

УДК 551.465

ВЛИЯНИЕ ПОДВОДНОГО ПРЕПЯТСТВИЯ МАЛОЙ ВЫСОТЫ НА ДИНАМИКУ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ХЕТОНА

© 2001 г. М. А. Соколовский*, Ж. Веррон**, И. М. Вагина***

*Институт водных проблем РАН,
117735 Москва, ГСП-1, ул. Губкина, 3
E-mail: sokol@aquas.laser.ru

**Лаборатория геофизических и промышленных течений, Национальный центр научных исследований,
Гренобль, Франция, LEGI, UMR 5519 CNRS, BP 53 X, 38041, Grenoble Cedex, France

***Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119899 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 15.03.2000 г.,
после доработки 15.05.2000 г.

В рамках двухслойной квазигеострофической модели на f -плоскости рассматривается задача о набегании самодвижущегося компенсированного бароклинного вихря (хетона) на изолированное осесимметричное подводное препятствие малой высоты. С помощью метода контурной динамики исследуются особенности вихревого поля в окрестности возвышенности в зависимости от вертикальной структуры хетона, высоты и горизонтальных размеров возвышенности, а также от скорости внешнего потока.

ВВЕДЕНИЕ

Известно [1], что простейшим самодвижущимся вихревым образованием в плоском (неподвижном или вращающемся) слое безграничной однородной жидкости является система из двух прямолинейных вихревых нитей (точечных вихрей). В частном случае вихревой пары, состоящей из двух разнесенных на некоторое расстояние r точечных вихрей с равными по модулю, но противоположными по знаку интенсивностями¹, оба вихря движутся равномерно и прямолинейно в направлении, перпендикулярном соединяющему их отрезку, со скоростью, пропорциональной модулю интенсивности и обратно пропорциональной длине этого отрезка r . В двухслойной жидкости [2, 3] аналогичная пара вихревых нитей, принадлежащих различным слоям, имеет уже немонотонный характер зависимости скорости от расстояния между вихрями. Скорость такого двухслойного вихря стремится к нулю как при малых, так и при больших расстояниях между вихрями и принимает максимальное значение при $r = 1.114R_d$, где R_d – внутренний радиус деформации Россби [4]. Отметим, что, вследствие условия гидростатического равновесия, вихри верхнего слоя с положительным (отрицательным) значением интенсивности индуцируют локальные искривления поверхности раздела вверх (вниз), а для вихрей нижнего слоя соответствующие деформации

имеют противоположные знаки кривизны. Таким образом, движение пары, образованной вихревыми нитями из различных слоев, всегда сопровождается синхронным перемещением либо двух горбов, либо двух впадин поверхности раздела. Поскольку в случае устойчивой стратификации температура жидкости в верхнем слое должна быть выше, чем в нижнем, то, очевидно, при искривлении поверхности раздела вверх (вниз) интегральное по вертикали количество тепла внутри вихревой трубки, окружающей вихревую нить, уменьшается (увеличивается). Системам, состоящим из двух расположенных в разных слоях вихревых нитей, дано наименование хетоны (*heton* – производное от *heat*) или антихетоны для случаев противоположных и одинаковых знаков их интенсивностей соответственно. Хетоны с повышенным (пониженным) содержанием тепла называют теплыми (холодными) [3, 5].

Понятие хетон можно распространить на случай распределенных двухслойных вихрей, когда в каждом из двух слоев сосредоточены вихри конечных размеров с постоянными значениями потенциальных завихренностей (*вихревые пятна*). При этом помимо характерного для дискретных вихрей единственного безразмерного пространственного параметра $l = r/R_d$ появляется еще один: $\gamma = L^*/R_d$, где L^* – горизонтальный масштаб размера вихревого пятна. Оказывается, что в отличие от своего дискретного аналога, распределенный хетон при $\gamma > 1.7$ может стать неустойчивым относительно малых возмущений его формы. В этом

¹ Под интенсивностью точечного вихря понимается циркуляция индуцируемой этим вихрем скорости по любому замкнутому контуру, окружающему вихрь.

случае он способен разрушаться на более мелкие вихревые структуры [6–9]. Отметим тесно прилегающую сюда проблему глубоководной конвекции, в рамках которой в последнее время успешно применяется хетонная концепция [10–13]. Подобный подход, в частности, позволяет строить физически обоснованные параметризации процесса горизонтального переноса тепла в океане [10], необходимые для моделей общей циркуляции океана.

