны.

Для исследования развития подледной конвекции в весенний период была применена другая, специально разработанная, измерительная система. Она состояла из платформы регистрации температуры с 12 быстродействующими регистраторами температуры T-Solo fast16 (RBR,

Канада, погрешность 0.002 °С, постоянная времени 0.1 с, частота дискретизации 16 Гц), оснащенная салазками из нержавеющей стали на верхней стороне и прикрепленных к подводному роботу с дистанционным управлением VideoRay Pro4 (VideoRay, США). Расстояние от нижней поверхности льда до самого верхнего датчика составляло 5 см; другие регистраторы были расположены вертикально с шагом 2 см до глубины 27 см. Платформа имела положительную плавучесть и могла скользить на салазках по нижней поверхности льда на расстояние до 150 м от места разворачивания до места, не нарушенного установкой прибора. На платформе были установлены два регистратора проходящей под лед солнечной радиации (DEFI, JFE, Япония). Параллельно, для регистрации колебаний уровня озера, в подледной воде на фиксированном расстоянии от дна был установлен регистратор абсолютного давления, и еще один на берегу, для компенсации изменений атмосферного давления.

В течение периода наблюдения 22–27 мая температура воздуха не претерпевала значительных изменений: среднее значение составляло $2,15 \pm 1,75$ °С, минимальное значение $-2,00$ °С и максимальное значение $5,30$ °С. Большую часть периода преобладали слабые ветра 2–4 м/с, с умеренным увеличением ветра до 9 м/с 22 мая и коротким периодом сильных ветров > 12 м/с 24–25 мая (рис. 44).

Среднесуточный поток проходящей под лед солнечной радиации при облачной погоде и толстом ледовом покрове с более чем 50% снежного льда, составлял $10\text{--}20$ Вт/м² с суточными пиковыми значениями $35\text{--}70$ Вт/м² (рис. 44), и не превышал 6–7% от потока приходящей солнечной радиации на поверхности льда. Лед к этому моменту уже был практически без снежного покрова (толщина снега < 1 см). Толщина льда в начале полевых исследований была близка к сезонным максимальным значениям: в среднем 97 см, минимум 82 см, максимум 126 см, на основе 29 измерений по сечению вдоль короткой оси озера; около 52 см ледяного покрова состояли из «белого льда» (перекристаллизовавшего из снежного покрова). С 20 по 26 мая толщина льда

уменьшилась до 73 см (минимум 61 см, максимум 80 см, на основе 37 измерений по сечению вдоль короткой оси озера).

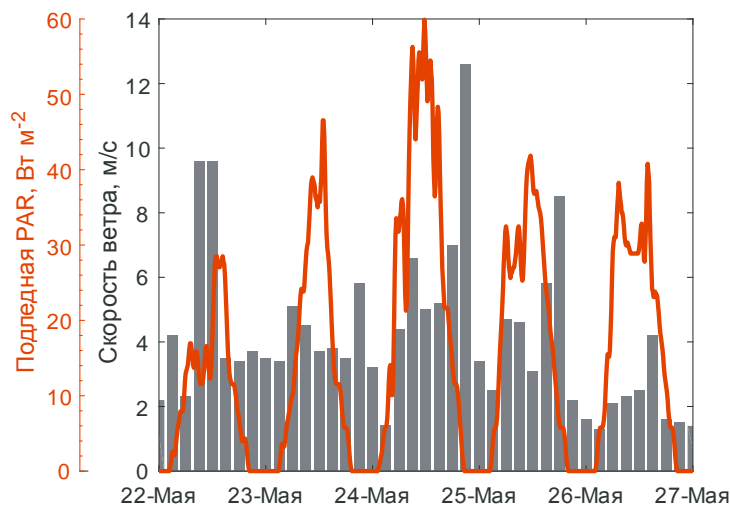


Рисунок 44. Распределение температуры в системе вода-лед в зависимости от расстояния от поверхности ледового покрова.

В течение исследуемого периода температура поверхности льда оставалась близкой к точке замерзания, что также означает, что весь ледяной покров имел почти постоянную температуру 0°C . В тепловом балансе ледяного покрова в этом случае преобладают теплообмен на нижней границе льда и поглощение солнечной радиации внутри ледяного покрова, в то время как кондуктивный перенос тепла через ледяной покров невелик.

Поскольку, почти половина ледяного покрова представляла собой снежный лед (белый лед), его низкая пропускная способность ограничивала проникание солнечной радиации в воду, а сам лед испытывал внутреннее разрушение от поглощения солнечной радиации. На верхней границе тепловой баланс был положительным и вызывал поверхностное плавление льда. Суммарный эффект внутреннего и поверхностного таяния льда оценивался в 1-2 см в сутки.

Вертикальное распределение температуры имело трехслойную структуру, типичную для весенней конвекции в покрытых льдом озерах из-за прогрева проходящей под лед солнечной радиацией (рис. 45): хорошо перемешанный

конвективный слой (CL) имел начальную толщину $h_m \approx 5.5$ м и температуру $T_m = 0.8^\circ\text{C}$. Расположенный сверху переходный слой (IL) был толщиной 1.5 м с понижением температуры до точки замерзания на границе лед-вода. Спокойный слой (QL), расположенный ниже CL был почти линейно стратифицирован с градиентом температуры $\Gamma \approx 0.04$ К/м. Проникающая под ледовый покров солнечная радиация, вызвала повышение температуры в CL на 1.8×10^{-2} °C/сутки и увеличение его толщины со скоростью 0.33 м/сутки. В верхней части CL конвекция привела к увеличению градиента температуры в IL с 0.58 К/м 20 мая до 1.74 К/м 26 мая, что соответствует увеличению кондуктивного теплового потока через IL от 0.33 до 0.99 Вт/м² в соответствии с моделью [Barnes et al., 1960].

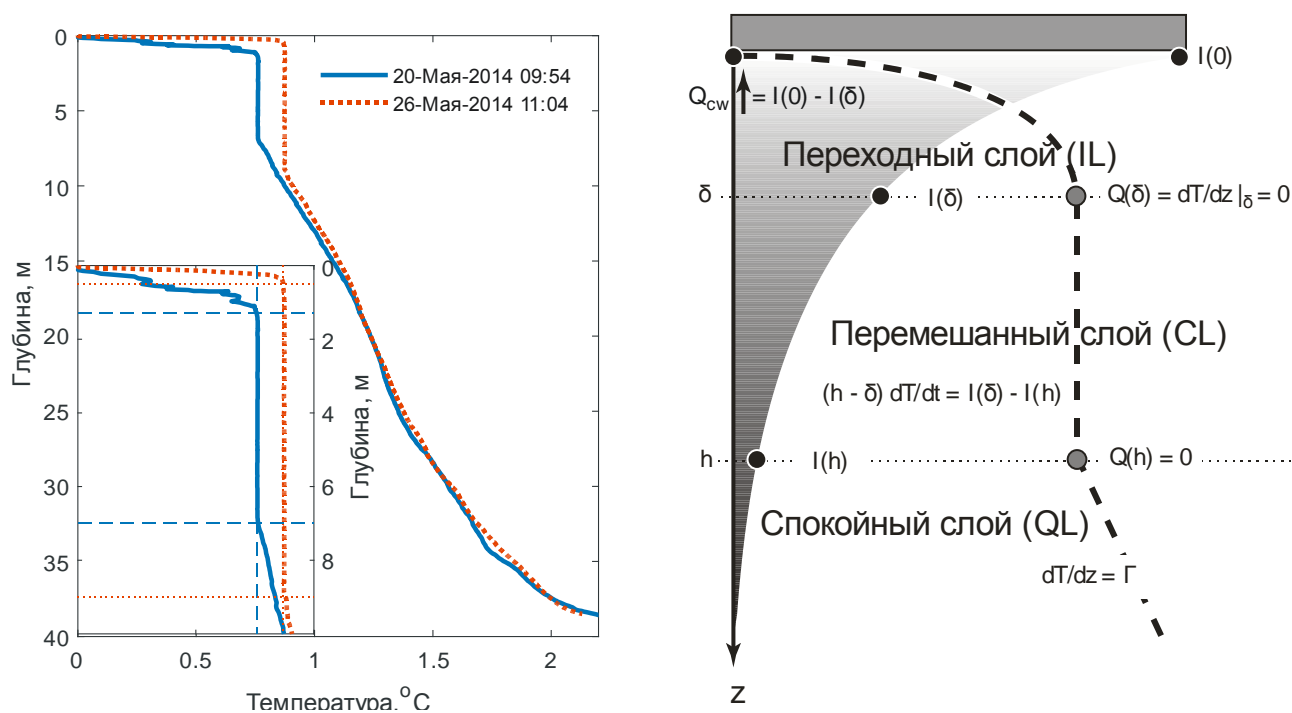


Рисунок 45. Слева: температурные профили в начале (сплошная линия) и в конце полевых исследований (пунктирная линия). На вставке показана увеличенная часть с CL с градиентами температуры на ее границах. Справа: иллюстрирующая схема температурной структуры толщи воды подо льдом.

Стратифицированный IL занимал слой толщиной до 2 м под нижней границей льда, отделяя CL от ледового покрова. Температурные наблюдения с высоким разрешением в течение 24–26 мая в IL продемонстрировали

периодические флуктуации с 24-часовым периодом и амплитудой 0.2–0.3 К, связанные с нагревом проникающей солнечной радиацией. На фоне суточного хода в течение первой половины периода наблюдений наблюдались более высокочастотные колебания температуры (рис. 46). Нерегулярные высокоамплитудные флуктуации температуры продолжались в течение первых 5–6 ч (24 мая, 13:00–19:00 на рис. 6а) и позднее были замещены гармоническими квазисинусоидальными колебаниями (24 мая 19:00–25 мая 19:00 на рис. 46), постепенно затухавшими в течение ≈ 24 часов.

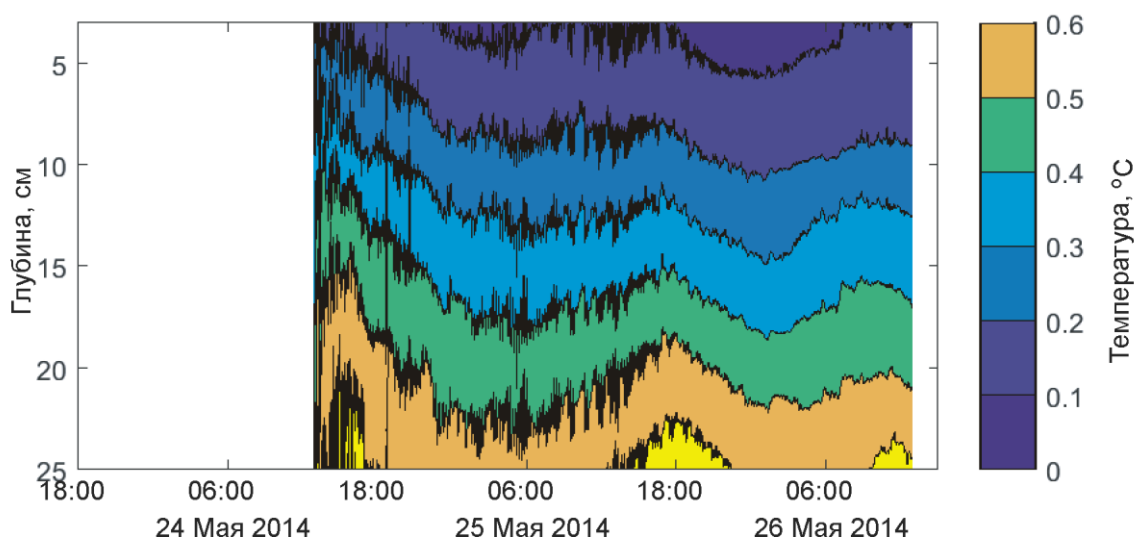


Рисунок 46. Температурные колебания в переходном слое.

1.5 Выводы по главе 3

В результате серии экспериментов, проведенных в разные годы в разных районах озера (по степени заснеженности ледового покрова и скоростям подледных течений), а также на разных водных объектах, был накоплен огромный массив исходных данных для последующего анализа с помощью широкого спектра методов и подходов, включая математическое моделирование.

Глава 4. Математическая модель изменения толщины ледового покрова

Для интерпретации результатов измерений *in situ* термического режима ледового покрова на Байкале была разработана математическая модель вертикального переноса тепла в двухслойной системе с фазовым переходом (задача Стефана). Подход к решению задач такого класса основан на связи между прямыми методами решения в обобщенной формулировке классической задачи Стефана с разрывными (кусочно-непрерывными) коэффициентами [Вабищевич, 1987; Самарский и др., 2004; Тихонов и др., 1999] и методами решения обратных задач с гладкими коэффициентами без фазовых переходов. Модель использовалась в двух вариантах. Прямое решение задачи Стефана с заданными коэффициентами применялось для оценки влияния температуры воздуха, солнечной радиации и теплообмена в толще льда и подледной воде (в том числе, скрытого и явного потоков тепла на границе вода–лед) на изменчивость температуры в системе вода–лед. Решение обратной задачи Стефана на основе измеренных толщин льда, солнечной радиации и температур в системе лед–вода использовалось для расчета коэффициентов эффективной теплопроводности и оценки вертикального распределения потоков тепла. Характеристики эффективного вертикального теплообмена подо льдом определялись и верифицировались с использованием экспериментальных данных.

4.1 Прямая постановка задачи Стефана

Постановка задачи о динамике роста и таяния ледового покрова и сопряженными с ней явлениями выполнена в рамках упрощенной схемы, в которой решающая роль отводится тепловым процессам и фазовым превращениям. Она представляет собой вариант задачи Стефана для системы квазилинейных параболических уравнений в области со свободными границами. Рассматриваемое явление описывается в локальной системе координат, жестко связанной с поверхностью льда. Начало координат

совмещено с этой границей, ось z направлена вниз. Поскольку изменение потенциальной температуры

$$\Theta(x, y, z, t) \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} \equiv T(z, t)$$

по вертикали значительно больше, чем по другим направлениям, то процесс теплопереноса описывается как одномерный. Отметим, что в рассматриваемом случае различие потенциальной и *in situ* температур незначительно.

Прямая постановка одномерной двухфазной задачи Стефана состоит в определении температуры $T(z, t)$ и границы фазового перехода $\xi(t)$ в области $0 \leq z \leq l$ на интервале времени $0 \leq t \leq t_{max}$. Решение задачи сводится к интегрированию системы уравнений [Вабищевич, 1987; Гольдман, 2002; Тихонов и др., 1999]:

$$c_j(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(k_j(z, T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = f_j(z, t), \quad j = ice, wat, \quad (6)$$

где функции $c_j(T(z, t))$ и $k_j(z, T(z, t))$ соответственно объемная теплоёмкость и теплопроводность, а $f_j(z, t)$ – объемное поглощение солнечной радиации. Индексы $j = ice, wat$ соответствуют льду [$0 \leq z \leq \xi(t)$] и воде [$\xi(t) \leq z \leq l$] соответственно.

В начальный момент времени, при $t = 0$, задан вертикальный профиль температуры $\Phi(z)$

$$T(z, 0) = \Phi(z), \text{ при } 0 \leq z \leq l \quad (7)$$

и положение границы фазового превращения

$$\xi(0) = l_0. \quad (8)$$

На границе воздух-вода ($z = 0$) задана температура $\theta(t)$

$$T(0, t) = \theta(t), \quad 0 \leq t \leq t_{max}, \quad (9)$$

на нижней границе, на глубине $z = l$, задан поток тепла $Q_{wat}(t)$

$$\left(-k_{wat}(z, T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_{z=l} = Q_{wat}(t) \quad 0 < t \leq t_{max}, \quad (10)$$

а на нижней границе фазового перехода лед–вода $z = \xi(t)$ задана фиксированная температура $T^* = 0^\circ\text{C}$

$$T(z, t)|_{z=\xi(t)} = T^* \quad 0 < t \leq t_{\max} \quad (11)$$

и баланс тепла или условие Стефана [Тихонов и др., 1999]

$$-\gamma \frac{d\xi}{dt} = k_{\text{wat}}(z, T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\xi(t)+0} - k_{\text{ice}}(z, T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\xi(t)-0} \quad 0 < t \leq t_{\max}. \quad (12)$$

Величина $\gamma = \rho_{\text{ice}}L$ – объемная скрытая теплота фазового превращения, где $L = 333.5$ кДж/кг – теплота плавления льда. Теплопроводность льда $k_{\text{ice}}(T)$ изменяется линейно между значениями $k_{\text{ice}}(0^\circ\text{C}) = 2.23$ Вт/(м \times °C) и $k_{\text{ice}}(-30^\circ\text{C}) = 2.32$ Вт/(м \times °C)

В прямой постановке краевой задачи начальные условия $\phi(z)$, l_0 и граничные условия на нижней $\theta(t)$ и верхней границе $Q_w(t)$ были вычислены по экспериментальным данным температуры поверхности льда, толщине льда, и температуры подледной воды. Термодинамические характеристики воды $c_{\text{wat}} = C_{p\text{wat}}(T)\rho_{\text{wat}}(T)$ и льда, $c_{\text{ice}} = C_{p\text{ice}}(T)\rho_{\text{ice}}(T)$, γ , и их плотности $\rho_{\text{wat}}(T)$, $\rho_{\text{ice}}(T)$ соответственно рассчитывались с использованием эмпирических зависимостей [McDougall, Trevor J. ; Barker, 2011].

Вертикальные профили эффективной теплопроводности воды $k_{\text{wat}}(z, T(z, t)) = C_{p\text{wat}}(T)\rho_{\text{wat}}(T)a_{\text{ef}}(z)$, где a_{ef} эффективная температуропроводность, была аппроксимирована зависимостями в подледной воде в заливе Лиственничный (Южный Байкал) приведенными в работе А.А. Сперанской: $a_{\text{ef}} = 3 \times 10^{-7}$, 9×10^{-7} и 16×10^{-7} м²/с для глубины 0.1, 0.5 и 1 м от нижней кромки льда, соответственно [Шулейкин, 1968; Speranskaya, 1959]. Величины, в 5–10 раз превышающие молекулярное значение температуропроводности, согласуются с данными, полученными для покрытых льдом озер [Bengtsson, 1986; Colman et al., 1983; Ellis et al., 1991; Malm, 1999; Svensson, 1987].

Оценки лучистого потока тепла основывались на данных исследования подледного светового режима водоемов [Шерстянкин, 1975] и проникающей

солнечной радиации на Байкале [Довгий, 1977]. Влияние толщины снежного покрова на освещенность под байкальским льдом учитывалось по данным [Шерстянкин, 1975; Jewson et al., 2009]. Объемное поглощение солнечной радиации $f_j(z, t)$, проникающей в лед и подледную воду, принято для ледового покрова, представленного бесснежным однородным прозрачным льдом, который относится к типу I по классификации Шерстянкина [Шерстянкин, 1975] или к “black ice” – по Leppäranta [Leppäranta, 1983]. При этом пренебрегали влиянием границы лед–вода и считали, что углы полного внутреннего отражения для льда и воды на их границах с воздухом совпадают. Тогда световое поле в толще однородного прозрачного покрова и в верхних слоях воды будет таким же, как в водоеме при штилевой погоде. Таким образом, модель ледового покрова соответствует теоретическим идеализациям проникновения светового излучения в воду, и для нее справедливы, с небольшими поправками, результаты, полученные для измерений, выполненных при штиле [Довгий, 1977].

Кривые изменения проникающей в воду Байкала радиации с глубиной для разных значений прозрачности представлены суммой экспонент [Довгий, 1977] в соответствии с формулой Колесникова [Колесников, 1954]:

$$R_{ice}(z, t) = R_{tot}(t) A_{ice} \exp(-\beta_{ice} \times z),$$

$$R_{wat}(z, t) = R_{ice}(\xi(t), t) \sum_{\alpha=1}^3 B_{\alpha} \exp(-\beta_{\alpha} \times (z - \xi(t))), \quad \sum_{\alpha=1}^3 B_{\alpha} = 1,$$

где R_{tot} – падающая солнечная радиация на поверхность льда, R_{ice} , R_{wat} – проникающая солнечная радиация во льду и воде соответственно, B_{α} – доля (%) спектра с постоянным показателем вертикального ослабления β_{α} . Показатель вертикального ослабления для Байкальского льда $\beta_{ice} \approx 1.6 \text{ м}^{-1}$ близок к показателю для прозрачного льда и находится в районе его минимальных значений для различных типов льда [Пивоваров, 1972]. Коэффициент $A_{ice} = 0.15$ отвечает за показатели поверхностного отражения и поглощения. Эта формула имеет определенный физический смысл для верхних слоев водной толщи озера, где угловую структуру светового поля можно считать практически неизменной.

Значения коэффициентов B_α и β_α для ясной и пасмурной погоды, использованные в наших расчетах, приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Коэффициенты B_α и β_α для глубины по диску Секки 10 м
[Довгий, 1977]

Погода	β_1	β_2	β_3	B_1	B_2	B_3
Солнечная	1.4	0.27	0.101	30	58.33	11.67
Пасмурная	0.67	0.23	0.08	40	51.67	8.33

Объемное поглощение проникающей солнечной радиации $f_j(z, t)$ в уравнении (6) представляет собой производную $-\partial R_j / \partial z$.

