

УДК 551.465.11

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ БАРОКЛИННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ВИХРЕЙ В ДВУХСЛОЙНОМ ОКЕАНЕ

КОЗЛОВ В. Ф., МАКАРОВ В. Г., СОКОЛОВСКИЙ М. А.

Предлагается численная квазигеострофическая модель эволюции вихревых возмущений в двухслойном океане, основанная на применении метода контурной динамики. Подробно исследован случай осесимметричного вихря на Ω -плоскости. Выполненный численный эксперимент подтверждает выводы линейного анализа устойчивости и позволяет проследить за нелинейным этапом эволюции системы, распадающейся на расходящиеся в противоположные стороны два вихря с наклонными осями.

Введение. Метод контурной динамики (МКД) [1], возникший как обобщение разработанной в теории плазмы модели «водяного мешка» [2], в последние годы находит все новые приложения в различных океанологических задачах [3–6]. В работе [6] указано обобщение МКД на случай квазигеострофической модели непрерывно стратифицированного по вертикали океана. При этом возникает трудность, связанная с сингулярностью касательной составляющей скорости на контурах, разделяющих области с постоянными значениями потенциального вихря. Это делает предложенный вычислительный алгоритм достаточно чувствительным к ошибкам аппроксимации. Указанной особенности можно избежать, перейдя от непрерывной стратификации к слоистой и одновременно сохраняя важнейшие физические механизмы системы. Как отмечает Дж. Педлоски [7], «бароклинные эффекты часто с поразительной простотой могут быть изучены на многослойных моделях».

В настоящей статье МКД распространяется на квазигеострофическую модель двухслойного океана с твердой крышкой на поверхности с неровным дном с учетом бета-эффекта. В качестве примера рассматривается задача о бароклинной неустойчивости осесимметричного вихря на Ω -плоскости при горизонтальном дне, когда движение инициировано кучочно-постоянным распределением потенциальной завихренности в слоях. Выводы линейного анализа устойчивости о преобладающих азимутальных модах возмущений подтверждаются численным экспериментом, который также позволяет проследить за нелинейным этапом развития неустойчивости вихря, в результате чего последний распадается на два вихря с наклонными осями, расходящиеся в противоположные стороны от общего центра системы.

Двухслойная МКД-модель. Рассмотрим расположенный на бета-плоскости двухслойный безграничный океан с твердой крышкой на поверхности и с неровным дном, относительное возвышение которого имеет порядок числа Россби $\varepsilon = U^*/\Omega^*L^*$, где звездочками отмечены характерные значения скорости, параметра Кориолиса и горизонтального размера. В безразмерных переменных и в квазигеострофическом приближении уравнения сохранения потенциальных вихрей имеют вид [7]

$$d_i \Pi_i / dt = 0, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к верхнему и нижнему слою

и $d_i/dt = \partial/\partial t + u_i \partial/\partial x + v_i \partial/\partial y$. Переменные части потенциальных вихрей равны $\Pi_1 = \Delta p_1 + by + \zeta/d$, $\Pi_2 = \Delta p_2 + by + (\sigma h + \zeta)/(1-d)$. Здесь $h(x, y)$ и $\zeta(x, y, t)$ — возвышения рельефа дна и границы раздела, которым отвечают масштабы h^* и $\varepsilon(H_1 + H_2)$, а также введены следующие безразмерные параметры: относительная толщина верхнего слоя $d = H_1/(H_1 + H_2)$, планетарный $b = \beta L^{*2}/U^*$ и топографический $\sigma = h^*/\varepsilon(H_1 + H_2)$. Давления в слоях связаны динамическим соотношением

$$\zeta = F(p_2 - p_1), \quad (2)$$

где число Фруда выражается через внутренний радиус деформации $R_d = [g(p_2 - p_1)H_1H_2/\rho_0\Omega^{*2}(H_1 + H_2)]^{1/2}$ по формуле $F = k^2(1-d)d$, $k = L^*/R_d$.