Характерным свойством распределенных вихрей является также тенденция к слиянию достаточно близко расположенных друг к другу одноименных по знаку завихренности вихревых пятен. Различные аспекты проблемы слияния распределенных хетонов детально обсуждаются в ряде теоретических [14–22] и экспериментальных [23–25] работ.

В то же время очень мало известно о поведении вихревых пар, находящихся в окрестности возмущений рельефа дна [26–28]. В данной работе рассматриваются особенности движения хетона, находящегося в окрестности изолированной подводной возвышенности. Целью описываемых численных экспериментов являлось определение роли подводного препятствия в поведении набегающей на него бароклинной пары вихрей. Выявлялась степень влияния на результирующее вихревое движение следующих факторов: 1) расстояния между центрами вихревых пятен, составляющих хетон; 2) размеров вихревых пятен; 3) структуры вертикального распределения потенциальной завихренности; 4) высоты и горизонтальных размеров подводной возвышенности; 5) скорости внешнего потока.

ДВУХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ

Пусть постоянные величины ρ_1 , ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$) представляют собой плотности верхнего и нижнего слоев модельного двухслойного океана с произвольными невозмущенными толщинами h_1 и h_2 соответственно. Введем левовинтовую систему координат, вращающуюся вместе с жидкостью с угловой скоростью $-f/2$ относительно направленной вниз вертикальной оси z . Таким образом, в безразмерных переменных $z = 0$ – на поверхности океана, $z = h_1 - \eta$ – на поверхности раздела слоев, $z = h_1 + h_2 - h \equiv 1 - h$ – на дне. Далее предполагается, что отклонения поверхности раздела $\eta(x, y, t)$ от ее невозмущенного состояния и возмущения рельефа дна $h(x, y)$ малы по сравнению с общей глубиной океана, так что отношение их амплитуд к общей глубине океана имеет порядок числа Кибеля–Россби.

Известно [29], что в квазигеострофическом приближении при условии твердой крышки на поверх-

ности океана и в отсутствие внешних воздействий выполняются законы сохранения

$$\frac{d_i}{dt} \Pi_i = 0, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

компонент двумерного вектора потенциального вихря $\mathbf{\Pi}$, связанного с соответствующим вектором \mathbf{p} аномалии давления (относительно давления в состоянии гидростатического равновесия) соотношением

$$\mathbf{\Pi} = \nabla^2 \mathbf{p} - \gamma^2 A \mathbf{p} + h \mathbf{T}, \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

Здесь $\gamma^2 = \frac{L^{*2}}{R_d^2} = \frac{\rho_0 f^2 (h_1 + h_2) L^{*2}}{g \Delta \rho h_1 h_2}$, ρ_0 – средняя

плотность жидкости, g – ускорение свободного падения, $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$. Кроме того, в (2) и (1) введены

обозначения $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ и $\frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x} + v_i \frac{\partial}{\partial y}$

для плоских операторов Лапласа и полной производной по времени, а также

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{h_2} \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} h_2 & -h_2 \\ -h_1 & h_1 \end{pmatrix}.$$

Будем рассматривать (2) как систему дифференциальных уравнений относительно p_1 и p_2 . После разделения переменных в (2) получаем систему

$$h_1 \Pi_1 + h_2 \Pi_2 - h = \nabla^2 \varphi_1, \quad (3)$$

$$\Pi_2 - \Pi_1 - \frac{h}{h_2} = \nabla^2 \varphi_2 - \gamma^2 \varphi_2 \quad (4)$$

для новых неизвестных функций

$$\varphi_1 = h_1 p_1 + h_2 p_2, \quad \varphi_2 = p_2 - p_1 \equiv \eta / Fr, \quad (5)$$

представляющих собой, соответственно, баротропную функцию тока и функцию, описывающую поведение поверхности раздела между слоями; здесь $Fr = \gamma^2 h_1 h_2$ – число Фруда. Отметим, что пропорциональность функции η и разности аномалий давления в слоях (второе соотношение (5)) получается в результате интегрирования по вертикали уравнения гидростатики с учетом условия непрерывности полного давления на поверхности $z = h_1 - \eta$.