4.2 Обратная задача

Необходимость постановки обратной задачи обусловлена отсутствием данных о коэффициентах вертикального теплообмена в подледном слое воды и, как следствие, о потоках тепла на границах. В обратной задаче начальные условия (7),(8) и граничный режим (9) при $z = 0$ известны по результатам измерений, а на границе $z = l$ вместо условия (10) задана температура

$$T|_{z=l} = \psi(t) \quad 0 \leq t \leq t_{\max}, \quad (13)$$

где $\psi(t)$ – температура, измеренная температурным датчиком на глубине $z = l$. Дополнительная входная информация задана в пределах интервала $0 < z < l$ измеренными температурами в m точках

$$T|_{z=z_n} = \psi_n(t) \quad n=1, 2, \dots, m \quad 0 \leq t \leq t_{\max}, \quad (14)$$

и изменением во времени толщины льда

$$\xi(t) = g(t) \quad 0 \leq t \leq t_{\max}, \quad (15)$$

где $g(t)$ – толщина льда, измеренная автоматическим ледовым комплексом. Тогда обратная задача сводится к нахождению:

1) функции $T(z, t)$, удовлетворяющей (6)–(9) и (11)–(13) для жидкой и твердой сред;

2) коэффициента эффективной теплопроводности подлёдного слоя воды;

3) потоков тепла в толще льда и в подледной воде, включая нахождение граничного условия (10).

Как известно, обратные задачи идентификации коэффициентов даже для линейных уравнений теплопроводности являются нелинейными. Это обстоятельство существенно осложняет построение вычислительных алгоритмов для приближенного решения коэффициентных и граничных обратных задач. Поскольку в данном случае полное и строгое обоснование их сходимости практически невозможно [Самарский и др., 2004], основное внимание уделяется максимально широкой апробации численных методов на содержательных практических примерах, соответствующих экспериментальным данным.

Для решения обратной задачи краевая задача Стефана с кусочно-непрерывными коэффициентами эффективной теплопроводности и условием на границе фазового перехода (12) была заменена на обобщенную формулировку задачи Стефана с гладкими коэффициентами без фазовых переходов [Вабищевич, 1987; Самарский и др., 2004; Aslamov et al., 2014]. Приближенное решение обратной коэффициентной задачи с дополнительной информацией (13)–(15) находили с применением методов параметрической идентификации [Самарский и др., 2004]. Распределение эффективной теплопроводности (a_{ef}) по координате z аппроксимировали кусочно-линейной функцией с неизвестными параметрами. Приближенное решение при этом достигается минимизацией квадратичного сглаживающего функционала А.Н. Тихонова для вектора неизвестных параметров [Самарский и др., 2004; Тихонов и др., 1979].

4.3 Результаты моделирования

Разработанная математическая модель вертикального переноса тепла в двухслойной системе с фазовым переходом была использована для

интерпретации результатов измерений *in situ* термического режима ледового покрова на Байкале. Прямое решение задачи Стефана с заданными коэффициентами применялось для оценки влияния температуры воздуха, солнечной радиации и теплообмена в толще льда и подледной воде (в том числе, скрытого и явного потоков тепла на границе вода-лед) на изменчивость температуры в системе вода-лед и скорость нарастания ледового покрова.

На рис. 47 приведены исходные данные для моделирования, полученные в феврале-марте 2009 года на станции в районе п. Листвянка [Aslamov et al., 2014]: временная динамика температуры в толще льда и подледной воде (рис. 47а), проходящая солнечная радиация (рис. 47б) и измеренная толщина ледового покрова (рис. 47в, кривая 1). Результаты рассчитанной по модели толщины льда приведены на (рис. 47в, кривая 2). Видно, что рассчитанная по модели (6)-(12) и измеренная толщина льда хорошо согласуются. Для сравнения на (рис. 47в, кривая 3) приведена толщина льда, рассчитанная по простой модели Стефана (2), которая, к концу эксперимента, дает завышенные на 100 мм значения толщины льда, ввиду того что не учитывает поток тепла из воды в лед.

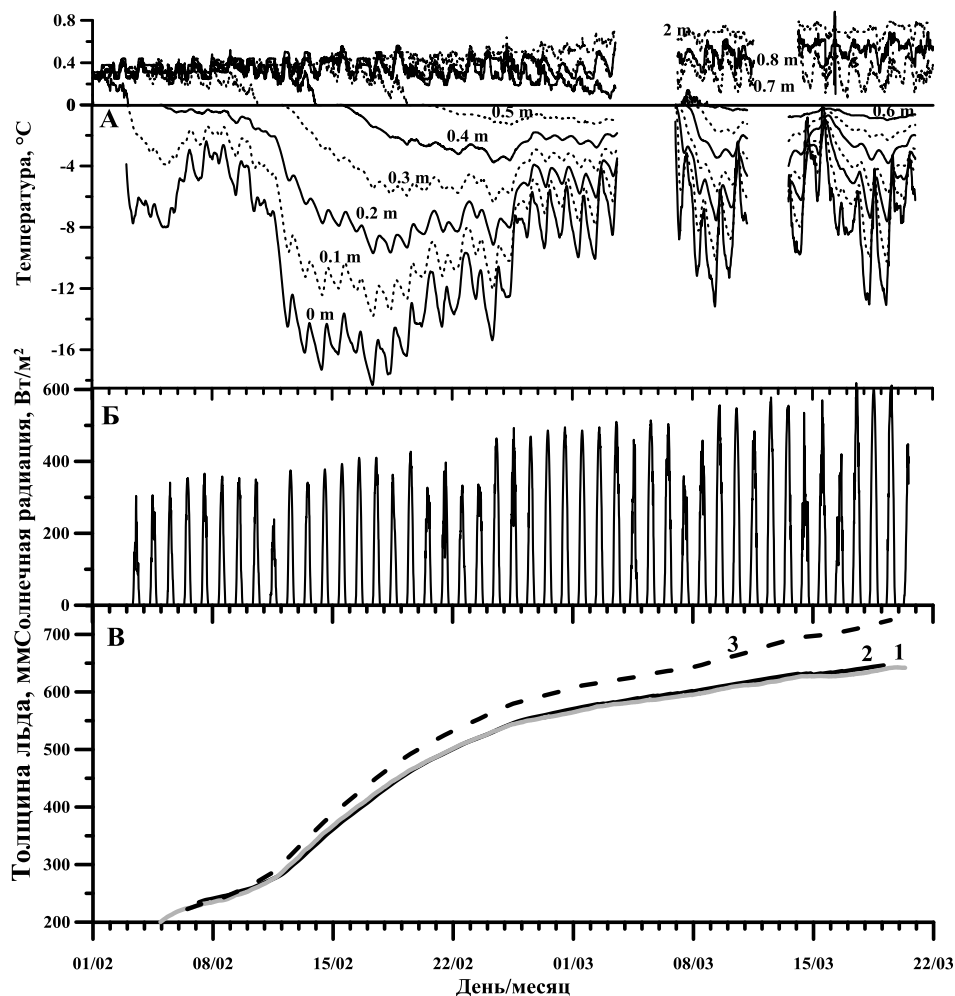


Рисунок 47. Распределение температуры в толще льда и в воде на разных горизонтах(А), приходящая солнечная радиация (Б), и толщина ледового покрова (В). (Кривая 1 - измеренная толщина льда, кривая 2 – расчет по модели (6)-(12) и 3 - по простой модели Стефана (2) без учета потока тепла из воды. 2009 г.

Во время измерений температурные датчики, первоначально расположенные в подледной воде на расстоянии 400 и 500 мм от поверхности ледового покрова, при его нарастании вмерзли в лед. Первый датчик вмерз в ночь с 15 на 16 февраля, второй – в ночь с 20 на 21 февраля. Наличие данных об изменении толщины льда (рис. 47в) позволило представить материалы измерений за этот период в виде температурных кривых в зависимости как от времени суток (рис. 48 а, б), так и от текущего положения датчика относительно нижней подвижной границы льда (рис. 48 с,d). Пересчет зависимости температуры от времени в ее зависимость от расстояния датчика относительно нижней поверхности льда эквивалентен переходу в подвижную

систему координат. На рисунке 48 (a,b) видно хорошее согласование измеренных и рассчитанных по модели температур.

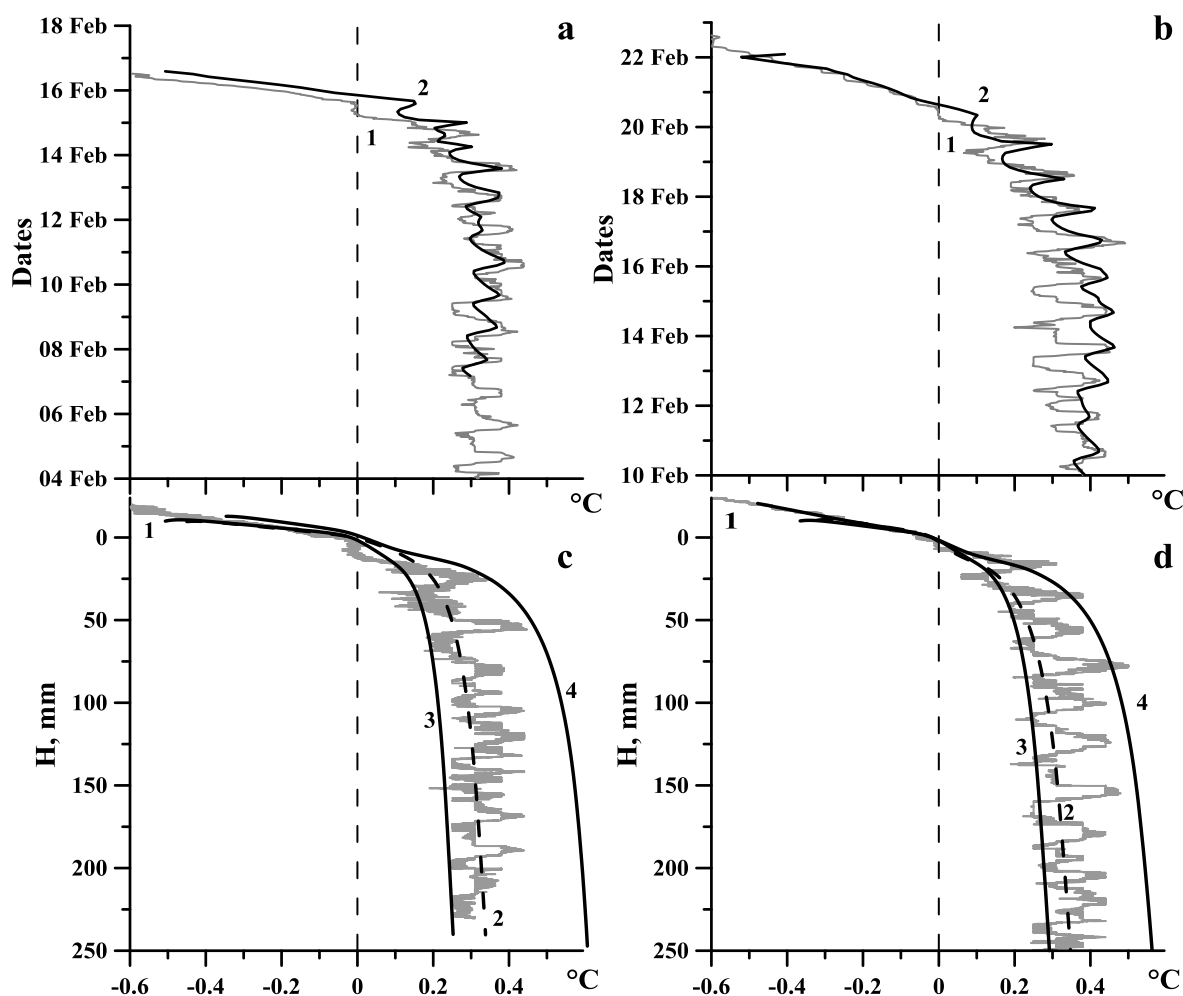


Рисунок 48. Изменение температуры во времени по показаниям датчиков, первоначально расположенных на расстоянии 400 (a) и 500 мм (b) от верхней границы льда, и полученные температурные профили для первого датчика (c) и для второго датчика (d). (серые кривые – измерения, черные – модельный расчет. H - расстояние от подвижной нижней кромки льда, мм)

На рис. 48 c,d приведены модельные вертикальные профили температуры в подледном слое воды при условии проникновения 100% проходящей солнечной радиации под ледовый покров (кривая 4), 25% (кривая 2) и в ночное время, т.е. 0% (кривая 3). Видно, что проникающая солнечная радиация существенно сказывается на форме вертикальных профилей температуры в подледной воде. Таким образом, изменения температуры воды у нижней кромки льда в пределах 0.2-0.3 градуса в течение суток обусловлены суточным

ходом солнечной радиации. Решение обратной задачи показало, что лучшее согласие модельных и измеренных температур наблюдается при проникновении под лед от 15 до 35% от поступающей радиации.

Решение обратной задачи Стефана на основе измеренных толщин льда, солнечной радиации и температур в системе лед-вода в 2016 году использовалось для расчета коэффициентов эффективной теплопроводности $a_{ef}(z)$ в подледной воде и оценки вертикального распределения потоков тепла. Значения эффективной теплопроводности, определенные из численного решения обратной задачи Стефана, возрастают с глубиной (рисунок 49), что качественно согласуется с результатами предыдущих исследований покрытых льдом озер, но скорость роста значительно превышает полученные ранее величины. На малых озерах Карелии значения $a_{ef}(z)$ на глубине 2 м были приблизительно в 3-5 раз выше чем молекулярные значения [Bengtsson et al., 1996b]. На небольшом озере Ryan Lake коэффициенты теплопроводности варьировались от 1.3×10^{-7} м²/с непосредственно подо льдом до 8.9×10^{-7} м²/с в конвективном слое на глубине 2.4 м [Ellis et al., 1991; Fang et al., 1996a]. Большие значения $a_{ef}(z) = 1.0 \times 10^{-5}$ и $2.0 \times 10^{-6} - 4.0 \times 10^{-6}$ м²/с были приведены Bengtsson в мелких озерах Velen и Boren (Швеция) соответственно [Bengtsson, 1996]. В наших экспериментах значения эффективной теплопроводности выше на один-два порядка и достигают $10^{-5} - 10^{-3}$ м²/с, что согласуется с гораздо меньшими размерами ламинарного подледного слоя. На станции 2 подледный обмен был примерно в два раза более интенсивным, чем на станции 1 и более изменчив как по величине, так и по направлению.

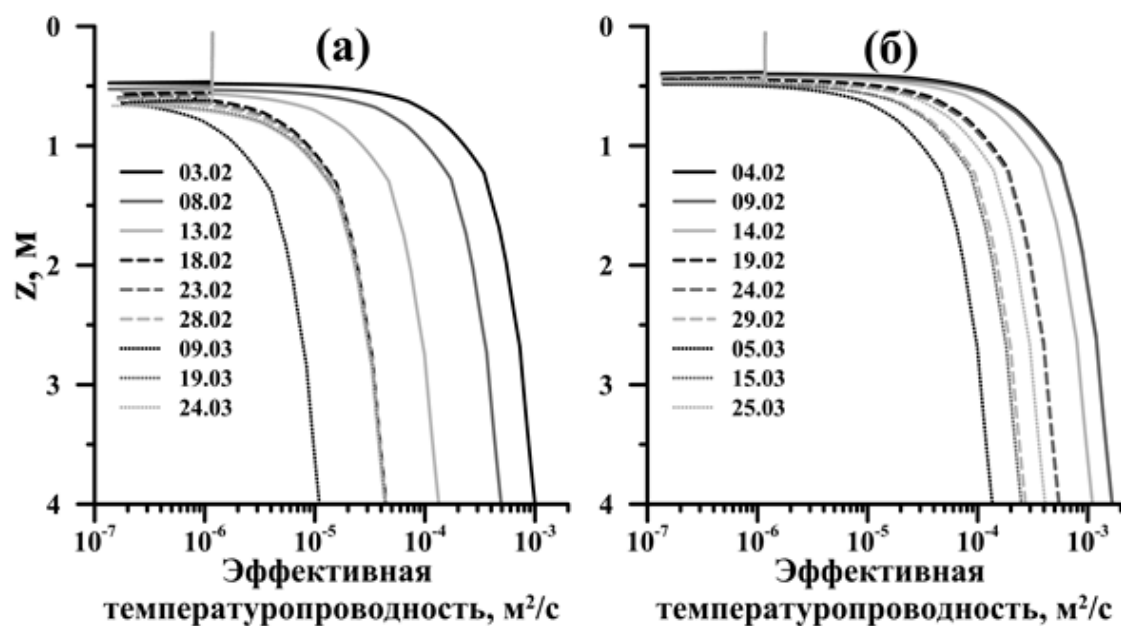


Рисунок 49. Вертикальное распределение эффективной теплопроводности в системе вода–лед на разные даты 2016 г. для станции 1(а) и 2(б).

Численное решение обратной задачи позволило получить вертикальное распределение плотности потока тепла для двух станций 2016 года (рис. 50). Горизонтальные скачки в точках фазового перехода на кривых потока тепла, соответствующие изменениям, вызванным выделением или поглощением скрытой теплоты за счет фазового превращения (нарастание или таяние ледового покрова), хорошо согласуются с зарегистрированной динамикой толщины ледового покрова (рис. 29).

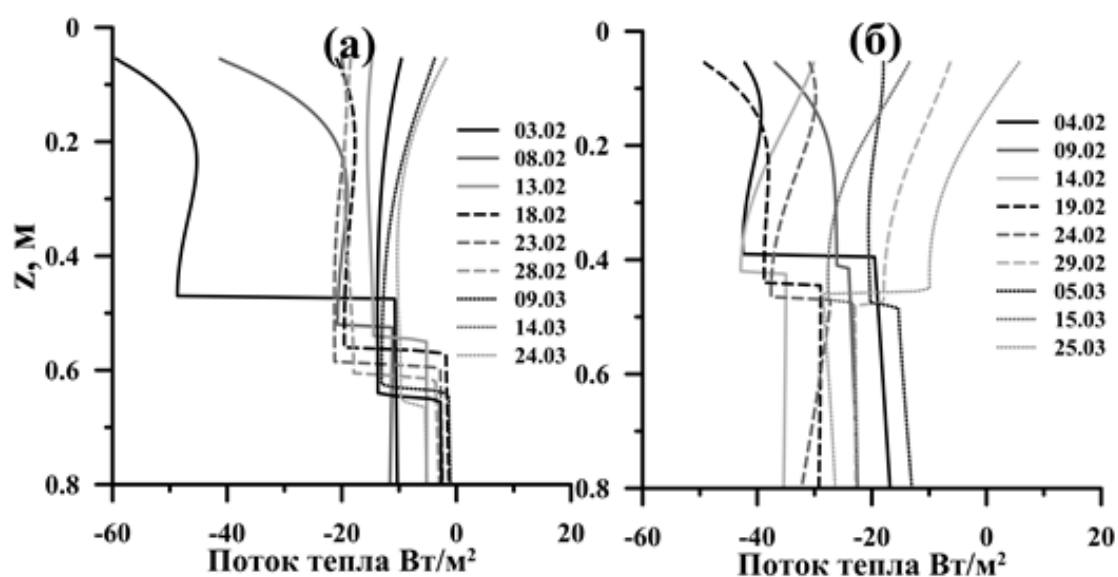


Рисунок 50. Вертикальное распределение плотности потока тепла в системе вода–лед на разные даты 2016 г. для станции 1(а) и 2(б).

4.4 Моделирование образования кольцевых структур на льду озера Байкал

Спутниковые данные дают возможность получать недоступную ранее информацию о состоянии ледового покрова по всей акватории озера Байкал. На космических снимках Среднего Байкала в районе м. Крестовский весной 2003 г. впервые было зарегистрировано образование в виде темного кольца диаметром более 4 км. Похожие структуры на разрушающемся весеннем льду озера в период с 2003 г. по 2016 г. появлялись в 7 районах 19 раз [Granin et al., 2018]. Они проявляются также на снимках 1974 – 2002 гг., обнаружено четыре случая их появления на озере Хубсугул [Kouraev et al., 2016]. Описанию кольцевых структур посвящен ряд публикаций [Бордонский и др., 2014; Гранин, 2009; Kouraev et al., 2016].

В 2009 г. нами было проведено детальное изучение кольцевой структуры появившейся в начале апреля в районе пос. Култук. Полевые наблюдения проводились на двух разрезах, пересекающих центр кольцевой структуры (рис. 51а). На всех станциях измерялась толщина ледового покрова и исследовались керны льда. Визуально поверхность льда в центре структуры, на периферии и в районе “темного” кольца выглядела одинаково. На поверхности не было воды, лед был разыглен (толща льда состояла из вертикальных кристаллов). Измерения показали, что толщина льда уменьшалась от 74 см в центре до 43 см на расстоянии 2 км от него (рис. 51б). За пределами кольца толщина льда вновь увеличивалась до более 70 см.