Вводя баротропную функцию тока $\psi = dp_1 + (1-d)p_2$, с помощью (2) находим

$$p_1 = \psi - (1-d)(\zeta/F), \quad p_2 = \psi + d(\zeta/F). \quad (3)$$

Для применения МКД достаточно предположить, что Π_i являются кучечно-постоянными в начальный момент времени; в силу законов сохранения (1) это свойство остается справедливым и в любой последующий момент. Примем для простоты, что Π_i отличны от нуля в односвязных областях S_i с границами C_i .

Обозначим через ψ_0 и ζ_0 общие решения уравнений $\Delta\psi = -\sigma h - by$, $\Delta\zeta - k^2\zeta = -\sigma Fh/(1-d)$. Легко показать, что

$$p_1(x, y, t) = p_{10} + \Pi_1 \iint_{S_1} G(R) d\xi d\eta - (1-d)p,$$

$$p_2(x, y, t) = p_{20} + \Pi_2 \iint_{S_2} G(R) d\xi d\eta + dp,$$

$$p(x, y, t) = \Pi_2 \iint_{S_2} \hat{G}(R) d\xi d\eta - \Pi_1 \iint_{S_1} \hat{G}(R) d\xi d\eta,$$

где определяющие «внешнее» поле давления в слоях $p_{i0}(x, y, t)$ выражаются через ψ_0 и ζ_0 по формулам (3), а $\hat{G} = G_0 - G$ представляет разность функций Грина для операторов Гельмгольца и Лапласа: $G_0(R) = -(1/2\pi)K_0(kR)$, $G(R) = (1/2\pi)\ln R$, $R = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]$. Используя соотношения $u_i = -p_{iy}$, $v_i = p_{ix}$ и преобразуя двойные интегралы в контурные, для векторов скорости в слоях получаем выражения

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{10} + \Pi_1 \mathbf{V}^{(c_1)} - (1-d)\mathbf{V},$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{20} + \Pi_2 \mathbf{V}^{(c_2)} + d\mathbf{V}, \quad \mathbf{V} = \Pi_2 \hat{\mathbf{V}}^{(c_2)} - \Pi_1 \hat{\mathbf{V}}^{(c_1)},$$

где использованы обозначения

$$\mathbf{V}^{(c)} = - \oint_c G(R) d\boldsymbol{\rho}, \quad \hat{\mathbf{V}} = - \oint_c \hat{G}(R) d\boldsymbol{\rho}, \quad d\boldsymbol{\rho} = (d\xi, d\eta). \quad (4)$$

Второй контурный интеграл в (4) не имеет особенностей в подынтегральной функции и поэтому легко реализуется численно. Первый интеграл определяет поле скорости в баротропной задаче и также может быть регуляризован [3].

Движение опорных точек на контурах C_i определяют уравнения

$$d\mathbf{r}_j^{(i)}/dt = \mathbf{V}_j^{(i)}, \quad i = 1, 2, \quad j = \overline{1, N_i}, \quad (5)$$

где $\mathbf{r}_j^{(i)}$ — радиус-вектор фиксированной жидкой j -й частицы на i -м контуре. Дальнейшее применение МКД является стандартным и использует вычислительные процедуры, описанные в [3–5].

Линейный анализ устойчивости. Выше сформулированы достаточные условия, допускающие применение МКД в двухслойных квазигеостро-

фических моделях. Приведем пример чисто зонального «внешнего» поля, когда $h=h(y)$. В этом случае

$$\begin{aligned} \psi_0 &= -U(t)y - by^3/6 - \sigma \int_0^y h(\eta)(y-\eta)d\eta, \\ \zeta_0 &= c_1(t)e^{-ky} + c_2(t)e^{ky} + \sigma F/2k(1-d) \times \\ &\times \left[\int_{-\infty}^y e^{-k(y-\eta)}h(\eta)d\eta + \int_y^{\infty} e^{-k(\eta-y)}h(\eta)d\eta \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, динамика вихревых областей S_i может исследоваться на фоне заданного воздействия (внешний поток, рельеф дна, бета-эффект). При $b=\sigma=0$ и $C_1(t)=C_2(t)\equiv 0$ получаем баротропное течение со скоростью $U(t)$ вдоль оси x . Далее рассмотрим частный случай, когда «внешнее» поле отсутствует ($\psi_0=\zeta_0=0$), что возможно только при ровном дне и исчезновении бета-эффекта ($h\equiv 0, b=0$). Любое осесимметричное решение задачи с произвольным радиальным распределением потенциальных завихренностей $\Pi_i(r)$ является стационарным состоянием. Сформулируем спектральную задачу, определяющую свойства устойчивости этих состояний, причем в отличие от традиционных подходов [8] будем существенно использовать интегральную форму представления решения.