Формальное решение (3)–(4) для затухающих на бесконечности искомым функций может быть записано через функции Грина операторов Лапласа и

Гельмгольца (правые части уравнений (3) и (4) соответственно) в виде

$$\Phi_1(x, y, t) = \Phi_{10}(x, y) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [h_1 \Pi_1(x_1, y_1, t) + h_2 \Pi_2(x_1, y_1, t)] \ln R dx_1 dy_1, \quad (6)$$

$$\Phi_2(x, y, t) = \Phi_{20}(x, y) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [\Pi_2(x_1, y_1, t) - \Pi_1(x_1, y_1, t)] K_0(\gamma R) dx_1 dy_1, \quad (7)$$

где $R = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$, K_0 – модифицированная функция Бесселя², а Π_1 и Π_2 удовлетворяют уравнениям (1). Стационарные слагаемые Φ_{i0} ($i = 1, 2$) должны, очевидно, определяться из уравнений

$$\nabla^2 \Phi_{10} = -h, \quad (8)$$

$$\nabla^2 \Phi_{20} - \gamma^2 \Phi_{20} = -\frac{h}{h_2}. \quad (9)$$

Дальнейшие упрощающие предположения будут сформулированы в следующем разделе. Здесь же определим остающиеся пока свободными параметры h_1 и $\Delta\rho$. Воспользуемся предложенной Флерлом [30] методикой построения калибровочных функционалов, с помощью которых, по утверждению автора, параметры двухслойной модели оптимальным образом отвечают ее непрерывному аналогу. В [30] нижняя невозмущенная граница верхнего слоя (т.е. среднее положение уровня разрыва плотности) отождествляется с горизонтом пика в распределении квадрата частоты Брента-Вяйсяля. Это позволяет получить простые функциональные соотношения

$$h_1 = \left(\int_0^1 z N^2(z) dz \right) \left(\int_0^1 N^2(z) dz \right)^{-1}, \quad (10)$$

$$\Delta\rho = \left(\rho_0 \int_0^1 N^2(z) dz \right) g^{-1}.$$

Осредненные профили вертикального распределения плотности, приведенные в табл. 1.2.1 [29], согласно формулам (10) дают приближенно

$$h_1 = 0.104, \quad \Delta\rho = 3.47 \times 10^{-3} \rho_0 \text{ и}$$

$$h_1 = 0.095, \quad \Delta\rho = 2.63 \times 10^{-3} \rho_0$$

² В дальнейшем, уже без специального пояснения, будут использоваться также модифицированные функции Бесселя K_1, I_0 .

для Тихого и Атлантического океанов соответственно. Таким образом, принимая в своих расчетах $h_1 = 0.1$, $\rho_0 = 1$, $\Delta\rho = 3 \times 10^{-3}$, мы можем считать используемую модель вполне адекватной для типичных океанских условий. Примем также следующие средние значения основных размерных величин: $H^* = 4000$ м (глубина океана), т. е. толщины верхнего и нижнего слоев составляют 400 и 3600 м соответственно, $f = 7.29 \times 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ (параметр Кориолиса для широты 30°), $U^* = 10 \text{ см}\cdot\text{c}^{-1}$ (характерная скорость орбитального движения частиц в вихре), $g = 980 \text{ см}\cdot\text{c}^{-2}$ (ускорение свободного падения). Это дает для радиуса деформации оценку $R_d \approx 41.2$ км, а для числа Кибеля–Росси $\epsilon = U^*/L^*f$ величины 0.06 и 0.02 (для рассматриваемых ниже случаев $\gamma = 1$ и $\gamma = 2.6$ соответственно), что вполне удовлетворяет условиям применимости квазигеострофического приближения. Значения остальных безразмерных и размерных величин приведены ниже в отдельной таблице.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О НАБЕГАНИИ ХЕТОНА НА ОСЕСИММЕТРИЧНУЮ ПОДВОДНУЮ ВОЗВЫШЕННОСТЬ