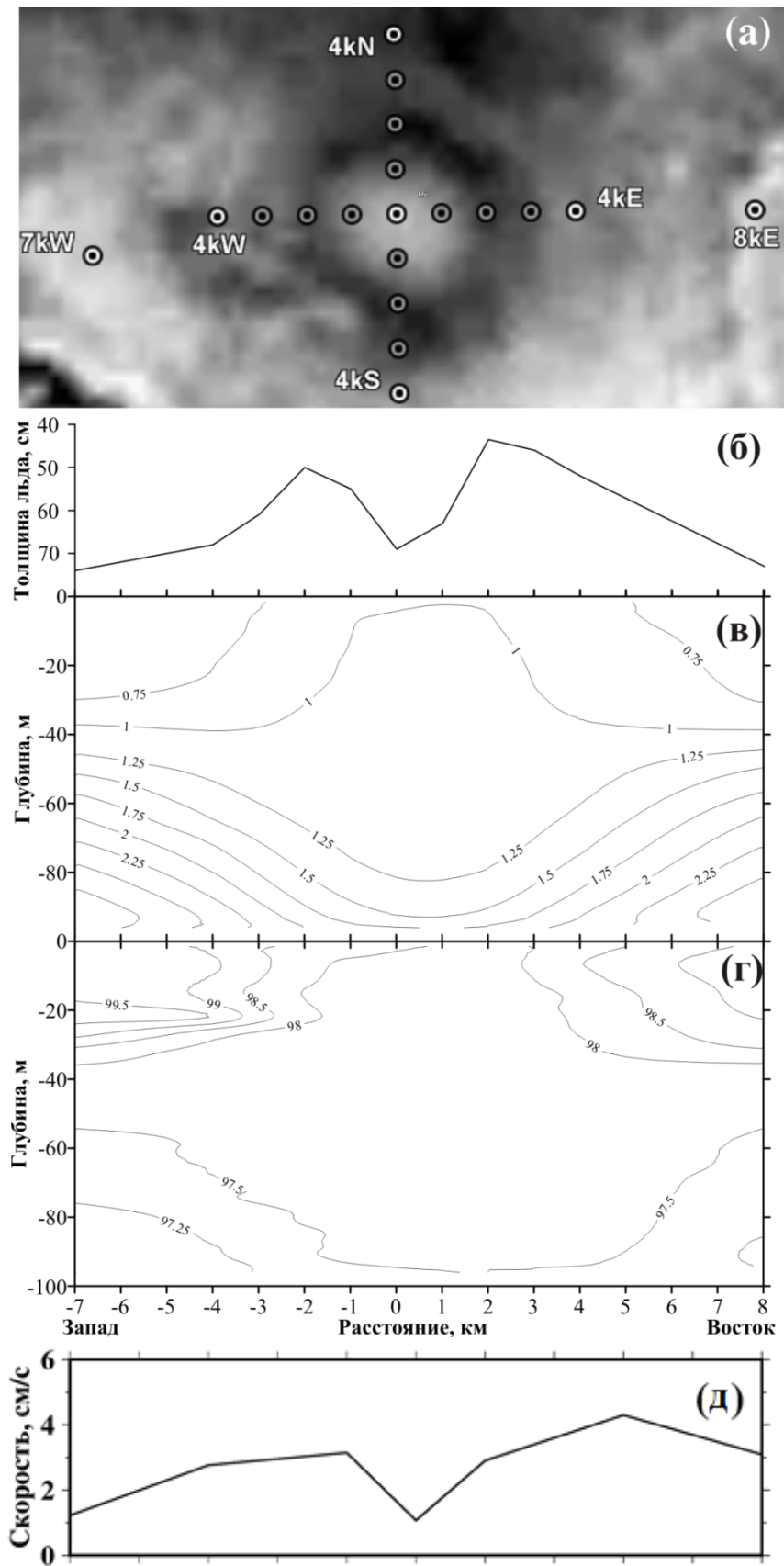


Рисунок 51. Спутниковый снимок MODIS кольцевой структуры 04.04.09 с положением станций – а; толщина льда (см), температура ($T, ^\circ\text{C}$), минерализация ($S, \text{мг/кг}$) и скорость течения на разрезе с запада на восток – б, в, г, д.

Кольцевые структуры становятся видимыми в апреле перед разрушением ледового покрова [Гранин, 2009]. Процесс разрушения льда начинается с образования в начале апреля мелких иглообразных кристаллов в верхнем слое. С появлением воды на льду быстро наступает распад по всей толще, вода уходит вниз через капиллярные каналы, и ледовый покров пропитывается водой, как губка [Верболов и др., 1965]. В это время на космических снимках появляется «темная» кольцевая область, в которой толщина льда меньше по сравнению с окружением, а уровень воды в микротрещинах находится ближе к поверхности ледового покрова.

Анализ данных полевых исследований показал, что кольцевые структуры образуются за счет кругового течения. При этом радиус кольца близок к бароклинному радиусу деформации Россби [Гранин и др., 2015; Kougaev et al., 2016]. Круговые течения, ведут к более быстрому таянию льда в зоне их интенсификации. С удалением от центра кольца и увеличением скорости течения растет значение числа Рейнольдса (Re), достигающего критического значения по экмановскому слою в зоне собственно кольца, что влечет за собой усиление турбулентности, интенсивности вертикального теплообмена и ускорение таяния льда на его нижней границе. Причиной генерации геострофического кругового течения может являться локальный подъем глубинных вод. Отсутствие повышения минерализации подледного слоя воды в центральной части кольцевой структуры, которое обычно наблюдается при нарастании ледового покрова [Granin et al., 1999] и зафиксировано на периферии кольцевой структуры (рис. 51б), подтверждает это. Заглубление изотермических поверхностей в центральной части (рис. 51в) и генерация кругового антициклонического течения в подледном слое является следствием прорыва через термоклин глубинных вод с пониженной концентрацией ионов (рис. 51г) и повышенной температурой (рис. 51в).

Разработанная в рамках данного исследования одномерная математическая модель была применена для описания процессов приводящих к появлению кольцевых структур на ледовом покрове озера Байкал, для чего

было выполнено моделирование в рамках двумерной, осесимметричной относительно вертикальной оси структуры математической модели нарастания и таяния ледового покрова. Согласование с крупномасштабной гидродинамической моделью несущей водной среды [Цветова, 2011; Tsvetova, 1999] осуществлялось через задание осредненных по времени полей скорости течений в районе кольца, используемых в осесимметричной модели как входные параметры.

При параметризации эффективной теплопроводности воды зависимость коэффициента горизонтального обмена от масштаба явления оценивалась на интервале 1-10 км, характерном для кольцевых структур [Монин и др., 1981]. Коэффициент горизонтальной эффективной теплопроводности в этой зоне масштабов при расчетах оценивался на диапазоне от $5 \cdot 10^3$ до $5 \cdot 10^4$ см²/с. По результатам численных экспериментов, параметр пропорциональности для отношения коэффициентов горизонтального к вертикальному обмену принят равным $\beta = K_r(r, z, t) / K_z(r, z, t) = 5 \cdot 10^5$.

По результатам идентификации коэффициентом обратной задачи определен коэффициент $K_{\varepsilon\phi}(z, t)$ эффективной теплопроводности с учетом измерений температуры в фоновом створе, представляющий функцию глубины горизонта [Aslamov et al., 2014]. Параметризация изменения коэффициента вертикального обмена вдоль радиуса кольцевой структуры была выбрана в виде зависимости $K_r(r, z, t) = \varphi(r) K_{\varepsilon\phi}(z, t)$, где $\varphi(r)$ в общем случае аппроксимировалась кусочно-линейной функцией с неизвестными коэффициентами. Функция $\varphi(r)$ оценивалась по обратной задаче с учетом измерений толщины льда по радиусу кольца. Вид граничных условий основывался на данных изменения толщины льда и горизонтального распределения температуры на глубине 5-10 м в области кольцевой структуры в Южном Байкале, полученных в ходе экспедиционных работ на разрезах 7 апреля 2009 г.

Пример расчета изменений толщины ледового покрова на полуразрезе через кольцевую структуру приведен на (рис. 52). Она уменьшается по мере

удаления от центра до минимального значения на расстоянии, соответствующем положению темного кольца, и затем возрастает к периферии структуры и прилегающему участку ледового поля на удалении 7 км от центра.



Рисунок 52.Изменение на поперечном полуразрезе через кольцевую структуру средней измеренной толщины льда (ромбы), ее рассчитанных по модели величин (штриховая линия) и модуля скорости подледного течения, по модели Стегнера (сплошная линия).

Расчетная кривая согласуется с данными прямых измерений толщины льда, а также коррелирует с изменениями скорости подледного течения, рассчитанной по квазигидростатической модели Стегнера [Stegner, 2007]. Сопоставление модельного расчета модуля скорости (рис. 52) с ее измеренными значениями (рис. 51б) показывает их хорошую согласованность.

4.5 Выводы по главе 4

В результате решения обратной задачи нарастания ледового покрова на основе измеренных толщин льда, солнечной радиации и температур в системе лед-вода были рассчитаны коэффициенты эффективной теплопроводности в подледной воде и проведены оценки вертикального распределения потоков тепла в системе вода-лед. Прямое решение задачи Стефана с верифицированными коэффициентами эффективного турбулентного обмена показали хорошее согласование измеренных и рассчитанных по модели температур в толще льда и подледной воде, а также динамики изменения толщины ледового покрова.

Глава 5. Структура пограничного слоя подледной воды и скорость диссипации турбулентной кинетической энергии

5.1 Структура пограничного слоя подледной воды

В соответствии с теоретическими представлениями [Ландау и др., 2015; Лойцянский, 2003; Шлихтинг, 1974; Karman von, 1934], в его вертикальной структуре выделяют подледный вязкий ламинарный слой (VL), залегающий под ним переходный (“буферный”) слой (IL) и перемешанную турбулентную водную толщу (конвективный слой, CL), рис. 53.

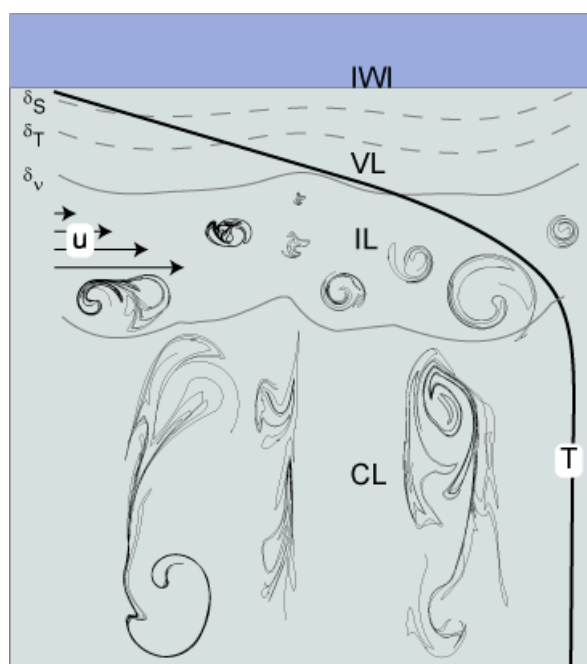


Рисунок 53. Структура подледного пограничного слоя. T – профиль температуры, u – скорость течений. CL – конвективный слой, IL – переходный слой, VL – вязкий слой, IWI – граница вода – лёд, δ_v , δ_T , δ_s – границы вязкого слоя, слоя молекулярной теплопроводности и слоя молекулярной диффузии солей, соответственно.

В каждом из слоев вертикальный перенос определяется разными механизмами и, соответственно, имеет свои временные и пространственные масштабы. Соответственно, для скалярных субстанций, таких как тепло и концентрация солей, в тонком ламинарном слое вблизи твердой верхней границы существует зона (VL), в которой вертикальный обмен определяется молекулярным диффузионным переносом. Интенсивность тепло- и

массообмена на границе вода-лед определяется толщиной ламинарного слоя, которая зависит от интенсивности перемешивания в нижележащих слоях, обусловленного конвекцией и сдвиговой неустойчивостью подледных течений. В свою очередь, подвижная граница раздела лед-вода является источником/стоком тепла за счет фазового перехода, а также источником растворенного вещества (вымораживаемых солей).

Профили температуры подледной воды, построенные в зависимости от расстояния от нижней подвижной границы льда (H) для первой и второй станций, установленных в 2016 году (рис. 22), близки к логарифмическому с выраженным переходным слоем, за пределами которого температуры выравнены по вертикали конвективным перемешиванием за счет объемного поглощения проникающей солнечной радиации и вымораживания солей при намерзании льда (рис. 54).

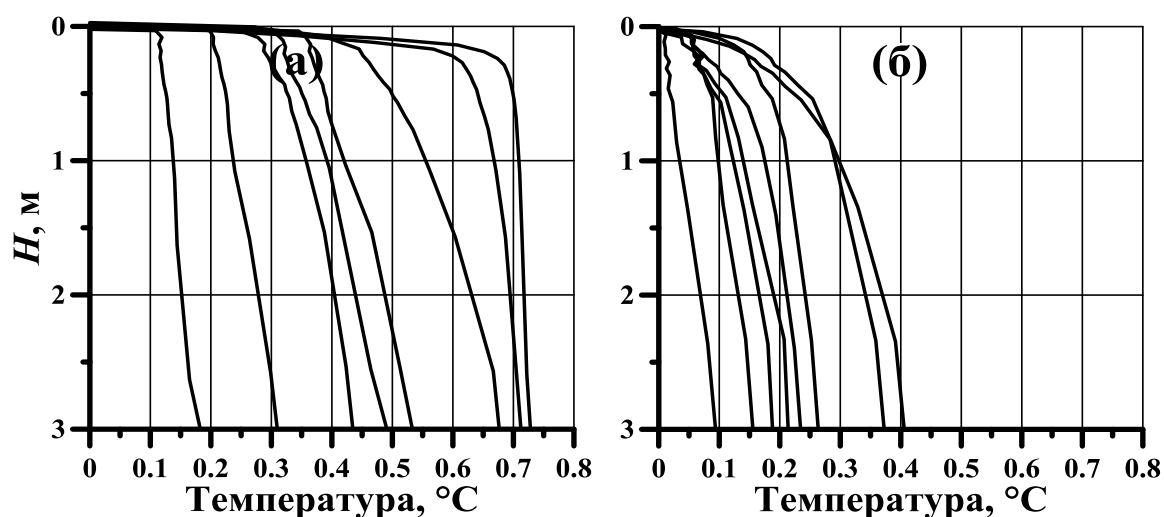


Рисунок 54. Профили температуры подледной воды на первой (б) и второй (а) станциях, 2016 год

Аналогичные выровненные по вертикали профили солености и температуры в конвективном слое воды были получены при измерениях в дневные часы на оз. Вендюрское [Mironov et al., 2002].

На рис. 55 приведено семейство профилей подледной температуры полученные при измерениях на озере Килписъярви в 2018 году. Профили схожи с полученными на Байкале в районе поселка Танхой (рисунок 54а).

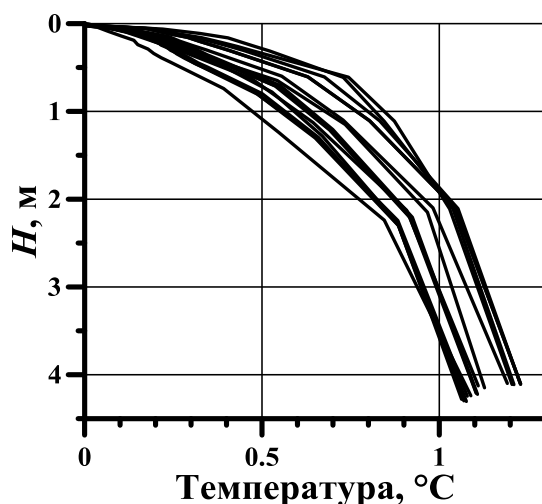


Рисунок 55. Профили температуры подледной воды на озере Килписъярви, 2018 год

Различия в распределениях подледной температуры хорошо видны на графике (рис. 56).

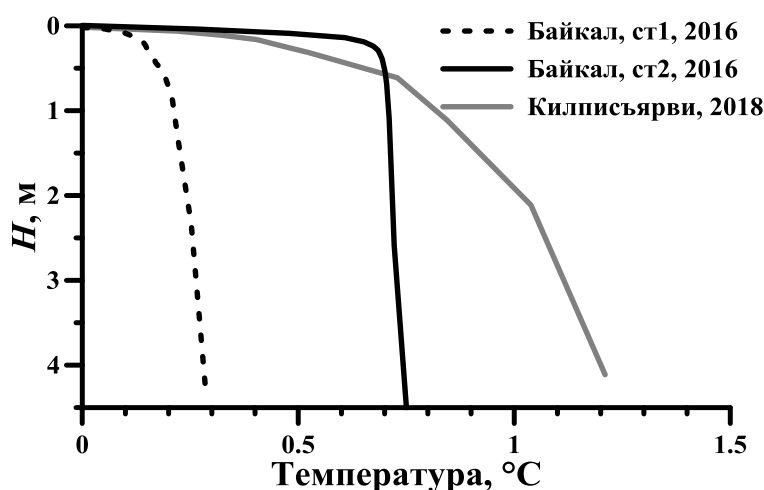


Рисунок 56. Сравнение профилей температуры подледной воды на разных станциях

На первой станции (район поселка Танхой, с увеличенным снежным покровом) граница между переходным и конвективным слоем располагается, как правило, значительно глубже, и достигает 2–3 метров, что вызвано меньшей интенсивностью подледных течений и меньшим радиационным прогревом по сравнению со второй станцией (район поселка Коты, с увеличенными скоростями подледных течений), на которой перемешанный слой начинается с глубин 0.1–0.3 м. На станции в Килписъярви профили отличаются более высокой подледной температурой, и гораздо большим заглублением конвективного слоя, который, в данном случае, залегал глубже 5 метров.

Для уточнения градиентов температуры вблизи раздела вода-лед был выполнен переход в подвижную систему координат, связанную с нижней границей ледового покрова. При нарастании толщины ледового покрова нижняя граница льда приближается к датчикам, исходно расположенным в воде, что эквивалентно движению датчиков к границе раздела вода-лед. Датчики последовательно переходят из нижнего турбулентного слоя в переходную зону, затем в ламинарный пограничный слой и, наконец, вмерзают в лед. Таким образом, наличие детальных измерений толщины ледового покрова позволяет пересчитать зависимости температуры от времени в ее зависимость от расстояния датчика относительно нижней подвижной границы льда и впервые построить подробные профили температуры в районе границы вода-лед в условиях реального водоема. На рисунке (57) приведены детальные профили температуры в пограничном слое воды толщиной 1.5 см для трех станций установленных на оз. Байкал в 2016 году. Данные о температуре и толщине льда предварительно усреднялись за 20 минут.

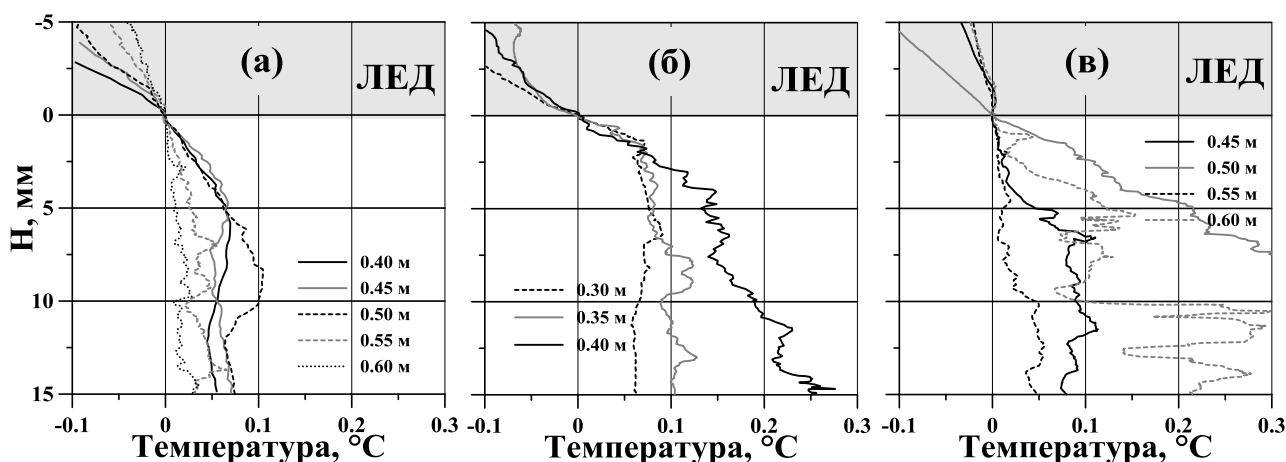


Рисунок 57. Детальные профили температуры в нижней части ледового покрова и подледном слое воды для станции 1(а), 2(б) и 3(в), полученные в процессе вмерзания датчиков в ледовый покров, 2016 год.

На полученных профилях можно выделить вязкий ламинарный подслой с изменением температуры, близким к линейному. На станции 1 преобладают меньшие градиенты температуры в тонком подледном слое воды и его величина достигает 5 мм, в то время как на станции 2 толщина слоя не

превышает 2 мм, и имеют место значительно большие градиенты температуры. На третьей станции наблюдалась большая изменчивость подледной температуры, вызванная периодическими интрузиями теплой воды, также изменялись и градиенты в подледном слое.

На рисунке 58 приведены профили температуры, полученные аналогичным образом, для станций, установленных в 2017 году на оз. Байкал, и в 2018 году на озере Килписъярви (Финляндия).