Пусть при развитии неустойчивости линии постоянных потенциальных завихренностей в полярных координатах определяются соотношения $r_i=f_i(\theta, t; \alpha)$, $i=1, 2$, где смысл параметра α ясен из условия $\alpha=f_i(\theta, 0; \alpha)$. Благодаря законам сохранения (1) указанные линии совпадают с жидкими контурами, поэтому их дифференциальные уравнения движения имеют вид

$$f_i f_{it} + V_i^{(0)} f_{i\theta} - V_i^{(r)} f_i = 0, \quad i=1, 2, \quad (6)$$

где $V^{(r)}$ и $V^{(0)}$ — радиальная и азимутальная проекции скорости. Воспользуемся методом малых возмущений, полагая $f_i(\theta, t; \alpha) = \alpha + \varepsilon_i(\theta, t; \alpha)$, $|\varepsilon_i| \ll \alpha$. Линеаризуя соотношения (6), получим

$$\varepsilon_{it} + (1/\alpha) \varepsilon_{i\theta} \bar{V}_i^{(0)} - \tilde{V}_i^{(r)} = 0, \quad i=1, 2, \quad (7)$$

где символы $(-)$ и (\sim) относятся соответственно к невозмущенной ($\varepsilon_i \equiv 0$) и возмущенной (линейно связанной с ε_i) частям поля скорости, которые вычисляются по вытекающим из (3) формулам

$$\begin{aligned} \bar{V}_1^{(0)} &= \partial \bar{\psi} / \partial r - [(1-d)/F] \partial \bar{\zeta} / \partial r, \quad \tilde{V}_1^{(r)} = -(1/r) \partial \bar{\psi} / \partial \theta + [(1-d)/Fr] \partial \bar{\zeta} / \partial \theta, \\ \bar{V}_2^{(0)} &= \partial \bar{\psi} / \partial r + d \partial \bar{\zeta} / \partial r, \quad \tilde{V}_2^{(r)} = -(1/r) \partial \bar{\psi} / \partial \theta - (d/Fr) \partial \bar{\zeta} / \partial \theta, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\bar{\psi} + \tilde{\psi} = \iint [d\Pi_1 + (1-d)\Pi_2] G(R) d\xi d\eta, \quad (9)$$

$$\bar{\zeta} + \tilde{\zeta} = F \iint (\Pi_2 - \Pi_1) G_0(R) d\xi d\eta. \quad (10)$$

Примем для отдельных мод возмущений $\varepsilon_i(\theta, t; \alpha) = A_i(\alpha) \exp \cdot [im(\theta - \gamma t)]$, $m \geq 1$. Переходя в (9) и (10) к новым переменным интегрирования (φ, β) с помощью соотношений $\xi = f_i(\varphi, t; \beta) \cos \varphi$, $\eta = f_i(\varphi, t; \beta) \sin \varphi$ с якобианом преобразования $J = f_i f_{i\theta}$ и учитывая, что с точностью до линейных относительно ε_i членов $GJ = \beta G + \partial [G\beta \varepsilon_i] / \partial \beta$, после интегрирования по частям по β и выполнения квадратур по углу φ , получим

$$\bar{\psi} = \int_0^{\infty} [d\Pi_1(\beta) + (1-d)\Pi_2(\beta)] \beta T^{(0)}(r, \beta) d\beta, \quad (11)$$