Пусть потенциальные вихри допускают представления

$$\Pi_i = \sum_{j=1}^{n_i} \bar{\Pi}_{ij}(x, y, t), \quad i = 1, 2, \quad (11)$$

где $\bar{\Pi}_{ij}$ – финитные функции с конечными носителями S_{ij} , n_i – число вихревых пятен в i -м слое. Пусть, далее, внешнее поле определяется наличием зонального потока со скоростью U и возвышением рельефа дна в виде прямого кругового цилиндра радиуса a с высотой h и с центром в начале системы координат. Уравнения (8)–(9) в этом осесимметричном случае принимают вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Phi_{10}}{dr} \right) = \begin{cases} -h, & r \leq a, \\ 0, & r > a, \end{cases} \quad (12)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Phi_{20}}{dr} \right) - \gamma^2 \Phi_{20} = \begin{cases} -h/h_2, & r \leq a, \\ 0, & r > a, \end{cases} \quad (13)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

и должны интегрироваться при условиях

$$\frac{d\Phi_{10}}{dr} \rightarrow 0, \quad \frac{d\Phi_{20}}{dr} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty, \quad (14)$$

$$\Phi_{10}|_{r=a+0} = \Phi_{10}|_{r=a-0}, \quad \Phi_{20}|_{r=a+0} = \Phi_{20}|_{r=a-0}. \quad (15)$$

Легко видеть, что решения

$$\Phi_{10} = -Uy - \frac{ha^2}{4} \begin{cases} (r/a)^2, & r \leq a, \\ 1 + 2\ln(r/a), & r > a, \end{cases} \quad (16)$$

$$\Phi_{20} = -\frac{h}{\gamma^2 h_2} \begin{cases} 1 - a\gamma I_0(\gamma r) K_1(a\gamma), & r \leq a, \\ a\gamma I_1(a\gamma) K_0(\gamma r), & r > a, \end{cases} \quad (17)$$

удовлетворяют (12)–(15). Отметим, что выражение (17) для Φ_{20} получено с учетом известного свойства вронскиана [32] $I_n(z)K_{n+1}(z) + I_{n+1}(z)K_n(z) = 1/z$.

Принимая во внимание (11), выражения (6) и (7) перепишем в виде

$$\begin{aligned} \Phi_1(x, y, t) &= \\ &= \Phi_{10}(x, y) + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^2 h_i \sum_{j=1}^{n_i} \bar{\Pi}_{ij} \iint_{S_{ij}(t)} \ln R dx_1 dy_1, \\ \Phi_2(x, y, t) &= \\ &= \Phi_{20}(x, y) + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^2 (-1)^i \sum_{j=1}^{n_i} \bar{\Pi}_{ij} \iint_{S_{ij}(t)} K_0(\gamma R) dx_1 dy_1, \end{aligned}$$

где функции Φ_{10} , Φ_{20} определяются решениями (16)–(17). Окончательно, переходя к p_1 и p_2 с использованием (5) и выражая, с помощью формул Стокса, поверхностные интегралы через контурные, получим

$$\begin{aligned} p_i(x, y, t) &= p_{i0}(x, y) + \frac{1}{4\pi} \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \bar{\Pi}_{ij} \oint_{C_{ij}(t)} R^2 \times \right. \\ &\times \left(\ln R - \frac{1}{2} \right) \Theta d\mathbf{v}_{ij} + h_{3-i} \sum_{m=1}^2 (-1)^{i+m} \sum_{j=1}^{n_m} \bar{\Pi}_{mj} \times \\ &\times \left. \oint_{C_{mj}(t)} \left[\frac{2}{\gamma^2} (\gamma R K_1(\gamma R) - 1) - R^2 \left(\ln R - \frac{1}{2} \right) \right] \Theta d\mathbf{v}_{mj} \right\}, \quad (18) \\ & \quad i = 1, 2, \end{aligned}$$

где C_{ij} – контуры областей S_{ij} , $\Theta = [(x_1 - x) \dot{y}_1 - (y_1 - y) \dot{x}_1] / R^2$, p_{i0} – известные функции, выражающиеся из (5) через Φ_{i0} ($i = 1, 2$); \mathbf{v}_{ij} – отсчитываемый против часовой стрелки непрерывный параметр, определяющий положение переменных интегрирования x_1 , y_1 на j -м контуре i -го слоя; точкой сверху обозначено частное дифференцирование по этому параметру.