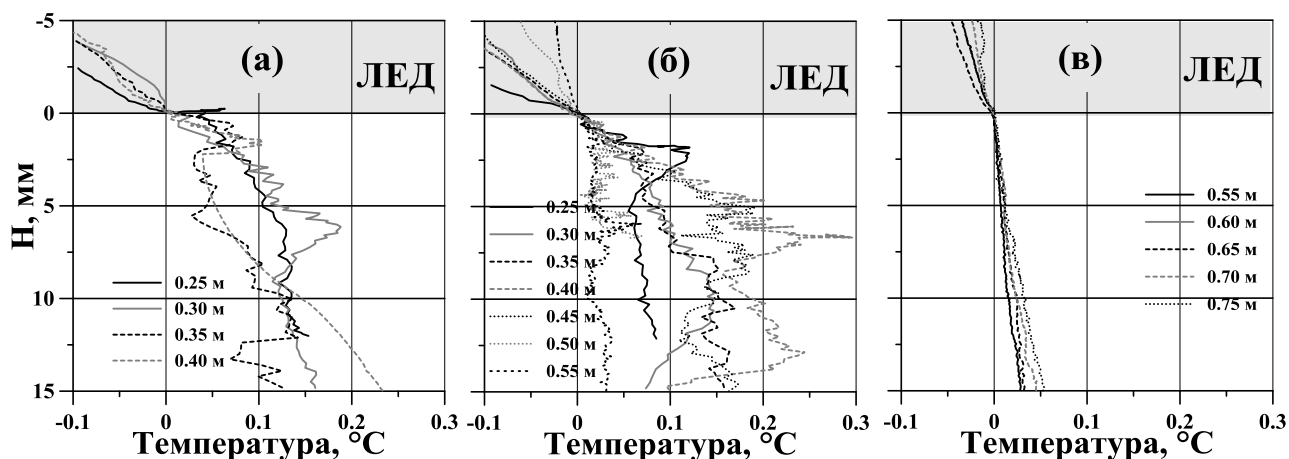


Рисунок 58. Детальные профили температуры в нижней части ледового покрова и подледном слое воды, полученные при вмерзании датчиков в лед для станции 2(а), 3(б) установленных в 2017 году на оз. Байкал, и на оз. Килписъярви (в) в 2018 году.

Видно, что на станции 2 (рис. 58а), находящейся в центре струйного течения, толщина ламинарного слоя лежит в диапазоне 1-3 мм, в то время как на станции 3 (рис. 58б) толщина может достигать 5 мм. Измерения на станции в Килписъярви (рис. 58в) демонстрируют значительно большую толщину ламинарного слоя в 15 мм. Ранее, в небольших озерах, толщины вязкого ламинарного подслоя и переходного слоя оценивались в 0.05 м и 0.60 м соответственно [Bengtsson et al., 1996b; Ellis et al., 1991; Fang et al., 1996a]. Таким образом, вязкий ламинарный подслоя в подледной воде в Байкале заметно тоньше.

5.2 Измерения ТКЭ на оз. Байкал

Кинетическая энергия турбулентности (ТКЭ) производится за счет затухания конвективных движений и/или средних горизонтальных течений на

нижней поверхности ледяного покрова. Влияние турбулентного перемешивания на градиент температуры dT/dz в диффузионном слое и, следовательно, на поток тепла из воды в лед является двояким: во-первых, оно влияет на перепад температуры ΔT в диффузионном слое δ_T , во-вторых, оно изменяет толщину самого диффузионного слоя δ_T , утончая его при увеличении турбулентности за его пределами. Первый эффект является относительно медленным, поскольку типичные колебания температуры в верхнем перемешанном слое имеют место на суточных и более длительных масштабах времени. Вариации δ_T , в свою очередь, сильнее и могут составлять порядок величины в зависимости от условий перемешивания.

Бюджет турбулентной кинетической энергии в изотропной однородной сдвиговой турбулентности стремится к локальному балансу продукции-диссипации ТКЭ:

$$\varepsilon = u_*^2 \frac{\partial U_{mean}}{\partial z} = \frac{u_*^3}{\kappa z} \quad (16)$$

где ε - скорость диссипации ТКЭ, u_*^2 - турбулентное напряжение (квадрат скорости сдвига), создаваемое вертикальным сдвигом средней скорости $\partial U_{mean}/\partial z$, $\kappa \approx 0.4$ - постоянная фон Кармана, z – масштаб длины турбулентной пульсации равный расстоянию от нижней границы льда. Баланс ТКЭ (16) предполагает наличие пограничного слоя с постоянным напряжением, так что сдвиг скорости описывается логарифмическим законом:

$$\frac{\partial U_{mean}}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \quad (17)$$

или

$$U_{mean}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad (18)$$

где, z_0 – параметр шероховатости поверхности льда. Если и ε и U_{mean} известны из измерений, то уравнения (16) и (18) позволяют проверить применимость аппроксимации постоянных напряжений и оценить u_* и z_0 .

Детальные характеристики турбулентного перемешивания в подледном пограничном слое на озере Байкал на станции 2 и 3 в 2017 году (рис. 30) были

получены с помощью высокоразрешающего доплеровского измерителя скорости течения HR Aquadopp. Подробные профили средних течений, с временным интервалом 2 с и пространственным разрешением 15 мм послужили также для верификации долговременных точечных измерений электромагнитными регистраторами, показав их хорошее согласование (рис. 38, 39). Значения короткопериодных флуктуаций скорости течения были использованы для вычисления скорости диссипации ε кинетической энергии турбулентности (ТКЭ) на основе гипотезы Колмогорова [Колмогоров, 1941] об автомодельности структурных функций скоростей течения с использованием метода, описанного [Wiles et al., 2006]. Скорость диссипации ε была получена как коэффициент в полуэмпирическом уравнении для структурной функции скорости $D_i(r)$ вдоль i -го акустического луча:

$$D_i(r) = \text{Noise} + C_v \varepsilon^{2/3} r^{2/3}, \quad (19)$$

которое включает оценку шума *Noise*, представляющую осредненный эффект приборного шума и нетурбулентных колебаний скорости течений. Константа $C_v = 3^{1/3}$ (см. напр. [Lien et al., 2002]). Структурная функция скорости была рассчитана из измеренных скоростей вдоль луча $v_i(z)$ на расстоянии z от излучающей головки инструмента как

$$D(z, r) = \overline{(v_i(z) - v_i(z+r))^2}, \quad (20)$$

где $v_i(z)$ – флуктуация скорости вдоль акустического луча на расстоянии z , r – пространственный диапазон оценки диссипации (инерционный интервал).

Проверка качества приближения выполнялась на основе значений *Noise* в формуле (19); Значения ε от трех лучей сравнивались по сходству и усреднялись. Значения ε , для которых выполнялось условие

$$\text{Noise} > C_v^{-3} D^{3/2}, \quad (21)$$

отвергались, как не соответствующие гипотезе об автомодельности. Три оценки флуктуаций скорости определялись путем вычитания среднего значения скорости для периодов усреднения 10, 20 и 30 мин. Испытывались разные

значения максимального оценочного диапазона для корреляции скоростей, охватывающие диапазон, рекомендованный для слабо стратифицированной турбулентности [Wiles et al., 2006]. Подробная процедура последующей обработки данных и проверки качества приближения описана в [Kirillin et al., 2018; Volkov et al., 2018].

Величины колебаний скоростей течений вокруг их средних значений получились характерны для развитой турбулентности: структурные функции (20) хорошо масштабировались от расстояния в степени $2/3$, демонстрируя существование инерционного интервала. Исходя из пропорциональности $2/3$ верхняя граница инерционного интервала достигала 0.1-0.4 м, в то время как меньшие значения соответствовали более сильным флуктуациям (рис. 59).

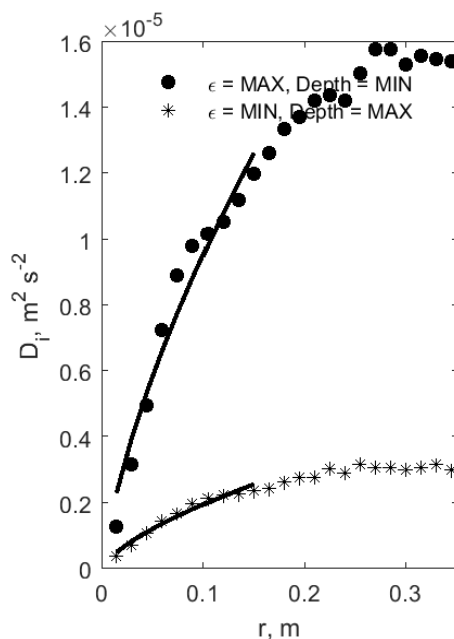


Рисунок 59. Аппроксимация структурной функции скоростей.

Скорость диссипации ТКЭ из уравнения (19) увеличивалась при приближении к нижней границе льда, поддерживая примерное масштабирование $\epsilon \propto z^{-1}$ (ур. 16). Разброс ϵ увеличивался с удалением от ледяного покрова для сильно турбулентных условий (рис. 60). Разброс на глубинах ≈ 0.4 м (примерно совпадающий с длиной инерционного интервала)

был слишком велик для обнаружения масштабирования (ур. 16), а на глубинах $\approx 0,8$ м диссипация ТКЭ была минимальной.

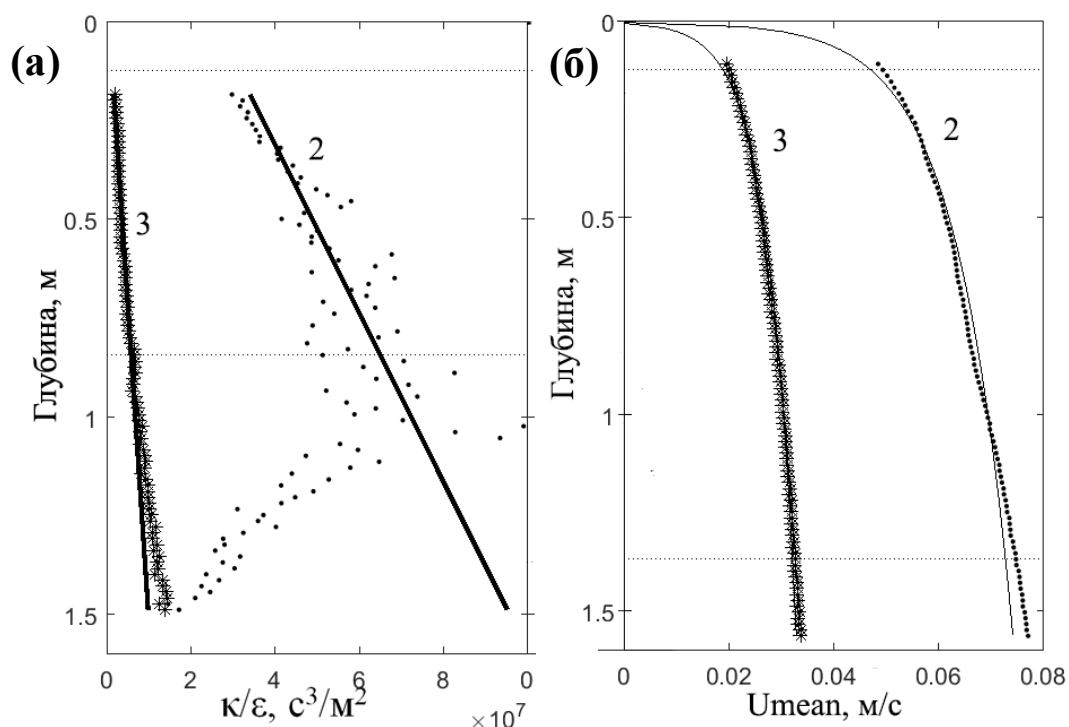


Рисунок 60. Профили значений κ/ϵ (а) и подледных течений (б) по глубине, для станции 2 и 3, 2017 г.

Для условий малой турбулентности, вариации ϵ с глубиной были меньшими, хотя локальный экстремум на линии $\epsilon^{-1}(z)$ наблюдался на том же расстоянии ≈ 0.8 м от нижней поверхности льда. Как и скорости диссипации ТКЭ, профили средних скоростей течений имеют логарифмический характер, демонстрируя наличие стационарного пограничного слоя, выраженного уравнениями (16) - (18). Оба уравнения (16) и (18) дали аналогичные оценки скоростей трения u_* (скорости продукции ТКЭ) с более высокими значениями (на 20-30%), полученными с помощью оценок u_* из ϵ (16). Хотя оба приближения дали практически одинаковые результаты в последующем анализе баланса ТКЭ и тепловых потоков использовались значения u_* , полученные из логарифмического приближения средних скоростей (18), так как они более стабильны и менее подвержены влиянию акустического шума или

короткопериодных изменений в скоростях диссипации ТКЭ (ср. профили ε и U_{mean} на рис. 60).

Полученные данные о пространственной и временной динамике ε (рис. 61) впервые позволили провести прямую количественную оценку интенсивности перемешивания в подледном пограничном слое Байкала.

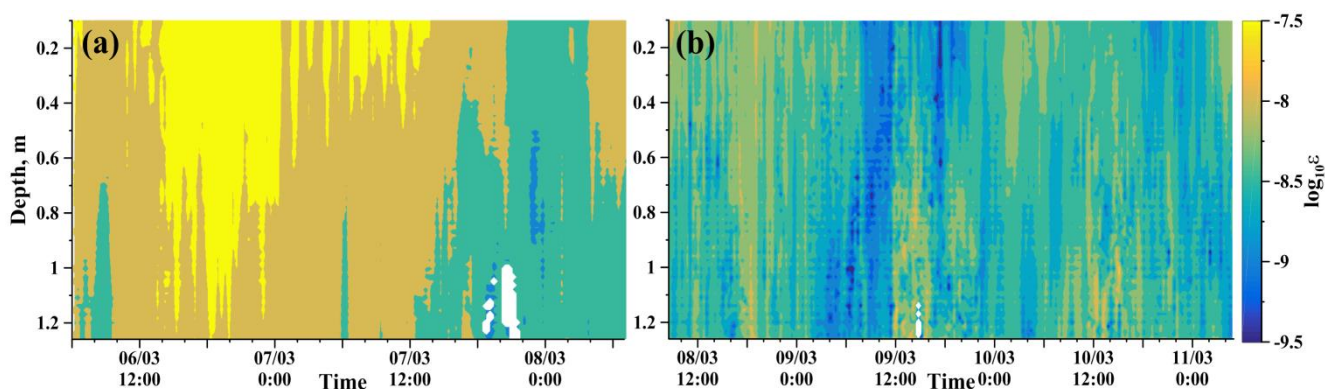


Рисунок 61. Скорости диссипации ТКЭ в районе струйного течения (станция 2, а) и в области слабых течений (станция 3, б).

В районе со слабыми подледными течениями (станция 3) скорости диссипации ТКЭ колебались вокруг значения 10^{-9} Вт/кг, которое является пороговым между турбулентными и ламинарными условиями. В районе струйного подледного течения (станция 2) ε была в среднем на два порядка выше, что говорит о развитой турбулентности. Величины ε росли с приближением к границе вода-лед (рис. 61), что свидетельствует о сдвиговом характере генерации турбулентности течениями у твердой поверхности.

В отличие от температуры воды подо льдом, ни скорости диссипации ТКЭ, ни скорости трения не показали каких-либо суточных изменений, что указывает на незначительное влияние радиационной конвекции на генерацию турбулентности.

Корреляция интенсивности турбулентности с временными изменениями средних скоростей потока, в свою очередь, была очевидна (ср. рис. 61 с 38, 39): самые высокие скорости диссипации ТКЭ, составляющие порядка 10^{-7} $\text{м}^2\text{с}^{-3}$, наблюдались при усилении средних течений вплоть до 10^{-1} м/с на станции 2. Баланс между скоростями диссипации ε и продукцией турбулентной энергии

$u^3 * z^{-1}$ (уравнение 16) рассчитанной из профилей среднего течения сохранялся в пределах 1.5 метрового слоя под ледяным покровом: средняя разница между двумя членами, проинтегрированными по всему слою, не превышала 0.2%. На рис. 62 приведено сравнение скорости диссипации и продукции ТКЭ на глубине 1 метр для двух станций 2017 года.

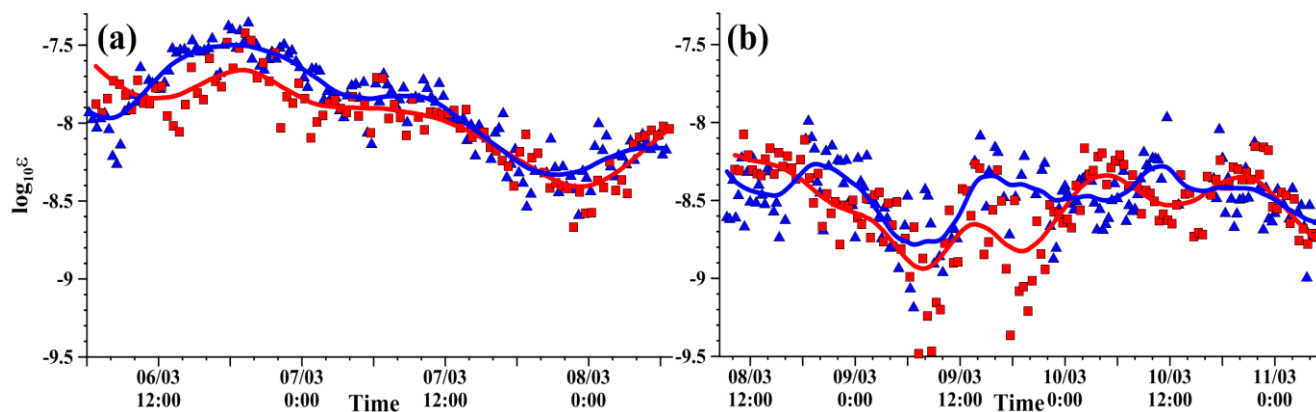


Рисунок 62. Скорости диссипации (красная линия и кружки) и продукция ТКЭ на глубине 1 м (синяя линия и треугольники) в районе струйного течения (станция 2, а) и в области слабых течений (станция 3, б). линии – значения, отфильтрованные скользящим средним с окном в 6 часов.

Однако локальный дисбаланс между продукцией и диссипацией турбулентной энергии изменялся, с удалением от нижней поверхности льда (рис. 63): вблизи границы раздела лед-вода продукция значительно превышала диссипацию, в то время как на глубинах больших 0.4-0.6 м ситуация менялась на обратную.

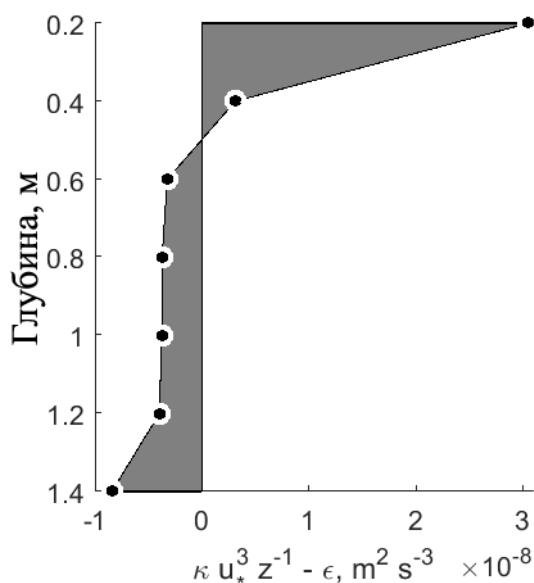


Рисунок 63. Локальные различия продукции и диссипации ТКЭ в зависимости от расстояния от нижней поверхности ледового покрова.

Суммарный баланс нарушался только при скоростях течений < 2 см/с, с соответствующим падением $\epsilon < 10^{-9} \text{ м}^2 \text{ с}^{-3}$ (станция 2, 9 марта 2017 г., ср. рис. 62б, 39). В тот же период времени вертикальные профили течений показывают значительное отклонение от логарифмической формы, что указывает на ламинаризацию пограничного слоя в этих условиях. Граничное значение скорости трения при переходе в турбулентный режим составило $u_* \approx 1.0$ мм/с.

Наличие слоя постоянного турбулентного напряжения («логарифмического» слоя) под ледяным покровом озера Байкал позволило оценить шероховатость нижней поверхности льда z_0 . Среднее значение z_0 составило 3.0 мм, максимум – 7.5 мм, минимум – 0.2 мм, что на порядок меньше, чем шероховатость морского льда [McPhee, 1992; Untersteiner et al., 1965]. Таким образом, впервые получена достоверная количественная оценка гладкости озерного льда, обусловленная равномерным ростом кристаллов при отсутствии эффектов солевого рассола. Тенденция к увеличению шероховатости наблюдалась при увеличении температуры воды в подледном пограничном слое, что предполагает влияние таяния льда на динамические свойства его поверхности.

Шероховатость имела значительную (коэффициент Пирсона -0.52, $p \ll 0.01$) отрицательную корреляцию со средней скоростью течений (рис. 64), однако корреляция отсутствовала между z_0 и u_* из-за положительной корреляции последней со средней скоростью.