$$\bar{\zeta} = F \int_0^{\infty} [\Pi_2(\beta) - \Pi_1(\beta)] \beta T^{(0)}(r, \beta) d\beta, \quad (12)$$

$$\tilde{\psi} = - e^{im(\theta-\gamma t)} \int_0^{\infty} [d\Pi_1'(\beta) A_1(\beta) + (1-d) \Pi_2'(\beta) A_2(\beta)] \beta T^{(m)}(r, \beta) d\beta, \quad (13)$$

$$\tilde{\xi} = - e^{im(\theta-\gamma t)} F \int_0^{\infty} [\Pi_2'(\beta) A_2(\beta) - \Pi_1'(\beta) A_1(\beta)] \beta T_0^{(m)}(r, \beta) d\beta, \quad (14)$$

где

$$T^{(m)}(r, \beta) = \int_0^{2\pi} G(R) e^{im\varphi} d\varphi, \quad T_0^{(m)}(r, \beta) = \int_0^{2\pi} G_0(R) e^{im\varphi} d\varphi, \quad (15)$$

причем $R = [r^2 + \beta^2 - 2r\beta \cos \varphi]^{1/2}$.

Интегралы (15) легко вычисляются с помощью «теорем умножения» [9] для цилиндрических функций:

$$T^{(m)}(\alpha, \beta) = - \frac{1}{2m} \begin{cases} (\alpha/\beta)^m, \\ (\beta/\alpha)^m, \end{cases}$$

$$T_0^{(m)}(\alpha, \beta) = - \begin{cases} I_m(k\alpha) K_m(k\beta), & \alpha < \beta, \\ I_m(k\beta) K_m(k\alpha), & \alpha > \beta. \end{cases}$$

Подставляя (8) в (7) и учитывая (11)–(14), окончательно получаем однородную систему интегральных уравнений

$$[-\gamma + P(\alpha) - (1-d)Q(\alpha)] A_1(\alpha) - M_m(\alpha) + (1-d)N_m(\alpha) = 0, \quad (16)$$

$$[-\gamma + P(\alpha) + dQ(\alpha)] A_2(\alpha) - M_m(\alpha) - dN_m(\alpha) = 0, \quad (17)$$

$$P(\alpha) = (1/\alpha^2) \int_0^{\infty} [d\Pi_1(\beta) + (1-d) \Pi_2(\beta)] \beta d\beta,$$

$$Q(\alpha) = (k/\alpha) \left\{ K_1(k\alpha) \int_0^{\infty} [\Pi_2(\beta) - \Pi_1(\beta)] \beta I_0(k\beta) d\beta - \right. \\ \left. - I_1(k\alpha) \int_{\alpha}^{\infty} [\Pi_2(\beta) - \Pi_1(\beta)] \beta K_0(k\beta) d\beta \right\},$$

$$M_m(\alpha) = (1/\alpha) \int_0^{\infty} [d\Pi_1'(\beta) A_1(\beta) + (1-d) \Pi_2'(\beta) A_2(\beta)] \beta T^{(m)}(\alpha, \beta) d\beta,$$

$$N_m(\alpha) = (1/\alpha) \int_0^{\infty} [\Pi_2'(\beta) A_2(\beta) - \Pi_1'(\beta) A_1(\beta)] \beta T_0^{(m)}(\alpha, \beta) d\beta.$$

Сформулированная спектральная задача устойчивости (16), (17) пригодна для произвольных $\Pi_1(r)$ и $\Pi_2(r)$, однако особенно удобна она для кусочно-постоянных распределений потенциальной завихренности, характерных для МКД. Рассмотрим простейший случай, когда

$$\Pi_1(r) = \Pi_1 H(a_1 - r), \quad \Pi_2(r) = \Pi_2 H(a_2 - r), \quad (18)$$

где $H(r)$ — единичная функция Хевисайда. Записывая соотношения (16) и (17) при $\alpha = a_1$ и $\alpha = a_2$, получим однородную систему четырех линейных алгебраических уравнений относительно $A_i(a_j)$, $i, j = 1, 2$. Приравняв нулю определитель, находим дисперсионное уравнение