Формулы (18) показывают, что давление, а следовательно, и скорости в любой точке плоскости полностью определяются конфигурациями эволюционирующих контуров вихревых пятен. Этот факт лежит в основе метода контурной динамики (МКД),

который в [6] был обобщен на рассматриваемый здесь случай двухслойной жидкости. Иллюстрируемые ниже результаты расчетов получены с помощью МКД. Используемый численный алгоритм дополнен процедурой так называемой контурной хирургии [31], позволяющей отсекаать длинные и тонкие вихревые нити, а также удалять близкие противоположно ориентированные участки границ (т. е. допускать слияние вихревых пятен, принадлежащих одному слою и имеющих равные значения потенциальных завихренностей).

Все приведенные выше формулы справедливы для любого конечного числа n_i ($i = 1, 2$) вихревых пятен в каждом из слоев. Мы будем рассматривать задачу о набегании на подводную возвышенность единичного хетона, т. е. двухслойного вихря, для которого выполнено условие вертикальной компенсированности

$$h_1 \bar{\Pi}_{11} + h_2 \bar{\Pi}_{21} = 0, \quad (19)$$

причем каждый раз будем предполагать, что движение начинается из состояния покоя, когда при $t = 0$ происходит инициализация потока и образование вихревых пятен, формирующих хетон. Из (3)–(4) видно, что стационарной (зависящей только от топографии) части давления в поле потенциального вихря соответствует сосредоточенный в нижнем слое стационарный антициклонический вихрь с интенсивностью $-h/h_2$. Для реализации состояния покоя необходимо при $t = 0$ над возвышенностью поместить покрывающий ее циклонический свободный вихрь с потенциальной завихренностью $\bar{\Pi}_{22} = h/h_2$. Таким образом, в нашей задаче в начальный момент времени мы имеем $n_1 = 1$ и $n_2 = 2$.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Прежде всего отметим общие для всех иллюстраций детали. Безразмерный начальный радиус всех вихревых пятен, образующих хетон, принимается равным единице, и при заданном радиусе деформации Россби горизонтальный пространственный масштаб всегда определяется как $L^* = \gamma R_d$. Переход к безразмерному времени осуществляется с помощью масштабного множителя, равного ротационному периоду жидкой частицы, принадлежащей контуру хетона (первоначально – круговому), в предположении, что нижнее вихревое пятно расположено строго под верхним. По существу, расчет временного масштаба каждый раз однозначно определяет значения $\bar{\Pi}_{11}$, $\bar{\Pi}_{21}$ (напомним, что для хетона должно выполняться условие (19), и, следовательно, величины $\bar{\Pi}_{i1}$, $i = 1, 2$ связаны между собой и зависят от соотношения между толщинами слоев), в то время как величина $\bar{\Pi}_{22}$ зависит и от высоты возвышенности.