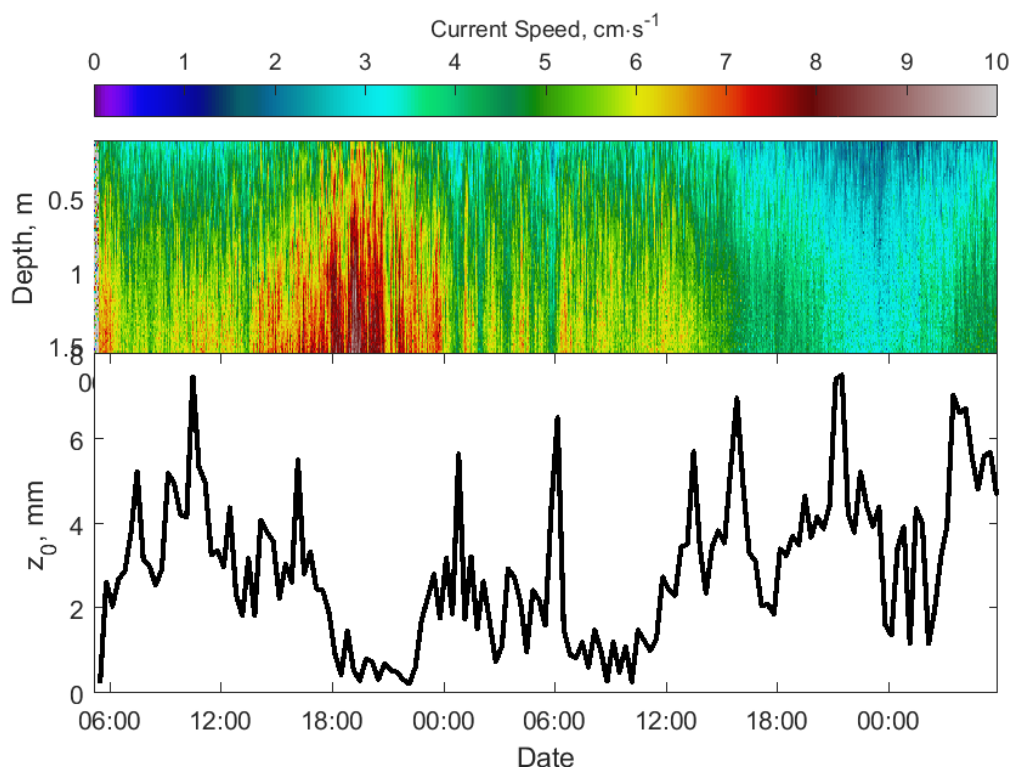


Рисунок 64. Зависимость параметра шероховатости нижней поверхности льда от средней скорости течений

5.3 Измерения ТКЭ на небольшом арктическом озере

Как было показано в разделе 3.4 24 мая с 13:00–19:00 в переходном подледном слое наблюдались нерегулярные высокоамплитудные флуктуации температуры. Одновременно с сильными температурными флуктуациями скорость диссипации ТКЭ ε оцененная по флуктуациям скорости течений увеличилась на порядок до значений больше $> 10^{-8}$ Вт/кг во всем ПЛ (рис. 65). Всплеск турбулентного перемешивания затухал в течение 5–6 ч до фоновых значений на пределе обнаруживаемого уровня турбулентности $\varepsilon \approx 10^{-10}$ – 10^{-9} Вт/кг. Увеличение диссипации ТКЭ и флуктуаций температуры совпали с усилением ветра 24–25 мая (рис. 44).

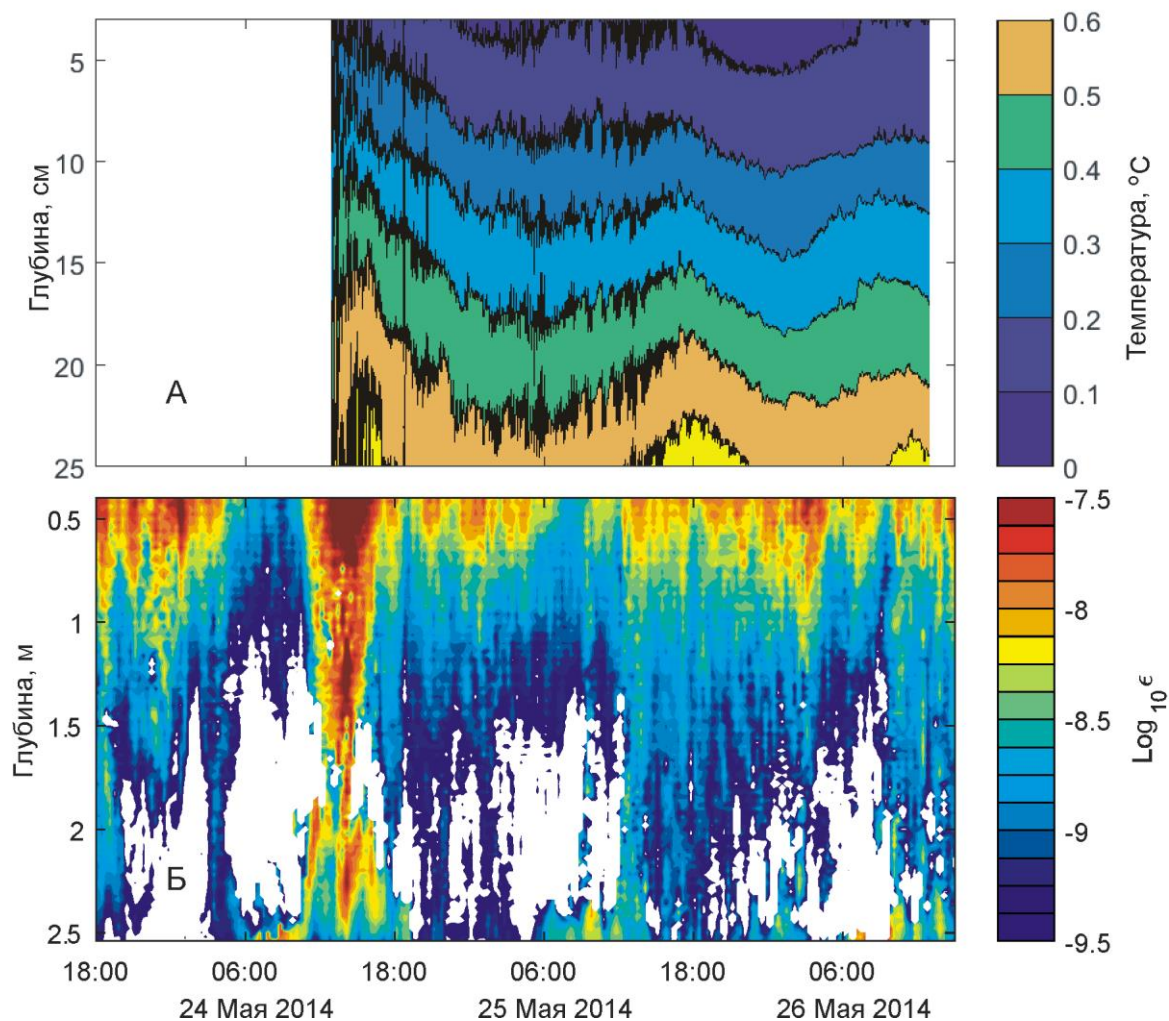


Рисунок 65. Температурные колебания в переходном слое (А). Скорость диссипации ТКЭ в верхнем слое воды (Б). В белых областях не была обнаружена развитая турбулентность, т.к. не был идентифицирован инерциальный поддиапазон в соответствии с уравнением (21).

Полученные данные по скорости диссипации ТКЭ покрывали гораздо больший временной период, чем температурные измерения в ПЛ, и показали тесную связь между скоростью ветра над озером и интенсивностью турбулентности под ледовым покровом: кроме 24–25 мая, также 22 мая сильный ветер, ~ 10 м/с увеличил ϵ до 10^{-8} Вт/кг (рис. 66).

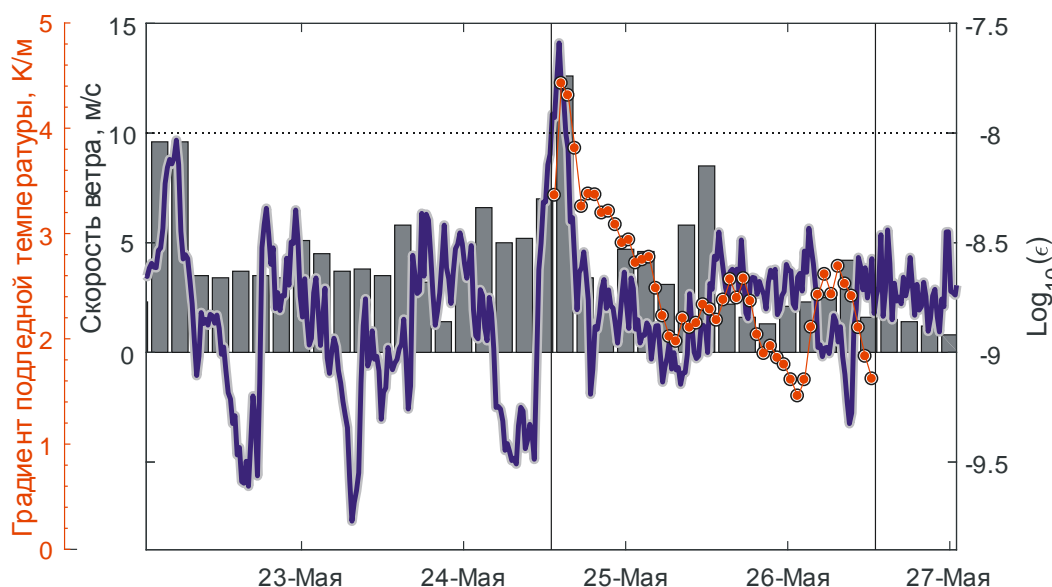


Рисунок 66. Усредненная по вертикали скорость диссипации ТКЭ подо льдом (темная линия) в зависимости от скорости ветра (серые столбцы) и вертикального градиента температуры в воде, рассчитанного по двум верхним регистраторам температуры расположенных на расстоянии 5 и 7 см от границы вода-лед (линия с точками).

Более слабые увеличения ϵ до $10^{-8.5}$ Вт/кг происходили с квазисуточной периодичностью и, по-видимому, были связаны с периодическим увеличением радиационной конвекции в нижележащем CL (см. изменения температуры на рис. 65а). Вертикальные градиенты температуры подо льдом $\partial T/\partial z$ (линия с кружками на рис. 66) показали хорошую корреляцию с динамикой ветра и изменениями ϵ в течение того же периода после спада интенсивности перемешивания от его максимальных значений 24 мая. Вертикальный кондуктивный поток тепла, рассчитанный по этим градиентам, оставался низким, в районе $1.0\text{--}1.5$ Вт/м². Однако, высокие скорости диссипации ТКЭ подо льдом (рис. 65б) сравнимые по величинам, зарегистрированным на Байкале позволяют предположить, что перенос тепла в этом слое оставался тем не менее в большей степени турбулентным и превышал кондуктивный.

Спектральный анализ температурных данных и измеренного давления подо льдом показали периодический характер движений воды. Спектральная энергия изменений уровня воды (давления) (рис. 67а) была сосредоточена в нескольких пиках, достаточно хорошо соответствующих собственным частотам

из двумерной модели сейшевых колебаний уровня. Три различных этапа, выделяющихся на временном ряду изменения температуры (см. Рис. 65а): «порывы ветра» 24 мая, «свободные колебания» 25 мая и «чистая конвекция» 26 мая показывают довольно разные закономерности в спектральном распределении плотности мощности. Во время «порывов ветра» большая часть энергии колебаний уровня озера находилась в низкочастотной области соответствующей первой моде сейшевых колебаний (красные треугольники на рис. 67а).

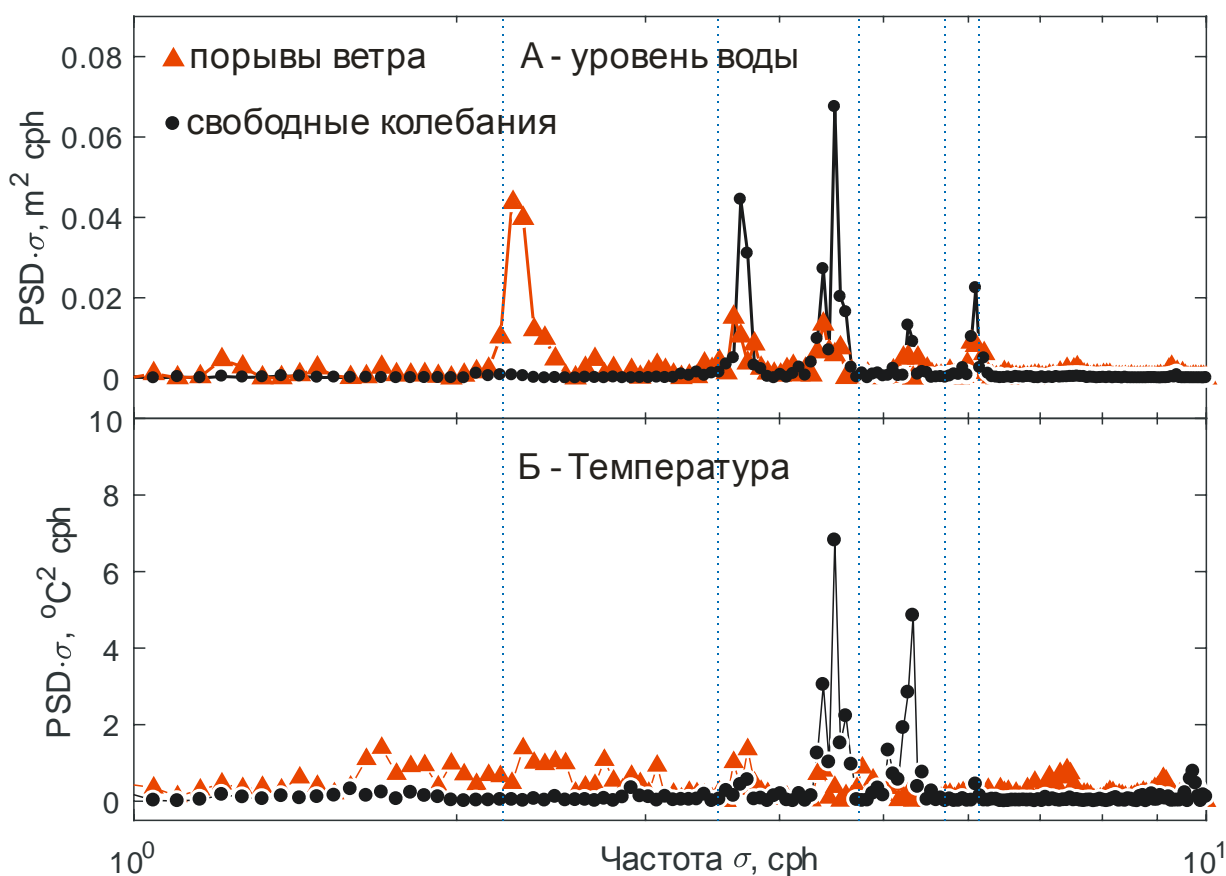


Рисунок 67. Спектральные плотности мощности для (а) изменений уровня воды и (б) температур в ИЛ для «порывов ветра» 24 мая 2014 г. 12:00–24:00 (красные треугольники) и «свободных колебаний» 25 мая 2014 года 03:00–15:00 (черные кружки). Вертикальные пунктирные линии обозначают смоделированные частоты сейшевых колебаний озера.

Пики энергии в колебаниях температуры в течение того же периода (рис. 67б) были небольшими, что позволяет предположить, что вертикальные движения в стратифицированном ИЛ были слабо периодическими. Стадия

«свободных колебаний» охарактеризовалась концентрациями движений вокруг частот второй и более высоких мод сейш, то есть вертикальных движений с максимальными амплитудами вдали от берегов озера. На стадии «чистой конвекции» спектральная энергия в области кратковременных колебаний 1–100 колебаний/час была практически нулевой, то есть относительно низкие скорости ветра <5 м/с не вызывали сейшевых колебаний под ледяным покровом.

5.4 Выводы по главе 5

Прямые измерения скорости диссипации ТКЭ послужили основой для фундаментального результата: качественного доказательства наличия слоя постоянного турбулентного напряжения («логарифмического» слоя) подо льдом Байкала, оценки диапазона скоростей течений, при которых формируется логарифмический слой, и определения количественных характеристик пограничного слоя (параметра шероховатости нижней поверхности льда z_0 и соотношения между средним течением и интенсивностью перемешивания).

Наши наблюдения скоростей диссипации турбулентной энергии на малом арктическом озере дают новое понимание взаимодействия льда и воды. В частности, изменения в условиях весенней конвекции происходят на синоптических временных масштабах и связаны с ветровыми явлениями. Колебания ледового покрова, вызванные ветром могут увеличивать энергетику перемешивания на порядок. По мере того, как лед утоньшается и усиливается стратификация в переходном слое, можно ожидать, что роль интенсифицируемого ветром перемешивания в конвективном слое значительно возрастет.

Глава 6. Теплообмен на границе вода-лед

С точки зрения вертикального переноса тепла ледяной покров можно рассматривать как жесткую неподвижную границу, расположенную над толщей воды. Как и на любой сплошной границе, вертикальный перенос тепла на границе раздела лед-вода является чисто кондуктивным, с разрывом, обусловленным выделением/потреблением тепла вследствие изменения фазового состояния (замерзание или таяние льда). Следовательно, тепловой поток из воды ко льду Q_{wat} может быть выражен через молекулярный теплообмен (из условия Стефана на границе фазового перехода) следующим способом [Aslamov et al., 2014]:

$$Q_{wat} = k_{wat}(z, T) \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\xi(t)+0} = Q_{ice} - \rho_{ice} L \frac{d\xi}{dt}, \quad (22)$$

где z – расстояние от поверхности льда (ось направлена вниз), t – время, $\xi(t)$ – координата границы фазового перехода вода – лед, $T(z, t)$ – температура, $k(z, T)$ – коэффициент теплопроводности, ρ_{ice} – плотность льда, L – удельная теплота плавления льда, Q_{ice} – кондуктивный поток тепла в лед. Индексы *ice*, *wat* соответствуют льду [$0 \leq z \leq \xi(t)$] и воде [$z > \xi(t)$] соответственно.

Тепловой поток во льду Q_{ice} можно оценить с высокой достоверностью, если известен температурный профиль в ледяном покрове, как:

$$Q_{ice} = k_{ice}(z, T) \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\xi(t)-0}, \quad (23)$$

Озерный лед, нарастающий на нижней границе состоит из первичного, кристаллического (“black ice” – по [Leppäranta, 1983]) льда с однородной структурой и гораздо меньшим количеством примесей, чем морской лед или речной лед [Kirillin et al., 2012]. В больших озерах, таких как озеро Байкал, 100% ледяного покрова состоит из первичного льда. Его тепловые характеристики - теплоемкость, плотность и теплопроводность - относительно стабильны, например коэффициент теплопроводности k_{ice} изменяется в

диапазоне от 2.22 до 2.34 Вт м⁻¹К⁻¹ для температур от 0 до -15°C [Leppäranta, 1983].

Однако, при отсутствии подробных данных о ледяном покрове, провести прямую оценку Q_{wat} не так просто: градиент температуры в воде dT/dz в районе границы со льдом постоянно изменяется в зависимости от толщины диффузионного слоя δ_T . Он, в свою очередь, зависит от условий перемешивания и температуры в нижележащей воде. Несмотря на то, что покрытая льдом вода изолирована от прямого воздействия ветров, вертикальный перенос тепла остается большим, чем чисто молекулярный, усиливаемый конвективным перемешиванием вследствие поглощения проникающей через ледовый покров солнечной радиации, и из-за сдвиговой турбулентности, создаваемой течениями.

Так, толщина вязкого пограничного слоя δ_v пропорциональна масштабу длины Колмогорова L_ε , связывающего его толщину со скоростью диссипации ТКЭ [Monin et al., 1971] :

$$\delta_v \propto L_\varepsilon \propto \nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4} \quad (24)$$

где $\nu \approx 10^{-6}$ м²/с – кинематическая вязкость воды. Аналогичное масштабирование можно считать верным для толщины слоя молекулярной диффузии [Kirillin et al., 2018]:

$$\delta_T \propto \kappa^{3/4} \varepsilon^{-1/4} \quad (25)$$

В свою очередь, δ_v и δ_T связаны через число Прандтля ($Pr \approx 10$ для воды):

$$\frac{\delta_T}{\delta_v} \propto \left(\frac{\kappa_\omega}{\nu} \right)^{3/4} \propto Pr^{-3/4} \quad (26)$$

то есть, чем выше турбулентное перемешивание в толще воды (ε), тем меньше δ_T и тем сильнее Q_{wat} . Для типичных природных условий $\varepsilon \geq 10^{-9}$ Вт/кг, толщина диффузионного слоя не превышает нескольких мм, а градиент температуры в пределах δ_T можно считать почти линейным. В таком случае, скорость передачи тепла на границе лед-вода определяется скоростью диссипации ТКЭ как:

$$Q_{wat} = K\Delta T; K \propto \text{Pr}^{-1/4} (\nu\varepsilon)^{1/4}, \quad (27)$$

где $K = \kappa_w \delta_T^{-1}$ [м/с] – коэффициент теплопередачи.

Суммируя вышеизложенные соображения, для прямого расчета теплового потока из воды в лед из данных полевых измерений требуется либо провести оценку вертикального градиента температуры в пределах δ_T путем высокоточных измерений температуры в тонком подледном слое воды или оценить скорости рассеяния ТКЭ с одновременной регистрацией среднего значения поля управляющих сил (конвекции из-за радиационного прогрева или средних подледных течений).