$$[(\gamma - 2X)(\gamma - 2Y) - Z][\gamma - S(a_2)][\gamma - T(a_1)] = 0, \quad (19)$$

$$X = (1/2) \{S(a_1) + \Pi_1 [(1-d) T_0^{(m)}(a_1, a_1) + d T^{(m)}(a_1, a_1)]\},$$

$$Y = (1/2) \{T(a_2) + \Pi_2 [(1-d) T^{(m)}(a_2, a_2) + d T_0^{(m)}(a_2, a_2)]\},$$

$$Z = d(1-d) \Pi_1 \Pi_2 [T^{(m)}(a_1, a_2) - T_0^{(m)}(a_1, a_2)]^2,$$

$$S(a) = P(a) - (1-d)Q(a), \quad T(a) = P(a) + dQ(a).$$

Корни квадратного трехчлена в (19) имеют вид $\gamma = X + Y \pm \sqrt{D}$, $D = (X - Y)^2 + Z$, поэтому условие неустойчивости выражается неравенством $D < 0$, откуда, в частности, следует, что для этого необходимо $\Pi_1 \Pi_2 < 0$.

Имеем четырехпараметрическую задачу, включающую четыре определяющих отношения — глубин d , характерного горизонтального размера к радиусу деформации k , потенциальных вихрей Π_1/Π_2 и радиусов a_1/a_2 . Для упрощения анализа примем $a_1 = a_2 = 1$ и $d\Pi_1 + (1-d)\Pi_2 = 0$, что исключает баротропную моду движения в начальный момент времени. Для дальнейшего удобно использовать представление $\Pi_1 = (1-d)\mu$, $\Pi_2 = -d\mu$ с параметром μ . Тогда задача сводится к анализу дисперсионного соотношения $\gamma_m = (\mu/2) \{ (1-2d)[L_1(k) - L_m(k)] \pm \sqrt{\Phi_m(k, d)} \}$, где $L_m = I_m(k)K_m(k)$ и

$$\Phi_m(k, d) = [L_1(k) - L_m(k)] [L_1(k) - (1-2d)^2 L_m(k) - (2/m)d(1-d)]. \quad (20)$$

Функции $L_m(k)$ монотонно убывают с ростом аргумента k и параметра m , причем $L_m(k) \rightarrow 1/2m$ при $k \rightarrow 0$ и $L_m(k) \sim 1/2k$ при $k \rightarrow \infty$. Очевидно, $\gamma_1 = 0$. При $m \geq 2$ кривые нейтральной устойчивости получим приравняв нулю второй сомножитель в (20), откуда следует $d = (1/2) \{ 1 \pm [(1/2m - L_1)(1/2m - L_m)]^{1/2} \}$. Построенные с помощью этой формулы кривые нейтральной устойчивости изображены на рис. 1, где выше m -й кривой становится неустойчивой m -я мода. Обозначим корень уравнения $L_1(k) = 1/2m$ через k_m ; асимптотически $k_m \sim m$. При $k < k_2 = 1$, 7 состояние устойчиво при любых d .