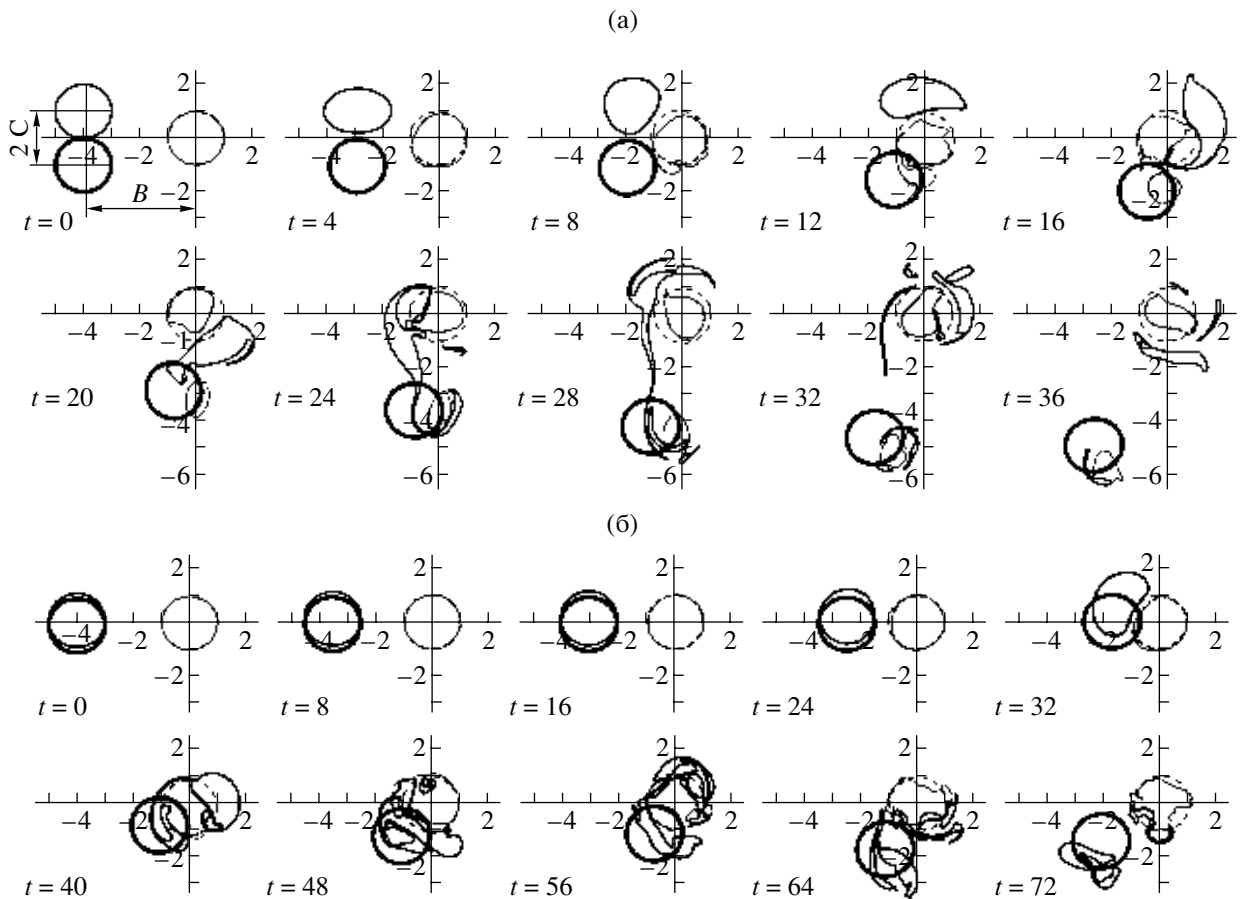


Рис. 1. Эволюция вихревых пятен при набегании теплого хетона на подводную возвышенность при $h = 1$, $\gamma = 1$, $a = 1$, $B = 4$, $U = 0$: (а) – $C = 1$, (б) – $C = 0.1$.

Исходное расположение системы вихрей, характерное для всех вариантов расчетов, и обозначения для геометрических параметров даны на первом фрагменте рис. 1. Здесь B – начальное расстояние между центрами хетона и подводной возвышенности; C – половина расстояния между центрами вихревых пятен, составляющих хетон. Если $C \neq 0$, то будем говорить, что хетон имеет *наклонную ось*. Жирной (тонкой) линией изображен контур вихревого пятна верхнего (нижнего) слоя, затемненная эволюционирующая область представляет собой свободный вихрь, в начальный момент времени покрывающий возвышенность; внешняя граница возвышенности всюду отмечена штрихом.

В первой серии экспериментов, представленной на рис. 1, исследуется влияние величины C – наклона оси самодвижущегося хетона – на структуру формирующейся вихревой картины в окрестности возвышенности. Вихревые пятна имеют антициклоническую завихренность в верхнем слое и циклоническую в нижнем, т. е. хетон – теплый.

На рис. 1а процесс развивается по следующему сценарию. По мере приближения хетона к возвы-

шенности помещенный над ней свободный вихрь начинает смещаться и заметно деформироваться, что способствует проявлению антициклонической закрутки со стороны стационарного топографического вихря (в начальный момент она отсутствовала ввиду полной компенсации действия топографии дна наиболее заметно ощущается в нижнем слое. Расположенное там циклоническое вихревое пятно захватывается во вращение в направлении часовой стрелки и сильно вытягивается. Вихрь верхнего слоя, наоборот, практически не испытывает деформаций, но, оставшись без своего “напарника”, теряет возможность дальнейшего поступательного движения. В то же время под действием индуцируемого им антициклонического вращения происходит отрыв и вовлечение в это вращение некоторой части свободного вихря нижнего слоя: формируется новый двухслойный вихрь с наклонной осью, способный к самодвижению. Циклон нижнего слоя, первоначально принадлежавший хетону, совершив оборот вокруг возвышенности, оказывается под действием притяжения обеих частей свободного вихря, что при-