6.1 Расчет потока тепла из условия баланса тепла на границе вода-лед

Полученные нами регулярные данные о динамике толщины ледового покрова и температуре в его толще позволяют провести оценку потока тепла из воды в лед исходя из баланса тепла на границе вода-лед. Поскольку, согласно нашим данным, вертикальное распределение температуры в нижней части ледового покрова практически линейно (рисунок 24), используя показания нижнего вмерзшего температурного датчика, находящегося на горизонте $h_j=0.05(j-1)$ во льду (j – номер датчика на термокесе), среднюю плотность теплового потока из воды в лед (Q_{wat}) за промежуток времени Δt можно представить в виде:

$$Q_{wat} = k_{ice} \frac{\bar{T}(\xi) - \bar{T}(h_j)}{\bar{\xi} - h_j} - \rho_{ice} L \frac{\Delta \xi}{\Delta t}. \quad (28)$$

Для фазового перехода в случае пресной воды температура на нижней границе льда $\bar{T}(\xi) = 0^\circ\text{C}$.

На рисунке 68а приведены потоки тепла, рассчитанные по формуле (28) в сравнении со скоростью подледных течений для трех станций установленных в 2016 году в контрастных условиях (рис. 22). Поток тепла на станции 2 значительно превышает поток на станциях 1 и 3, что согласуется с вышеприведенными выводами о влиянии интенсивности подледных течений и

более высокой температурой воды на теплообмен вода-лед. Поток тепла на станции 3 близок к потоку на станции 1, кратковременные его повышения связаны с приходом теплой воды из менее заснеженной северо-восточной части Южного Байкала (рисунок 22).

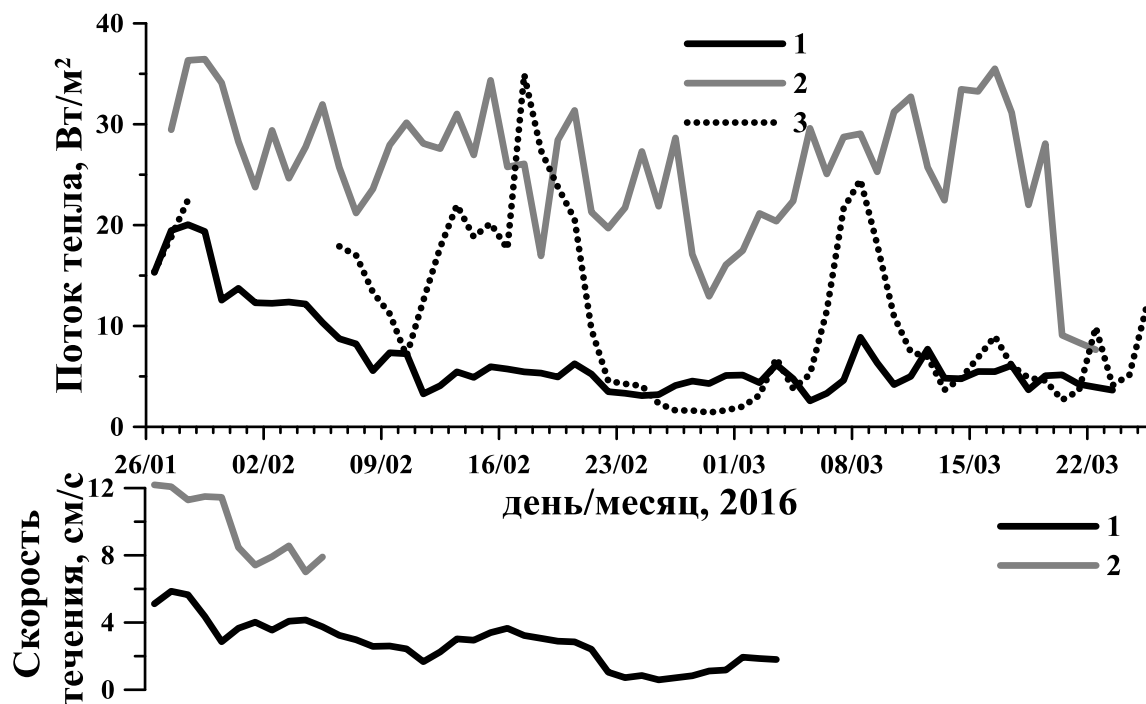


Рисунок 68. (а) Рассчитанные среднесуточные потоки тепла на границе вода-лед по тепловому балансу на границе раздела (формула 28), (б) - скорости подледных течений для станций 1 и 2, 2016 год.

На рисунке 69 приведены потоки тепла, рассчитанные по формуле (28) в сравнении со скоростью подледных течений для двух станций установленных в 2017 году поперек струйного течения в районе поселка Б. Коты (рис. 30). Поток тепла на станции 2, расположенной в районе максимальных течений значительно превышает поток на станции 3, находящейся на его периферии. Изменение потока во времени хорошо согласуется с динамикой средних значений подледных течений.

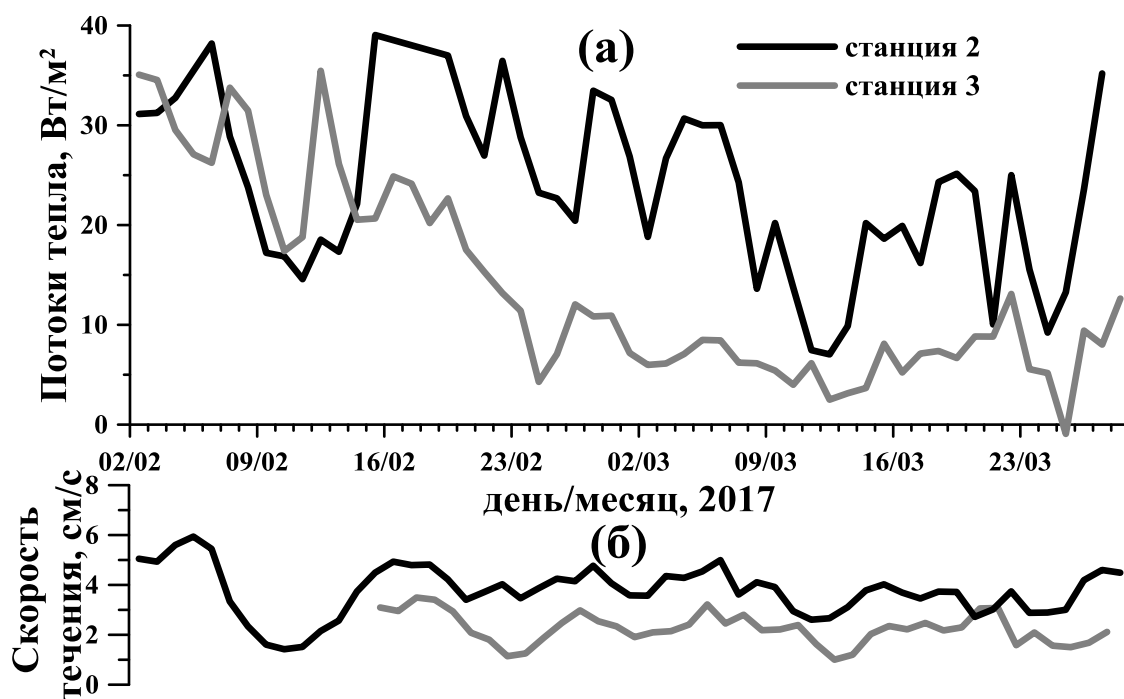


Рисунок 69. (а) Рассчитанные среднесуточные потоки тепла на границе вода-лед по тепловому балансу на границе раздела (формула 28), (б) - скорости подледных течений для станций 2 и 3, 2017 год.

На рисунке 70 приведены потоки тепла во льду и в воде, рассчитанные по формуле (28) в сравнении с динамикой нарастания ледового покрова для станции установленной в 2018 году на небольшом озере Килписъярви (рис. 21). Видно, что в отличие от большой изменчивости потока тепла из воды в лед на Байкале, на Килписъярви поток тепла с середины января до середины апреля оставался практически на одном уровне, изменяясь в пределах $1-4 \text{ Вт/м}^2$, что на порядок меньше типичных значений для Байкала. Рассчитанный за этот же промежуток времени поток тепла во льду показал его постепенное уменьшение от значений $15-25 \text{ Вт/м}^2$ до 1 Вт/м^2 .

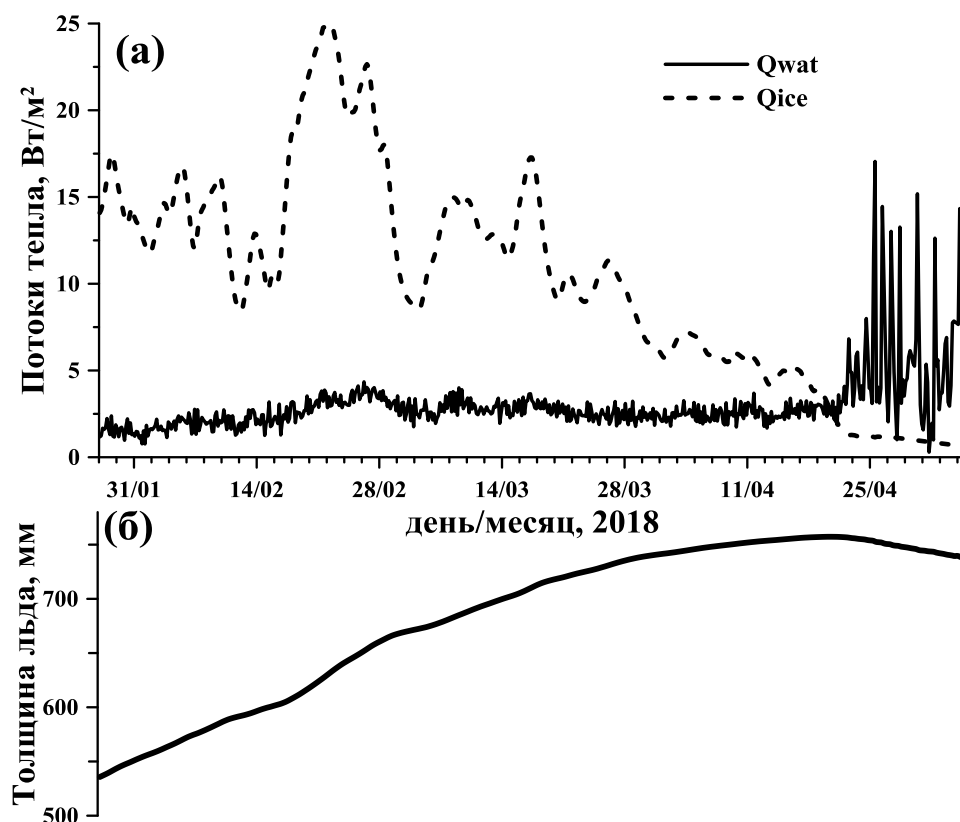


Рисунок 70. (а) Рассчитанные потоки тепла во льду и на границе вода-лед по тепловому балансу на границе раздела (формула 28), (б) – динамика изменения толщины ледового покрова, оз. Килписъярви.

Во второй половине апреля, на фоне все возрастающей среднесуточной проходящей под лед солнечной радиации, вызывающей конвекцию в водной толще, поток тепла из воды в лед начал возрастать, испытывая суточные колебания с повышениями до 15 Вт/м^2 . Одновременно с этим поток тепла во льду сократился практически до нуля и началось активное разрушение ледового покрова.

6.2 Расчет потока тепла по градиенту температуры в тонком подледном слое воды

Несмотря на нестационарность условий, и, как следствие, изменения толщины ламинарного слоя во время пересечения его отдельными датчиками, по полученным детальным профилям подледной температуры (рисунки 57, 58) можно оценить плотность теплового потока по градиентам температуры в тонком диффузионном подслое:

$$Q_{wat} = k_{wm} \frac{\Delta T}{\Delta z} = k_{wm} \frac{T(h_j) - T(\xi)}{h_j - \xi}, \quad (29)$$

где k_{wm} – коэффициент молекулярной теплопроводности воды ($0.569 \text{ Вт/м}^2/\text{°C}$).

На рис. 71 приведены потоки тепла из воды в лед рассчитанные по градиентам температуры в тонком подледном слое воды (формула 29) в срав-

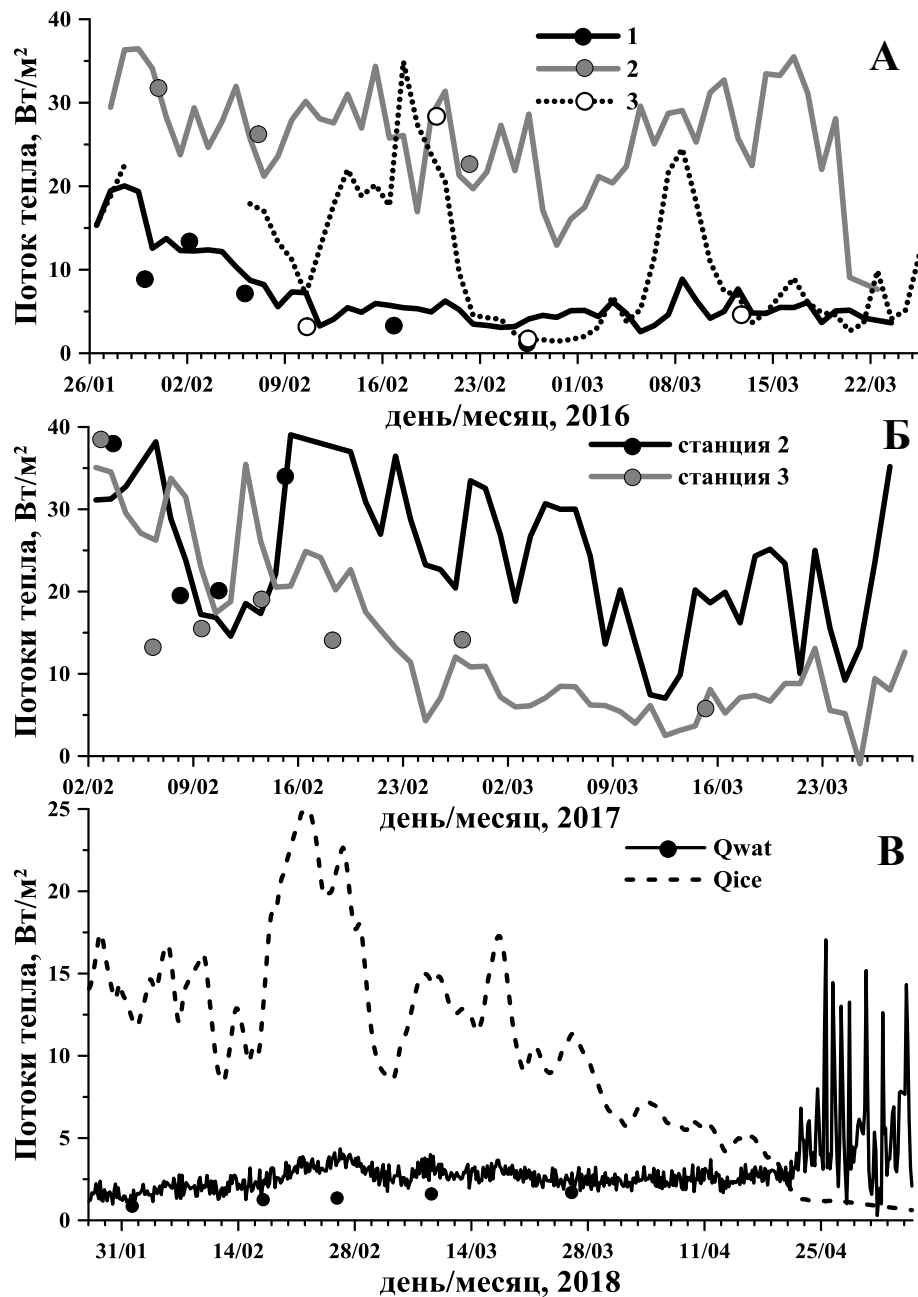


Рисунок 71. Рассчитанные среднесуточные потоки тепла на границе вода-лед по тепловому балансу на границе раздела (формула 28), в сравнении с мгновенными значениями потока (круглые маркеры), определенными по градиенту температуры в тонком подледном слое воды в моменты вмерзания термодатчиков (формула 29) по данным 2016, 2017 и 2018 годов

нении с потоками, рассчитанными по балансу тепла для оз. Байкал (2016, 2017 год) и для озера Килписъярви (2018 год).

Приведенные графики демонстрируют хорошее согласие мгновенных потоков тепла рассчитанных по градиентам температуры в воде, с среднесуточными потоками, рассчитанными по балансу тепла на границе.

6.3 Параметризация потока тепла по средним скоростям течений

Исходя из локального баланса между продукцией и диссипацией турбулентной энергии в пограничном слое, можно установить прямую связь между средней скоростью течений U_z на глубине z и интенсивностью турбулентности подо льдом:

$$u_*^2 = C_D U_z^2, \quad (30)$$

где коэффициент сопротивления C_D для $z = 1$ м найден равным $2 \cdot 10^{-3}$ и проверен по независимым измерениям скоростей течений электромагнитными измерителями (Рис. 72).

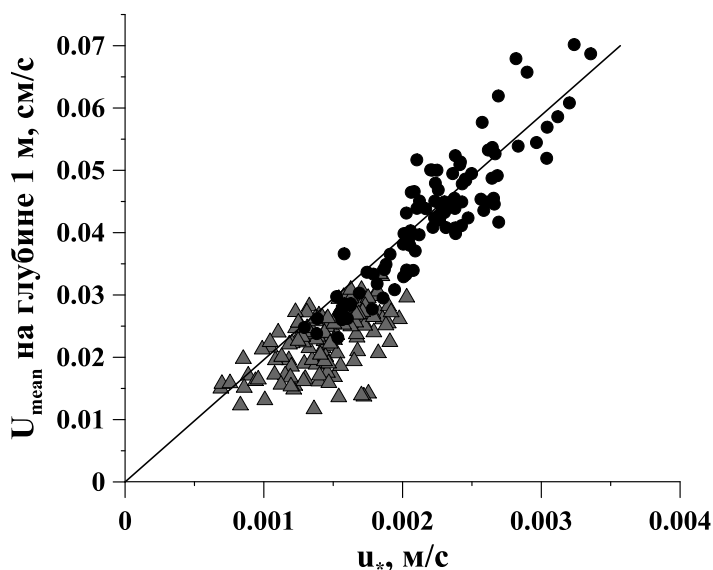


Рисунок 72. Соотношение между скоростью среднего течения и турбулентным напряжением, черными маркерами по станции 2, серыми - по станции 3, 2017 год.

С помощью уравнения (30) значения скоростей диссипации были восстановлены из средних скоростей течения за весь доступный период наблюдений и верифицированы прямыми измерениями ε (рис. 73).

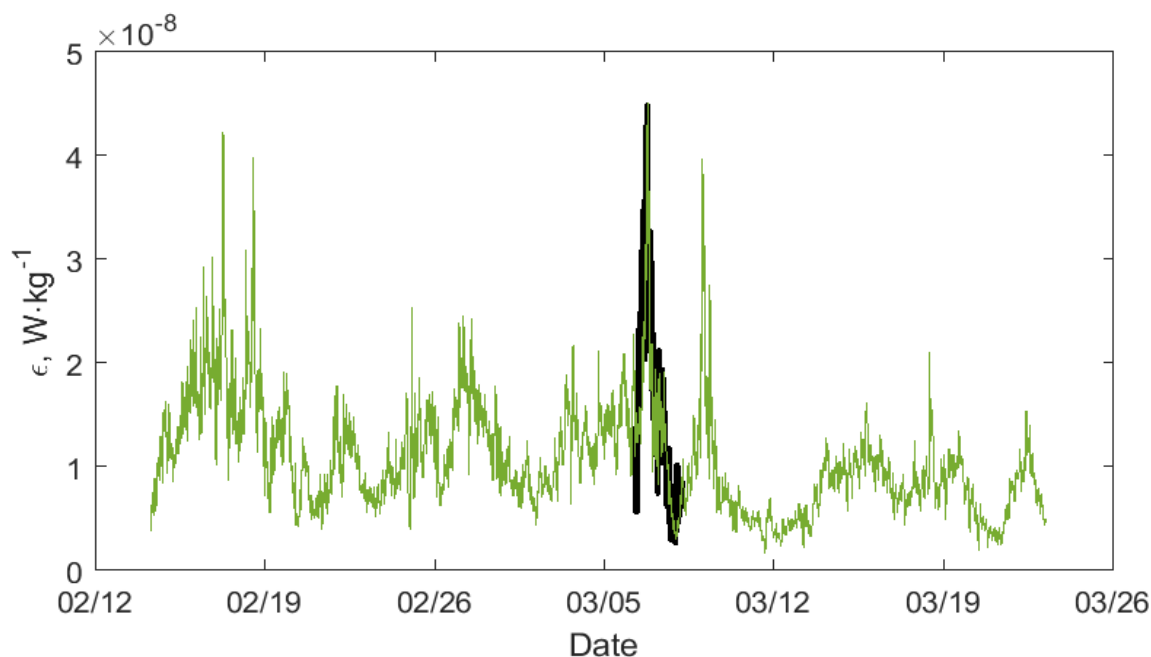


Рисунок 73. Аппроксимация скорости диссипации ТКЭ полученная из среднего течения на основе формул (16) и (30) (тонкая линия). Черная жирная линия – измеренные значения скорости диссипации ТКЭ.

Проведенные в 2017 году прямые измерения флуктуаций скоростей течений и расчет скорости диссипации ТКЭ позволили протестировать и подтвердить гипотезу о пропорциональности потока тепла на границе вода-лед Q_{wat} масштабу скорости Колмогорова V_K :

$$K \propto V_K \propto (\nu \varepsilon)^{\frac{1}{4}} \propto \nu^{\frac{1}{4}} u_*^{3/4}, \quad (31)$$

при которой поток тепла на границе вода-лед определяется соотношением

$$Q_{wat} = C_q K \Delta T, \quad (32)$$

где $\nu \approx 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ – кинематическая вязкость воды, ΔT – перепад температур в вязком пограничном слое, C_q - коэффициент, подлежащий определению.