Численный эксперимент. Описанные выше предсказания линейной теории были проверены с помощью численных экспериментов, выполненных на основе МКД. Один из примеров представлен на рис. 2, где верхний (I) и нижний ряды (II) соответствуют верхнему и нижнему слою, а снизу указаны моменты времени. Численное значение параметра μ подбиралось из условия $\Pi_1 L_1(k) = 1$, при котором азимутальная скорость при $t = 0$ на верхнем контуре равна единице. В начальный момент времени для аппроксимации круговых контуров использовалось 40 равномерно распределенных опорных точек. Уравнения движения (5) интегрировались с помощью схемы Эйлера с пересчетом с шагом $\Delta t = 0, 1$. После каждого шага осуществлялось перестроение опорных точек пропорционально растущей длине каждого контура. В эксперименте было принято $d = 0, 2$ и $k = 2, 6$ (рис. 1, точка), что отвечает неустойчивости моды с $m = 2$. Постоянно действующим источником возмущений являются ошибки аппроксимации схемы и округления в ЭВМ. Под действием этого «шума» рассматриваемый двухслойный вихрь достаточно долго сохранял первоначальную осесимметричную форму, однако к моменту $t \approx 60$ уже отчетливо стало видно возбуждение моды с $m = 2$, которая затем быстро вышла на нелинейный режим неустойчивости, что привело к распаду исходной конфигурации на два двухслойных вихря. Каждый из вновь сформировавшихся двухслойных вихрей благодаря горизонтальному смещению центров тяжести потенциальной завихренности в слоях ведет себя как пара сингулярных геострофических вихрей [10], причем обе они расходятся в противоположные стороны от общего центра системы. Ранее аналогичные результаты были получены Икедой [11], который интегрировал уравнения двухслойной модели методом сеток при периодических граничных условиях, задавая начальные возмущения исходного осесимметричного вихря в соответствии с теоретической неустойчивой модой. Он рассматривал фиксированное отношение толщин слоев $d = 0, 3$, варьируя число Фруда (параметр k) и отношение амплитуд скоростей в слоях (аналог нашего Π_1/Π_2). Направление разбегания пар в нашей задаче устанавливается случайным образом (ср. с [5]). Это подтверждается численными экспериментами, в которых в начальный мо-

Рис. 1. Кривые нейтральной устойчивости для отдельных мод возмущений; точка отвечает параметрам $d=0,2$ и $k=2,6$ численного эксперимента

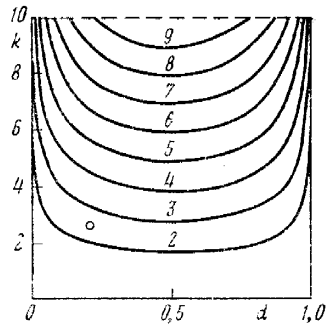
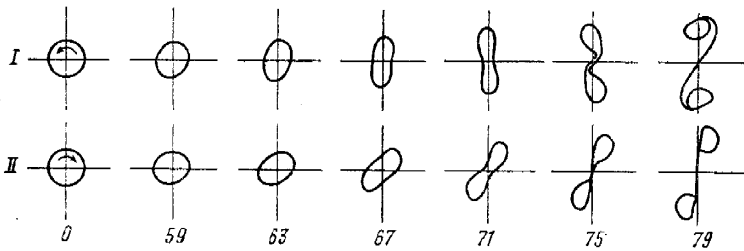


Рис. 2. Распад неустойчивого двухслойного вихря — численный эксперимент; под соответствующими границами областей с постоянной завихренностью в верхнем (I) и нижнем (II) слое указаны безразмерные моменты времени



мент времени задавались различные небольшие возмущения осесимметричных контуров S_i . При учете бета-эффекта выделенным направлением становится зональное, что, по-видимому, должно привести к восточному распространению сформировавшегося модона, как это имело место в экспериментах [12, 13].

Заключение. Дадим краткую сводку полученных результатов. Для неустойчивости осесимметричного двухслойного вихря с постоянными потенциальными завихренностями в слоях Π_1 и Π_2 необходимо выполнить условие $\Pi_1\Pi_2 < 0$. Этому требованию удовлетворяют вихри с нулевой баротропной модой, у которых $d\Pi_1 + (1-d)\Pi_2 = 0$ и носители постоянной завихренности совпадают ($a_1 = a_2$). В плоскости параметров d, k граница устойчивости определяется уравнением $\Phi_2(k, d) = 0$. Вихри заведомо устойчивы при $k < k_2 = 1,7$, где $L_1(k_1) = 1/4$, причем минимальный запас устойчивости достигается при $d = 1/2$. Для любых k и d из области определения этих параметров, удовлетворяющих условию $\Phi_2(k, d) < 0$, всегда имеется конечное число мод возмущений, заключенных в промежутке $2 \leq m \leq M$, где $\Phi_M(k, d) \geq 0$. Число неустойчивых мод растет с ростом k и убывает с ростом $|d - 1/2|$.