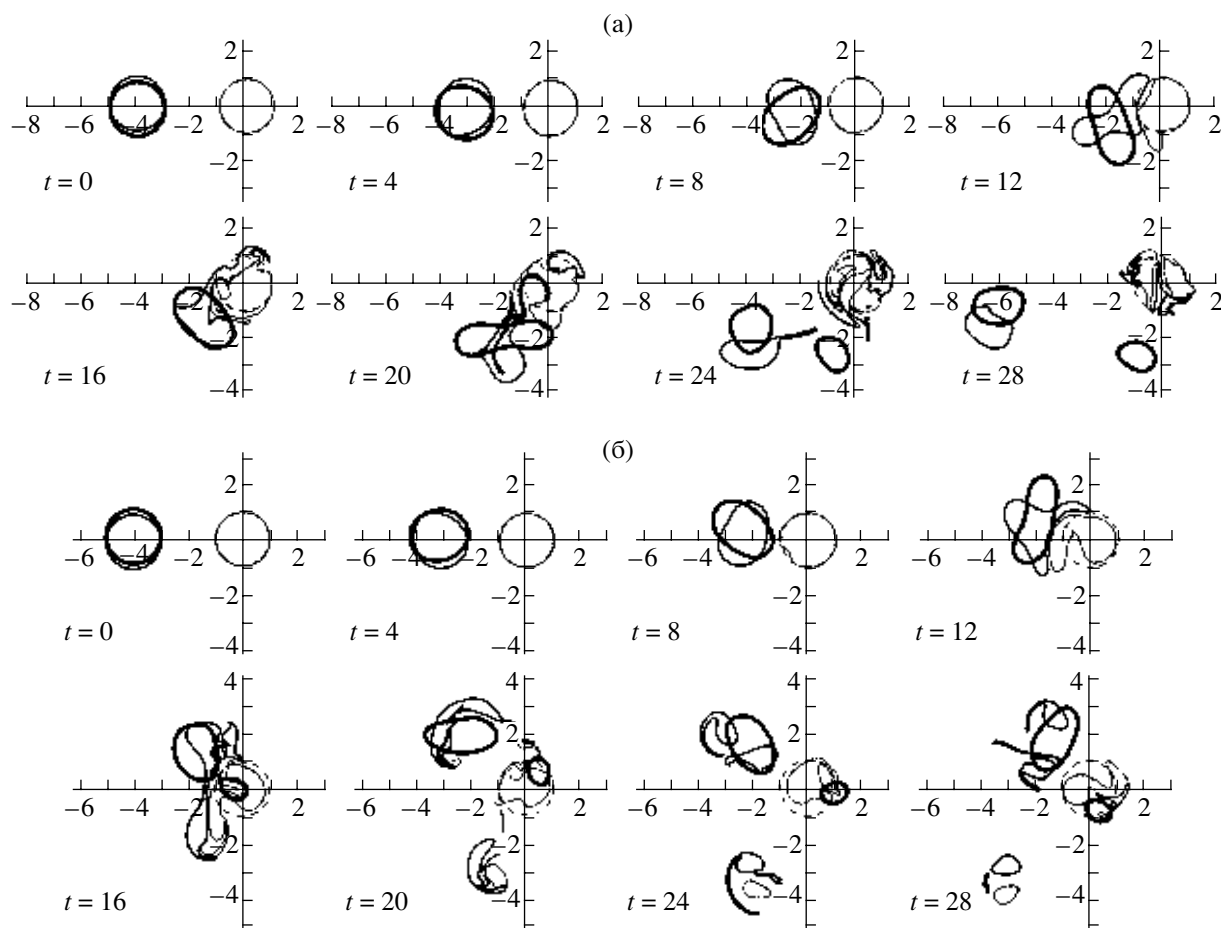


Рис. 2. Эволюция вихревых пятен при набегании на подводную возвышенность теплого (а) и холодного (б) хетона при $h = 1$, $\gamma = 2.6$, $a = 1$, $B = 4$, $U = 0$, $C = 0.1$.