Толщина вязкого подслоя, определенная из температурных данных, составляла 1-2 мм, с перепадом температуры ΔT около 0.07 К (рис. 58), что соответствовало $C_q \approx 0.5$. Практическое значение для оценки потоков из рутинных измерений и в моделировании может иметь модифицированная

формула, в которой температура на внешней границе вязкого подслоя заменяется на температуру T_z на некотором горизонте z , за пределами пограничного «логарифмического» слоя (которая мало меняется с глубиной, так как соответствует температуре перемешанного конвективного слоя). Для данного случая коэффициент $C_q \approx 0.075$, так что поток может быть определен только из скоростей течения и температур:

$$Q_{wat} = C_q C_D^{\frac{3}{8}} \nu^{\frac{1}{4}} U_z^{3/4} z^{-1/4} (T_z - T_f), \quad (33)$$

где $C_q = 7.5 \cdot 10^{-2}$, $C_D = 2.6 \cdot 10^{-3}$ (для $z = 1$ м), T_f – температура замерзания воды.

Рассчитанные за весь период измерений значения ε (рис. 73) были использованы в ур. 33 для вычисления потока тепла из воды в лед и проверены по альтернативным оценкам потока из условия баланса тепла, (Рис. 74).

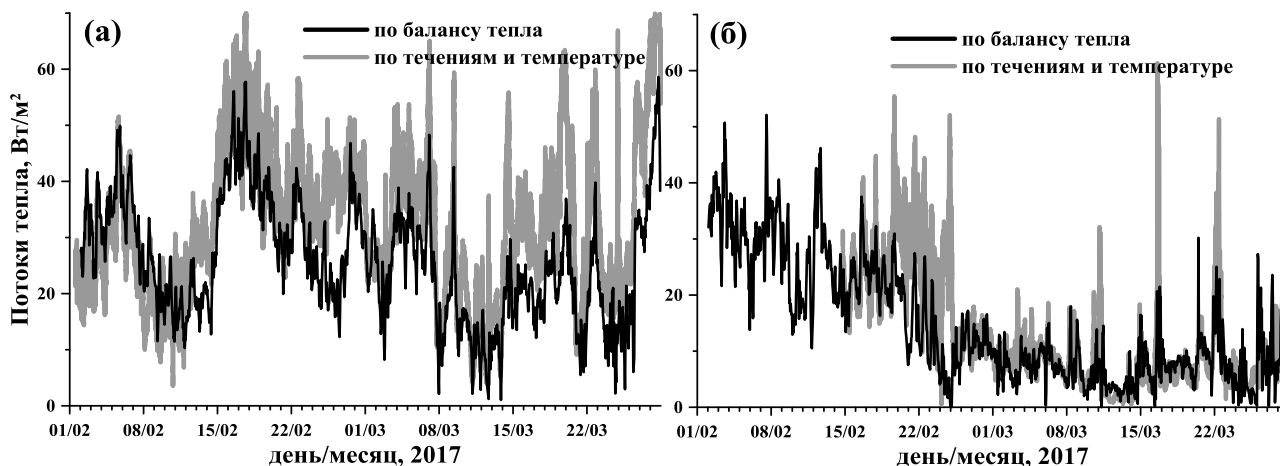


Рисунок 74. Сравнение мгновенных потоков тепла на границе вода-лед для станции 2(А) и 3(Б) 2017 года, рассчитанных по балансу тепла (формула 28) (черные линии) и по средним скоростям течений и температуре на горизонте 1 метр (формула 33) (серые линии).

Расчеты, проведенные двумя разными методами, хорошо согласуются.

6.4 Баланс тепла на границе вода-лед

Динамика роста толщины ледового покрова определяется соотношением между потоком тепла от нижней поверхности льда к его верхней границе и вертикальным переносом тепла из водной толщи. В соответствии с условием Стефана (23), при достижении максимальной толщины ледового покрова и выравнивании величин тепловых потоков в непосредственной близости от

границы раздела лед-вода движение нижней границы льда прекращается. Прекращается и действие положительного источника тепла, обусловленного фазовым переходом. В дальнейшем при увеличении температуры воды за счет объемного поглощения радиации начинается процесс таяния льда с отрицательным источником тепла (скрытая теплота плавления) на его нижней подвижной границе. Более наглядно взаимосвязь потоков тепла в воде (Q_{wat}) и во льду (Q_{ice}), а также скрытой теплоты фазового перехода (Q_L) на границе раздела для двух станций 2016 года (рис. 22), приведена на рисунке 75. Для станции 1 доля потока тепла из воды в январе составляла не более 20% от величины потока тепла во льду, а к концу измерений, несмотря на абсолютное снижение величины, его доля превысила 50%. На станции 2 поток тепла из воды, напротив, занимал от 50% до 100% от теплового потока во льду, вызывая остановку его нарастания, а, начиная с марта, превышал его значения, что привело к активной деградации ледового покрова (рисунок 29).

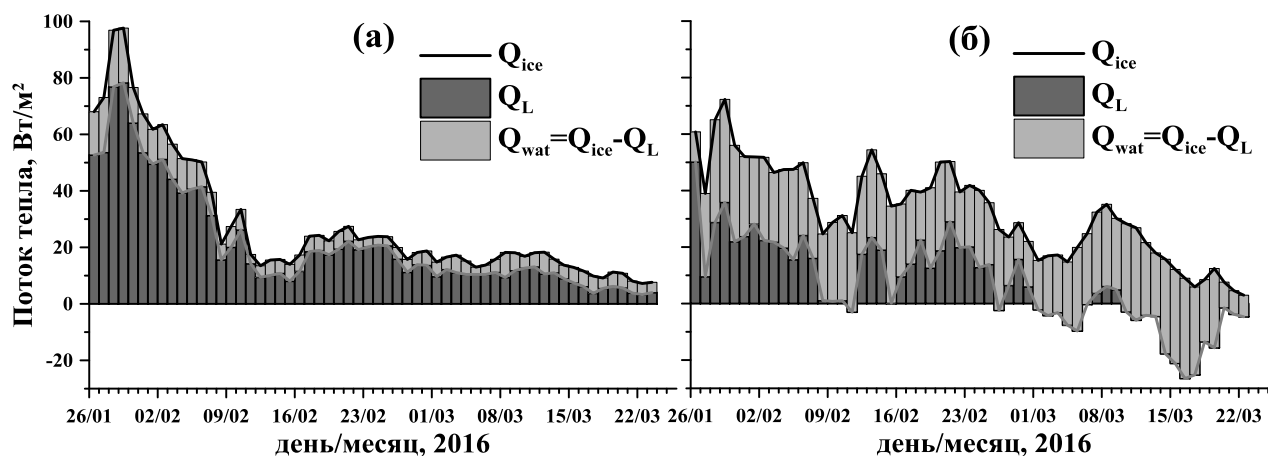


Рисунок 75. Баланс потоков тепла на станции 1(а) и 2(б), 2016 год

В данном случае (рис. 75) значительно различались и тепловые потоки во льду, в отличие от 2017 года, когда две станции располагались в непосредственной близости друг от друга (рис. 30). Баланс потоков тепла для 2017 года приведен на рис. 76.

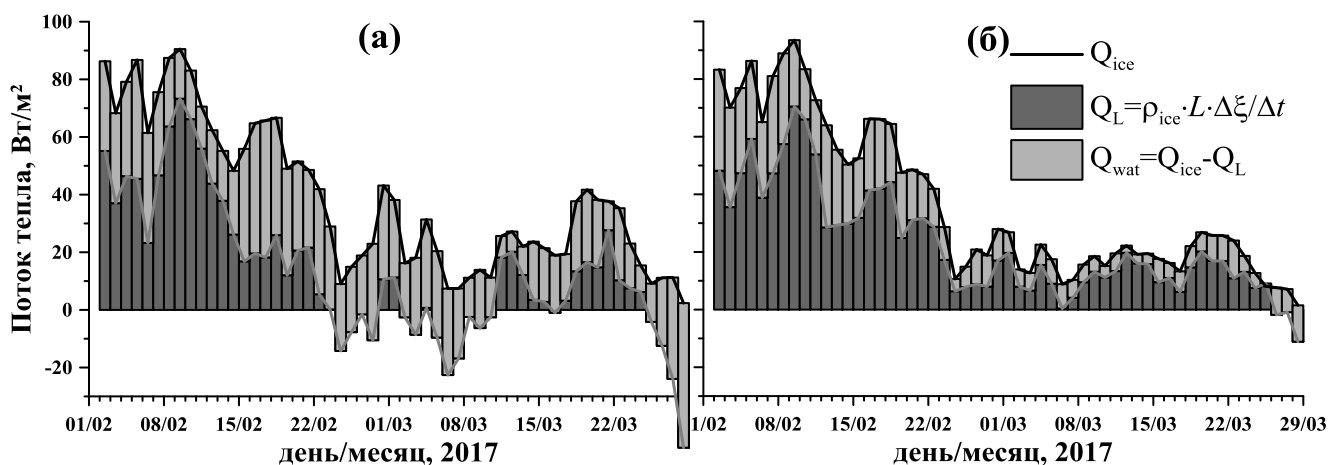


Рисунок 76. Баланс потоков тепла на станции 2(а) и 3(б), 2017 год

Видно, что при практически одинаковых потоках тепла во льду, наличие течений усиливает теплообмен на границе вода-лед и существенно влияет на скорость нарастания ледового покрова (рис. 32).

На рис. 77 приведен баланс потоков тепла для станции, установленной на озере Килписьярви в 2018 году.

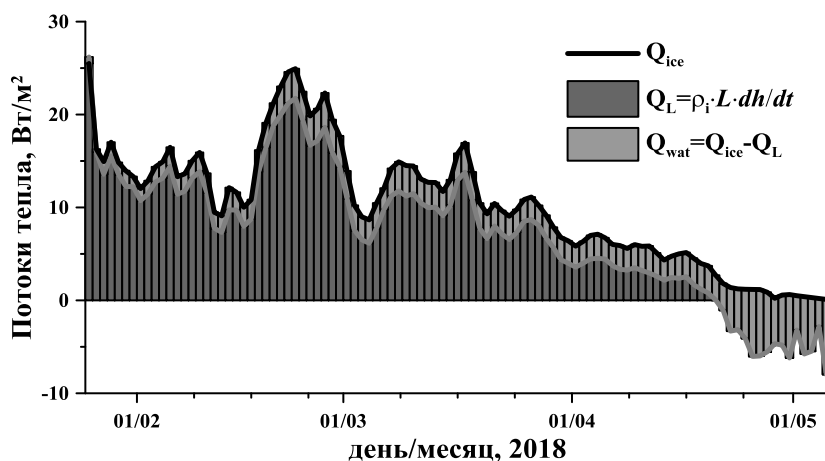


Рисунок 77. Баланс потоков тепла на станции в Килписьярви, 2018 год

Соотношение потоков тепла в общем схоже с ситуацией на станции в районе п. Танхой (рис. 75а), но, из-за мощного снежного покрова лед был изолирован от влияния атмосферы и тепловой поток в нем оставался небольшим, а отсутствие подледных течений, в свою очередь, сказалось на малых величинах потока тепла из водной толщи.

6.5 Выводы по главе 6

Потоки тепла из воды в лед, рассчитанные четырьмя различными методами (по решению обратной задачи, по формулам (28) и (29) и (33)), хорошо согласуются между собой.

Первые оценки потока тепла из воды в лед (24 Вт/м^2) для Байкала были получены [Меншуткин, 1964b]. Наши исследования на Байкале в районе станции расположенной напротив п. Листвянка показали, что поток тепла изменялся в диапазоне $2\text{-}11 \text{ Вт/м}^2$ в 2009 году [Aslamov et al., 2014], $5\text{-}35 \text{ Вт/м}^2$ в 2012 году [Асламов и др., 2014] и $15\text{-}30 \text{ Вт/м}^2$ в 2014 году. Максимальные потоки были зафиксированы в 2014 году на станции в районе п. Б. Коты ($40\text{-}50 \text{ Вт/м}^2$), минимальные значения потока ($2\text{-}10 \text{ Вт/м}^2$) наблюдались в 2015 году на станции в районе п. Танхой. Для сравнения Bengtsson и Svensson оценили поток тепла из воды в лед в ряде небольших шведских озер от $1\text{-}2 \text{ Вт/м}^2$ в январе - феврале до $5\text{-}7 \text{ Вт/м}^2$ в марте-апреле [Bengtsson et al., 1996a]. Оценка теплового потока для озера Паяярви (Pääjärvi) [Jakkila et al., 2009] дала величины 5 Вт/м^2 зимой и 12 Вт/м^2 в конце весны. По данным Leppäranta с соавторами [Leppäranta et al., 2010] тепловые потоки на озере Вендюрском (Карелия, Россия) во время разрушения ледового покрова могут достигать $7\text{-}29 \text{ Вт/м}^2$.

Наши оценки потоков для Байкала существенно выше полученных в малых озерах и изменяются почти на порядок в зависимости от скорости подледных течений. Данный результат демонстрирует значительное влияние подледных течений на формировании потока тепла на нижней границе льда, и, как следствие, толщины ледового покрова в крупных водоемах. Генерируемая течениями сдвиговая неустойчивость является, по сути, основным зимним механизмом переноса тепла из водной толщи к нижней поверхности льда, так как доля потока тепла за счет конвекции при повышении минерализации в период интенсивного нарастания ледового покрова на Байкале не превышает 1 Вт/м^2 [Гранин и др., 1999a], а интенсивность турбулентного обмена за счет объемного поглощения солнечной радиации становится значительной только к весне.

Выводы

Для исследования вертикального теплообмена в системе вода-лед было разработано и изготовлено специализированное оборудование. Экспериментальные данные позволили получить информацию о структуре пограничного слоя на оз. Байкал. Определена толщина вязкого ламинарного слоя подледной воды (1-5 мм). Положение границы переходного слоя к основной турбулентной водной массе изменяется в широких пределах (0.1-3 м от нижней кромки льда) и ощутимо зависит от скорости подледных течений. Измерения на малом озере свидетельствовали о значительно большей толщине ламинарного слоя, равной 15 мм.

Из численного решения обратной задачи Стефана были получены вертикальные распределения эффективной температуропроводности, значения которой на глубине 4 м достигают 10^{-5} – 10^{-3} м²/с. Впервые проведено сопоставление величины плотности потока тепла, полученного разными методами: по толщине льда и тепловому потоку во льду, по градиенту температуры в ламинарном слое, по скорости диссипации ТКЭ и по решению обратной задачи модели динамики толщины ледового покрова. Значения, полученные разными методами, хорошо согласуются. Показано, что в разные годы и в различных районах озера поток тепла из воды в лед варьируется в широких пределах (от 2 до 50 Вт/м²), что обусловлено, главным образом, интенсивностью подледных течений и температурой подледной воды. Таким образом, поток тепла из воды в лед может составлять от 5 до 100 и более процентов от величины потока тепла во льду и пренебрежение им при моделировании динамики толщины ледового покрова может привести к существенным ошибкам.

Полученные в процессе нарастания ледового покрова оценки потоков тепла на оз. Байкал существенно превышают потоки на малом озере, что согласуется с увеличенными на один-два порядка, в силу значительных подледных течений, величинами коэффициента эффективной

температуропроводности, и, как следствие, меньшей толщиной вязкого ламинарного подслоя. Данный результат демонстрирует значительную роль подледной циркуляции в формировании потока тепла на нижней границе льда, и, как следствие, толщины ледового покрова в крупных водоемах. Генерируемая течениями сдвиговая неустойчивость является, по сути, основным механизмом переноса тепла из водной толщи к нижней поверхности льда во время роста ледового покрова, так как доля потока тепла за счет конвекции при повышении минерализации в период интенсивного нарастания ледового покрова на Байкале не превышает 1 Вт/м^2 , а интенсивность турбулентного обмена за счет объемного поглощения солнечной радиации становится значительной только к весне.

Результаты, полученные при исследовании на малом озере в весенний период, показали существенную роль сильных ветровых явлений в переносе тепла в подледном слое воды. Баротропные колебания были идентифицированы как механизм передачи кинетической энергии от ветра к подледной турбулентности, повышая ее значения на один-два порядка, до сравнимых значений, полученных на оз. Байкал. Таким образом, предположение о существовании безтурбулентного кондуктивного слоя подо льдом не всегда выполняется даже в относительно небольших покрытых льдом озерах. Следовательно, ранее могла быть недооценка вклада теплового потока из воды в лед во время сезонного таяния льда.

Прямые измерения скорости диссипации ТКЭ послужили основой для фундаментального результата: качественного доказательства наличия слоя постоянного турбулентного напряжения («логарифмического» слоя) подо льдом Байкала, оценки диапазона скоростей течений, при которых формируется логарифмический слой, и определения количественных характеристик пограничного слоя (параметра шероховатости нижней поверхности льда z_0 и соотношения между средним течением и интенсивностью перемешивания). Исходя из локального баланса между продукцией и диссипацией турбулентной энергии в пограничном слое, была установлена прямая зависимость между

средней скоростью течения и интенсивностью турбулентности подо льдом, что позволило протестировать и подтвердить гипотезу о пропорциональности потока тепла на границе вода-лед масштабу скорости Колмогорова. Показано, что поток тепла на границе вода-лед может быть достоверно восстановлен на основании температуры воды и скорости течения на определенном горизонте.

Список использованных источников

1. Автоматизация инженерно-гидрологических испытаний / И.А. Асламов и др. // Современные технологии, системный анализ, моделирование. – 2010. – № 3(27). – С. 132-139.
2. Белолипецкий П.В. Компьютерная модель вертикальной структуры водоема / П.В. Белолипецкий, С.Н. Генова, В.В. Грицко // Вычислительные технологии, т.9. – Вестник КазНУ им Аль-Фараби. Серия: Математика, механика, информатика, 2004, №3, вып.42. Совместный выпуск, ч.1. – 2004. – С. 289–294.
3. Бордонский Г.С. О природе кольцевых образований на спутниковых снимках ледяного покрова озера Байкал / Г.С. Бордонский, С.Д. Крылов // Исследование земли из космоса. – 2014. – № 4. – С. 27-31.
4. Бородай Н.И. Материалы к изучению строения ледяного покрова Байкала / Н.И. Бородай // Тр. БЛС. – 1939. – Т. 79. – С. 70-114.
5. Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач со свободной границей / П.Н. Вабищевич. – М.: Изд-во Московского ун-та, 1987. – 164 с.
6. Верболов В.И. Течения и водообмен в Байкале / В.И. Верболов // Водные ресурсы. – 1996. – Т. 23. – № 4. – С. 413–423.
7. Верболов В.И. Гидрометеорологический режим и тепловой баланс озера Байкал / В.И. Верболов, М.Н. Сокольников, В.М. Шимараев. – М.-Л.: Наука, 1965. – 373 с.
8. Верещагин Г.Ю. Ледяной покров Байкала в районе истока Ангары / Г.Ю. Верещагин, Л.Ф. Харкеевич // Тр. БЛС. – 1939. – Т. 9. – С. 45-69.
9. Воеводин А.Ф. Численное моделирование роста ледяного покрова в водоеме / А.Ф. Воеводин, Т.Б. Гранкина // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2006. – Т. IX. – № 25.
10. Георадиолокационные исследования пресных речных льдов. Измерение толщины льда / Н.П. Семейкин и др. // Тез. Докл., 4-ой международной научно-практической конференции «Георадар». – М.:

Геомодель, 2004.

11. Гольдман Н.Л. Классическое и обобщенное решения двухфазной граничной обратной задачи Стефана / Н.Л. Гольдман // Вычислительные методы и программирование. – 2002. – Т. 3. – С. 133-143.

12. Гранин Н.Г. Окольцованный Байкал / Н.Г. Гранин // Наука из первых рук. – 2009. – № 3. – С. 22-23.

13. Дерюгин К.К. Морская гидрометрия / К.К. Дерюгин, Н.А. Степанюк. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 392 с.

14. Довгий Т.Н. Подводная солнечная радиация на Байкале / Т.Н. Довгий. – Новосибирск: Наука, 1977. – 104 с.

15. Дыбовский В. Физико-географические исследования на Байкале в 1869 - 1876 гг. / В. Дыбовский, В. Годлевский // Труды Восточно-Сибирского Отделения Императорского Русского Географического общества. – 1897. – Т. 1. – № 1. – С. 1-62.

16. Жданов А.А. О механизмах генерации подледных течений в Байкале / А.А. Жданов, Н.Г. Гранин, М.Н. Шимараев // Докл. РАН. – 2001. – Т. 377. – № 3. – С. 392-395.

17. Жданов А.А. Подледные течения Байкала (на основе новых экспериментальных данных) / А.А. Жданов, Н.Г. Гранин, М.Н. Шимараев // География и природ. ресурсы. – 2002. – № 1. – С. 79-83.

18. Зырянов В.Н. Нелинейная задача Стефана о росте льда при колебаниях температуры воздуха / В.Н. Зырянов, С.А. Круглихин // Процессы в геосредах. – 2016. – Т. 9. – С. 318-326.

19. Исследование теплового потока и структуры подледного слоя воды на границе со льдом в Южном Байкале / И.А. Асламов и др. // Водные ресурсы. – 2017. – Т. 44. – № 3. – С. 296-310.