Первой неустойчивой модой является мода с $m=2$. Если это единственная неустойчивая мода, вихрь в процессе эволюции распадается на два отдельных вихря с наклонными осями, расходящихся в противоположных направлениях подобно вихревым парам. Заметим, что вихри с противоположными вращениями в разных слоях и с наклонной осью наблюдаются в реальном океане [14].

Преимуществом МКД-моделей, помимо уменьшения размерности задачи, является простота интерпретации и наглядность представления результатов. Как правило, в рамках этих моделей более простым и обзорным оказывается также анализ устойчивости стационарных состояний. Это подтверждается сравнением с работой [11], где аналогичные выводы были получены более сложным и менее наглядным путем. По

мнению авторов, сказанное свидетельствует о перспективности применения МКД для моделирования широкого класса интересных и важных океанологических задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Zabusky N. J., Hughes M. H., Roberts K. V.* Contour dynamics for the Euler equations in two dimensions.— *J. Comput. Phys.*, 1979, v. 30, № 1, p. 96—106.
2. *Поттер Д.* Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975. 392 с.
3. *Козлов В. Ф.* Метод контурной динамики в модельных задачах о топографическом циклогенезе в океане.— *Изв. АН СССР. ФАО*, 1983, т. 19, № 8, с. 845—854.
4. *Козлов В. Ф., Макаров В. Г.* Моделирование эволюции неустойчивых геострофических вихрей в баротропном океане.— *Океанология*, 1984, т. 24, № 5, с. 737—743.
5. *Козлов В. Ф., Макаров В. Г.* Моделирование неустойчивости осесимметричных вихревых шнуров с помощью метода контурной динамики.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1985, № 1, с. 43—49.
6. *Козлов В. Ф.* Построение численной модели эволюции геострофических вихрей в бароклинной жидкости на основе метода контурной динамики.— *Изв. АН СССР. ФАО*, 1985, т. 21, № 2, с. 211—213.
7. *Педлоски Дж.* Геофизическая гидродинамика. Т. 2. М.: Мир, 1984. 416 с.
8. *Hart J. E.* Baroclinic instability over a slope. Part 1: Linear theory.— *J. Phys. Oceanogr.*, 1975, v. 5, № 4, p. 625—633.
9. *Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 750 с.
10. *Гряник В. М.* Динамика сингулярных геострофических вихрей в двухуровневой модели атмосферы (океана).— *Изв. АН СССР. ФАО*, 1983, т. 19, № 3, с. 227—240.
11. *Ikeida M.* Instability and splitting of mesoscale rings using a two-layer quasi-geostrophic model on an f -plane.— *J. Phys. Oceanogr.*, 1981, v. 11, № 7, p. 987—998.
12. *McWilliams J. C., Flierl G. R.* On the evolution of isolated nonlinear vortices.— *J. Phys. Oceanogr.*, 1979, v. 9, № 11, p. 1152—1182.
13. *Mied R. P., Lindeman G. J.* The birth and evolution of eastward-propagating modons.— *J. Phys. Oceanogr.*, 1982, v. 12, № 3, p. 213—230.
14. *Savchenko V. G., Emery W. J., Vladimirov O. A.* A cyclone eddy in the Antarctic circumpolar current south of Australia: results of Soviet-American observations.— *J. Phys. Oceanogr.*, 1979, v. 8, № 5, p. 825—837.

Академия наук СССР
Дальневосточный научный центр
Тихоокеанский океанологический
институт

Поступила в редакцию
28.III.1985

NUMERICAL MODEL OF BAROCLINIC INSTABILITY OF AXIALLY SYMMETRIC VORTICES IN TWO-LAYER OCEAN

KOZLOV V. F., MAKAROV V. G., SOKOLOVSKY M. A.

There is proposed a numerical quasigeostrophic model of the vortex disturbances evolution in the two-layer ocean based on the contour dynamics method. The case of the axially-symmetric vortex on the Ω -plane is analysed in details. The numerical experiment confirms the conclusions of the stability linear analysis and gives a possibility to describe the nonlinear stage of the system evolution which disintegrates into two vortices with inclined axes spreading in opposite directions.