20. Ковчин И.С. Методы специальных океанологических измерений. Учебное пособие / И.С. Ковчин, И.А. Степанюк. – СПб.: РГГМУ, 2002. – 271 с.

21. Козлов Д.В. Лед пресноводных водоемов и водотоков / Д.В. Козлов. – М.: Изд. МГУП, 2000. – 263 с.

22. Козлов Д.В. Основы гидрофизики. Учебное пособие / Д.В. Козлов. – М.: Изд. МГУП, 2004. – 246 с.
23. Колесников А.Г. Вычисление суточного хода температуры по тепловому балансу на его поверхности / А.Г. Колесников // Известия АН СССР. Серия геофизическая. – 1954. – № 2. – С. 190–194.
24. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса / А.Н. Колмогоров // ДАН СССР. – 1941. – Т. 30. – № 4. – С. 299-303.
25. Конвекция и перемешивание подо льдом озера Байкал / Н.Г. Гранин и др. // Сибирский экологический журнал. – 1999а. – № 6. – С. 597-600.
26. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Физматлит, 2015. – 728 с.
27. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
28. Меншуткин В.В. Гидрология подледного слоя воды в Байкале / В.В. Меншуткин // Тр. ЛИН СО АН СССР. – 1964а. – Т. 5. – № 25. – С. 52-63.
29. Меншуткин В.В. Теплообмен через ледяной покров Южного Байкала / В.В. Меншуткин // Тр. ЛИН СО АН СССР. – 1964б. – Т. 5. – № 25. – С. 64-81.
30. Монин А.С. Океанская турбулентность / А.С. Монин, Р.В. Озмидов. – Л.: Гидрометеиздат, 1981. – 319 с.
31. Оценка потока тепла на границе вода–лед на Байкале по экспериментальным данным / И.А. Асламов и др. // Доклады Академии Наук. – 2014. – Т. 457. – № 4. – С. 477-480.
32. Пивоваров А.А. Термика замерзающих водоемов / А.А. Пивоваров. – М.: Изд-во МГУ, 1972. – 724 с.
33. Полевые исследования и некоторые результаты численного моделирования кольцевой структуры на льду озера Байкал / Н.Г. Гранин и др. // ДАН. – 2015. – Т. 461. – № 3. – С. 343-347.
34. Самарский А.А. Численные методы решения задач конвекции-

диффузии / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. – М.: Изд-во УРСС, 2004. – 248 с.

35. Сизова Л.Н. Влияние циркуляции атмосферы на ледово-термические процессы на Байкале в 1950-2010гг. / Л.Н. Сизова, Л.Н. Куимова, М.Н. Шимараев // География и природ. ресурсы. – 2013. – № 2. – С. 74-83.

36. Сокольников В.М. Некоторые закономерности формирования и роста ледяного покрова /на примере озера Байкал/ / В.М. Сокольников // Тр. БЛС. – 1957. – Т. 15. – С. 58-64.

37. Сокольников В.М. О радиационных свойствах льда и снега и о некоторых явлениях ледового режима Малого моря /оз. Байкал/ / В.М. Сокольников // Тр. БЛС. – 1959. – Т. 17. – С. 104-107.

38. Степаненко В.М. Численное моделирование процессов тепловлагопереноса в системе водоем – грунт / В.М. Степаненко, В.Н. Лыкосов // Метеорология и гидрология. – 2005. – № 3. – С. 95–104.

39. Степанюк И.А. А.с. № 1295234, СССР. МКИ G 01F 23/26. Устройство для измерения параметров ледяного покрова (его варианты) № 3830937/24-10. -Заявл. 25.12.84. - Бюлл. изобр. СССР, 1987, № 9. / И.А. Степанюк. – 1987.

40. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач: Учебное пособие / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 284 с.

41. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики: Учебное пособие. - 6-е изд., испр. и доп. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.

42. Тресков А.А. О зависимости между наибольшей толщиной льда и температурой зимы на Байкале / А.А. Тресков // Труды Иркутской магнит.-метеорол. обсерватории. – 1926. – Т. 1. – № 1. – С. 72-79.

43. Турбулентное перемешивание вод озера Байкал в слое, непосредственно примыкающем ко льду, и его роль в развитии диатомовых водорослей / Н.Г. Гранин и др. // Докл. РАН. – 1999b. – Т. 366. – № 6. – С. 835-

44. Цветова Е.А. Моделирование локальных явлений, связанных с присутствием метана в водной толще озера Байкал / Е.А. Цветова // В сб. мат. 39 конференции «Математическое моделирование в проблемах рационального природопользования». – Ростов-на-Дону: Изд. ЮФУ, 2011. – С. 230-234.

45. Цуриков В.Л. Некоторые замечания относительно формул нарастания ледяного покрова / В.Л. Цуриков // Тр. Байкальской лимнологической ст. – 1939. – Т. 9. – С. 115-124.

46. Шерстянкин П.П. Экспериментальные исследования подлёдного светового поля озера Байкал / П.П. Шерстянкин. – М.: Наука, 1975. – 92 с.

47. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 711 с.

48. Шулейкин В.В. Физика моря / В.В. Шулейкин. – М.: Наука, 1968. – 1083 с.

49. A cyclonic gyre in an ice-covered lake / A.L. Forrest et al. // *Limnology and Oceanography*. – 2013. – Vol. 58. – № 1. – P. 363-375.

50. A novel technique for measuring the rate of turbulent dissipation in the marine environment / P.J. Wiles et al. // *Geophysical Research Letters*. – 2006. – Vol. 33. – № 21.

51. Ashton G.D. River and Lake Ice Engineering / G.D. Ashton. – Littleton: Water Resources Publications, 1986. – 485 p.

52. Axisymmetric circulation driven by marginal heating in ice-covered lakes / G.B. Kirillin et al. // *Geophysical Research Letters*. – 2015. – Vol. 42. – № 8. – P. 2893-2900.

53. Barnes D.F. Rate of Melting at the Bottom of Floating Ice / D.F. Barnes, J.E. Hobbie // *US Geol. Serv. Profess. Papers*. – 1960. – Vol. 400. – P. B392--B394.

54. Bengtsson L. Dispersion in ice-covered lakes / L. Bengtsson // *Nordic Hydrol.* – 1986. – № 17. – P. 151–170.

55. Bengtsson L. Mixing in ice-covered lakes / L. Bengtsson // *Hydrobiologia*. – 1996. – Vol. 322. – № 1-3. – P. 91-97.

56. Bengtsson L. Thermal regime of ice covered Swedish lakes / L. Bengtsson, T. Svensson // *Nordic hydrology*. – 1996a. – Vol. 27. – № 1. – P. 39–56.
57. Chen C.T. Precise thermodynamical properties for natural waters covering only the limnological range / C.T. Chen, F.J. Millero // *Limnol. Oceanogr.* – 1986. – Vol. 31. – № 3. – P. 657 – 662.
58. Colman J.A. Horizontal diffusivity in a small, ice-covered lake / J.A. Colman, D.E. Armstrong // *Limnol. Oceanogr.* – 1983. – № 28. – P. 1020–1026.
59. Convection and Mixing under the Ice of Lake Baikal / N. ~G. Granin et al. // *Sibirskij Ecologicheskij Zhurnal*. – 1999. – Vol. 6. – P. 597-600.
60. Convectively driven transport in temperate lakes / A.L. Forrest et al. // *Limnology and Oceanography*. – 2008. – Vol. 53. – № 5 part 2. – P. 2321-2332.
61. Cox G.F.N. Numerical simulation of the profile properties of underformed first-year sea ice during the growth season / G.F.N. Cox, W.F. Weeks // *J. Geoph. Res.* – 1988. – Vol. 93. – P. 12449–12460.
62. Development of the Great Lakes Ice-circulation Model (GLIM): Application to Lake Erie in 2003–2004 / J. Wang et al. // *Journal of Great Lakes Research*. – 2010. – Vol. 36. – № 3. – P. 425-436.
63. Effect of snow depth on under-ice irradiance and growth of *Aulacoseira baicalensis* in Lake Baikal / D.H. Jewson et al. // *Aquatic Ecology*. – 2009. – Vol. 43. – № 3. – P. 673-679.
64. Ellis C.R. Water temperature dynamics and heat transfer beneath the ice cover of a lake / C.R. Ellis, H.G. Stefan, R. Gu // *Limnol. Oceanogr.* – 1991. – Vol. 36. – № 2. – P. 324 – 335.
65. Elo A.-R. Ice modeling calculation, comparison of the PROBE and LIMNOS models / A.-R. Elo, S.J. Vavrus // *Selected Articles from the Proceedings of 27th Congress of the International Association of Theoretical and Applied Limnology*, – Verch. Internat. Verein. Limnology, 2000, vol. 27. – Dublin, 2000. – P. 2816-2819.
66. Extreme events, trends, and variability in Northern Hemisphere lake-ice phenology (1855–2005) / B.J. Benson et al. // *Climatic Change*. – 2012. – Vol. 112. –

№ 2. – P. 299-323.

67. Fang X. Simulation and observation of ice formation (freeze-over) in a lakes / X. Fang, C.R. Ellis, H.G. Stefan // Cold Regions Science and Technology. – 1996a. – Vol. 24. – P. 129-145.

68. Fang X. Long-term lake water temperature and ice cover simulations/measurements / X. Fang, H.G. Stefan // Cold regions science and technology. – 1996b. – Vol. 24. – № 3. – P. 289–304.

69. Farmer D.M. Observations of long nonlinear internal waves in a lake / D.M. Farmer // J. Phys. Oceanogr. – 1978. – Vol. 8. – P. 63-67.

70. Farmer D.M. Penetrative convection in the absence of mean shear / D.M. Farmer // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. – 1975. – Vol. 101. – № 430. – P. 869-891.

71. Field investigation of winter thermo- and hydrodynamics in a small Karelian lake / L. Bengtsson et al. // Water. – 1996b. – Vol. 41. – № 7. – P. 1502-1513.

72. Fine scale structure of convective mixed layer in ice-covered lake / S. Volkov et al. // Environmental Fluid Mechanics. – 2018. – Vol. online fir.

73. Giant ice rings on lakes Baikal and Hovsgol : Inventory , associated water structure and potential formation mechanism / A. V Kouraev et al. // Limnol. Oceanogr. – 2016. – № 61. – P. 1001-1014.

74. Gilpin R.R. Wave formation and heat transfer at an ice-water interface in the presence of turbulent flow / R.R. Gilpin, T. Hirata, R.C. Cheng // J. Fluid Mech. – 1980. – Vol. 99. – P. 619-640.

75. Gu R. Year-round temperature simulation of cold climate lakes / R. Gu, H.G. Stefan // Cold Reg. Sci. Technol. – 1990. – Vol. 18. – P. 147-160.

76. Harleman D.R.F. Hydrothermal modeling of reservoirs in cold regions: status and research needs / D.R.F. Harleman // Proc. Cold Reg. Hydrol. Symp. AWRA. – Fairbanks, 1986. – P. 39 – 49.

77. Haynes F.D. Turbulent heat transfer in large aspect channels // US Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, N.H. Rep 79–13. /

F.D. Haynes, G.D. Ashton. – 1979.

78. Historical Trends in Lake and River Ice Cover in the Northern Hemisphere / J.J. Magnuson et al. // *Science*. – 2000. – Vol. 289. – № 5485. – P. 1743-1746.

79. Ice-cover variability on shallow lakes at high latitudes: model simulations and observations / C.R. Duguay et al. // *Hydrological Processes*. – 2003. – Vol. 17. – № 17. – P. 3465-3483.

80. Ice – water heat exchange during ice growth in Lake Baikal / I.A. Aslamov et al. // *Journal of Great Lakes Research*. – 2014. – Vol. 40. – № 3. – P. 599-607.

81. Karman T. von. Turbulence and Skin Friction / T. von Karman // *Journal of the Aeronautical Sciences*. – 1934. – Vol. 1. – № 1. – P. 1-20.

82. Kirillin G. Thermal instability in freshwater lakes under ice: Effect of salt gradients or solar radiation? / G. Kirillin, A. Terzhevik // *Cold Regions Science and Technology*. – 2011. – Vol. 65. – № 2. – P. 184-190.

83. Korhonen J. Long-term changes in lake ice cover in Finland / J. Korhonen // *Hydrology Research*. – 2006. – Vol. 37. – № 4-5. – P. 347-363.

84. Lake ice phenology in Berlin-Brandenburg from 1947–2007: observations and model hindcasts / J. Bernhardt et al. // *Climatic change*. – 2012. – № 112. – P. 791–817.

85. Launiainen J. Modelling of ice thermodynamics in natural water bodies / J. Launiainen, B. Cheng // *Cold Regions Science and Technology*. – 1998. – Vol. 27. – № 3. – P. 153-178.

86. Leppäranta M. A growth model for black ice, snow ice and snow thickness in subarctic basins / M. Leppäranta // *Nordic Hydrology*. – 1983. – Vol. 14. – № 2. – P. 59–70.

87. Leppäranta M. A review of analytical models of sea-ice growth / M. Leppäranta // *Atmosphere-Ocean*. – 1993. – Vol. 31. – № 1. – P. 123–138.

88. Leppäranta M. Ice Growth on sea surface and drift of ice / M. Leppäranta // *Cold Regions Science and Marine Technology*. – 2009.

89. Leppäranta M. Modelling the formation and decay of lake ice / M. Leppäranta // *The Impact of Climate Change on European Lakes*. – Springer, 2010. – P. 63–83.
90. Leppäranta M. Solar radiation and ice melting in Lake Vendyurskoe, Russian Karelia / M. Leppäranta, A. Terzhevik, K. Shirasawa // *Hydrology Research*. – 2010. – Vol. 41. – № 1. – P. 50-62.
91. Leppäranta M. The annual cycle of Lake Pääjärvi ice / M. Leppäranta, J. Uusikivi // *Lammi Notes*. – 2002. – Vol. 29. – P. 4-9.
92. Leppäranta M. The ice cover on small and large lakes: scaling analysis and mathematical modelling / M. Leppäranta, K. Wang // *Hydrobiologia*. – 2008. – Vol. 599. – № 1. – P. 183-189.
93. Lien R.C. The Kolmogorov constant for the Lagrangian velocity spectrum and structure function / R.C. Lien, E.A. D'Asaro // *Physics of Fluids*. – 2002. – № 14. – P. 4456-4459.
94. Likens G.E. Movements of radiosodium (Na^{24}) within an ice-covered lake / G.E. Likens, A.D. Hasler // *Limnol. Oceanogr.* – 1962. – Vol. 7. – P. 48 – 56.
95. Likens G.E. Vertical water motions in a small ice-covered lake / G.E. Likens, R.A. Ragotzkie // *Journal of Geophysical Research*. – 1965. – Vol. 70. – № 10. – P. 2333-2344.
96. Liston G.E. An energy-balance model of lake-ice evolution / G.E. Liston, D.K. Hall // *Journal of Glaciology*. – 1995. – Vol. 41. – № 138. – P. 373–382.
97. Malm J. Some properties of currents and mixing in a shallow ice-covered lake / J. Malm // *Water Resources Research*. – 1999. – Vol. 35. – № 1. – P. 221-232.
98. Maykit. Some results from a time-dependent, thermodynamic model of sea ice / Maykit, N. Untersteiner // *J. Geophys. Res.* – 1971. – Vol. 76. – P. 1550-1575.
99. McDougall, Trevor J. ; Barker P.M. Getting started with TEOS-10 and the Gibbs Seawater (GSW) Oceanographic Toolbox / P.M. McDougall, Trevor J. ; Barker // *Scor/Iapso Wg127*. – 2011.

100. McPhee M.G. Turbulent heat flux in the upper ocean under sea ice. / M.G. McPhee. – 1992. – Vol. 97. – № C4. – P. 5365-5379.

101. Model-simulated interannual variability of Lake Erie ice cover, circulation, and thermal structure in response to atmospheric forcing, 2003-2012 / A. Fujisaki et al. // Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2013. – Vol. 118. – № 9. – P. 4286-4304.

102. Monin A.S. Statistical fluid mechanics. Vol. 1 / A.S. Monin, A.M. Yaglom. – Cambridge, USA: MIT Press, 1971.

103. Natural ring structures on the Baikal ice cover: Analysis of experimental data and mathematical modeling / N.G. Granin et al. // Russian Geology and Geophysics. – 2018. – Vol. 59. – № 11. – P. 1514-1525.

104. Onuki A. First-order phase transition with a moving boundary. II. Theory of ice formation / A. Onuki, Y. Shibuya, S. Kozaki // Journal of Low Temperature Physics. – 1974. – Vol. 15. – № 1-2. – P. 161-168.

105. Oveisy A. Three-dimensional simulation of lake and ice dynamics during winter / A. Oveisy, L. Boegman, J. Imberger // Limnol. Oceanogr. – 2012. – Vol. 57. – № 1. – P. 1-15.

106. Parameterization of lakes in numerical weather prediction: description of a lake model, single-column tests, and implementation into limited-area NWP model / D.V. Mironov et al. // Bound. Lay. Meteor., Spec. issue. – 2006. – P. 56.

107. Patterson J.C. Thermal simulation of a lake with winter ice cover / J.C. Patterson, P.F. Hamblin // Limnology and Oceanography. – 1988. – Vol. 33. – № 3. – P. 323-338.

108. Physics of seasonally ice-covered lakes: a review / G. Kirillin et al. // Aquatic Sciences. – 2012. – Vol. 74. – № 4. – P. 659-682.

109. Pieters R. Effect of salt exclusion from lake ice on seasonal circulation / R. Pieters, G.A. Lawrence // Limnology and Oceanography. – 2009. – Vol. 54. – № 2. – P. 401-412.

110. Pushistov P.Y. Numerical eddy-resolving model of non-stationary penetrative convection in spring solar heating of ice-covering lakes / P.Y. Pushistov,

K.V. Ievlev // Bull. Inst. Comput. Math. Math. Geophys. – 2000. – Vol. 5. – P. 55 – 63.

111. Radiation transfer and heat budget during the ice season in Lake Pääjärvi, Finland / J. Jakkila et al. // Aquatic Ecology. – 2009. – Vol. 43. – № 3. – P. 681-692.

112. Radiatively driven convection in an ice-covered lake investigated by using temperature microstructure technique / T. Jonas et al. // Journal of Geophysical Research. – 2003. – Vol. 108. – № C6. – P. 1-18.

113. Radiatively driven convection in ice-covered lakes: Observations, scaling, and a mixed layer model / D. Mironov et al. // Journal of Geophysical Research. – 2002. – Vol. 107. – № C4. – P. 1-16.

114. Rizk W. Basin-scale circulation and heat fluxes in ice-covered lakes / W. Rizk, G. Kirillin, M. Leppäranta // Limnology and Oceanography. – 2014. – Vol. 59. – № 2. – P. 445-464.

115. Saloranta T. Modeling the evolution of snow, snow ice and ice in the Baltic Sea / T. Saloranta // Tellus. – 2000. – Vol. 52A. – P. 93-108.

116. Simulation of ice phenology on a large lake in the Mackenzie River Basin (1960–2000) / P. Ménard et al. // 59th Eastern Snow Conference, Stowe, Vermont USA. – 2002a. – P. 3-12.

117. Simulation of ice phenology on Great Slave Lake, Northwest Territories, Canada / P. Ménard et al. // Hydrological Processes. – 2002b. – Vol. 16. – № 18. – P. 3691-3706.

118. Speranskaya A.A. Turbulent processes within the “sub-ice” layer of a basin / A.A. Speranskaya // In: Int. Oceanogr. Congress. – N.Y., Washington, AAAS, 1959. – P. 422–426.

119. Stefan J. Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über Eisbildung im Polarmeere / J. Stefan // Ann. Phys. 3rd Ser. – 1891. – Vol. 42. – P. 269–286.

120. Stegner A. Experimental reality of geostrophic adjustment / A. Stegner // Nonlinear Dynamics of Rotating Shallow Water: Methods and Advances / ed. V. Zeitlin. – Elsevier, 2007. – P. 323–377.

121. Svensson T. Temperature and Heat Turnover in Lakes during the Winter / T. Svensson // Swedish Council for Building Research. – Stockholm, 1987. – P. 153.
122. The effects of climate change on the temperature conditions of lakes / A.-R. Elo et al. // Boreal Environ. Res. – 1998. – Vol. 3. – P. 137–150.
123. Tsvetova E.A. Mathematical modelling of Lake Baikal hydrodynamics / E.A. Tsvetova // Hydrobiologia. – 1999. – Vol. 407. – P. 37-43.
124. Turbulent mixing and heat fluxes under lake ice: the role of seiche oscillations / G. Kirillin et al. // Hydrology and Earth System Sciences. – 2018. – Vol. 22. – № 12. – P. 6493-6504.
125. Turbulent mixing under ice and the growth of diatoms in Lake Baikal / N.G. Granin et al. // Verh. Internat. Verein. Limnol. – 2000. – Vol. 27. – P. 2812-2814.
126. Untersteiner N. The roughness parameters of sea ice / N. Untersteiner, F.I. Badgley // Journal of Geophysical Research. – 1965. – Vol. 70. – № 18. – P. 4573-4577.
127. Vavrus S.J. Measuring the sensitivity of southern Wisconsin lake ice to climate variation and lake depth using a numerical model / S.J. Vavrus, R.H. Wynne, J.A. Foley // Limnology and Oceanography. – 1996. – Vol. 41. – № 5. – P. 822 – 831.