водит к частичному его разделению и служит причиной значительной деградации. В итоге сформировались две конфигурации: одна состоит из частей двух циклонов нижнего слоя, захваченных топографическим вихрем, а вторая представляет собой удаляющийся двухслойный вихрь с наклонной осью. Если, не принимая во внимание процессы на промежуточных этапах взаимодействия, сравнить конфигурации при $t = 0$ и при $t = 36$, то можно было бы заключить, что хетон, оказавшийся в окрестности подводной возвышенности, просто изменил направление своего движения. В действительности, структура его нижней части изменилась кардинально, так как вихревое пятно нижнего слоя содержит теперь жидкость, первоначально находившуюся над возвышенностью.

Уменьшение на порядок величины C – наклона оси хетона (рис. 1б) – в корне меняет результат. Здесь как раз имеет место гипотетически представленная ситуация предыдущего случая: двухслойный вихрь, совершив почти полный разворот, сохраняет свою индивидуальность, хотя при этом циклон нижнего слоя, как и в предыдущем

примере, теряет значительную часть завихренности. Дело в том, что в данном случае хетон, вследствие малости наклона его оси, много слабее. Налицо результат – уменьшение скорости его перемещения (это видно по указанным моментам времени) и, что еще более важно, – ослабление его воздействия на свободный вихрь. Поэтому большая часть свободного вихря остается захваченной топографией и не имеет возможности активно участвовать во взаимодействии с хетоном.

Во второй серии экспериментов, представленной на рис. 2, исследуются особенности формирования вихревой структуры в зависимости от вертикального распределения потенциальной завихренности набегающего вихревого образования – рассматриваются случаи теплого и холодного хетона.

Прежде чем анализировать результаты собственно этой серии, сравним рис. 1б и 2а. Отличия обусловлены только изменившимся значением параметра γ . Если в первом случае первоначальные радиусы всех вихревых пятен равнялись радиусу деформации, то во втором они превышают его в 2.6 раза. Как показано в [4], при этих усло-

вихря сам по себе хетон с наклонной осью становится неустойчивым и, даже в отсутствие дополнительного возмущения со стороны топографии, должен разрушаться на более мелкие вихревые структуры. Особенно важно здесь то, что вихревое пятно верхнего слоя также разделяется на две части, в то время как на рис. 1 оно практически не испытывало деформаций. В итоге мы наблюдаем появление нового двухслойного вихря с противоположными вращениями в слоях, который в данной ситуации состоит лишь из частей вихревых пятен верхнего и нижнего слоев и перемещается в направлении, практически противоположном исходному: произошло своего рода неупругое отражение хетона возвышенностью. Остатки вихревого пятна нижнего слоя частично разрушились, а частично слились со свободным вихрем. Оставшаяся же часть вихря верхнего слоя, по-видимому, в дальнейшем еще долго будет находиться в окрестности возвышенности.

Существенным отличием эксперимента, представленного на рис. 2б, от всех предыдущих является изменившаяся на противоположную циклоничность каждого из вихревых пятен в верхнем и нижнем слоях. Таким образом, если раньше в нижнем слое наблюдалось взаимодействие двух вихрей одного знака, то теперь свободный вихрь и нижний вихрь набегающего на возвышенность хетона имеют противоположные знаки потенциальной завихренности. Здесь развал вихревых пятен происходит иначе. Одна из частей антициклона нижнего слоя объединяется с циклоном, оторвавшимся от свободного вихря. Сформированная таким образом в нижнем слое вихревая пара покидает окрестность подводной возвышенности. Циклонический вихрь верхнего слоя разделился на две неравные части, а антициклон нижнего слоя – на три. Большая часть вихревого пятна верхнего слоя, вместе с двумя частями нижнего вихря, образует двухслойную триполярную структуру³, которая, в силу своей инерционности, слабо реагирует на топографию. В то же время, меньшая часть вихря верхнего слоя вовлекается в антициклоническое вращение вокруг возвышенности. Последний из указанных элементов вихревого движения демонстрирует проявление влияния топографии на динамику верхнего слоя.

В следующей серии экспериментов (рис. 3) исследуется роль дополнительного внешнего фактора – ведущего зонального потока. Кроме того, здесь вдвое увеличивается высота подводного препятствия.

На рис. 3а течение направлено в сторону собственного движения двухслойного вихря, причем

³ В [4, 7, 14–15] аналогичные вихревые образования были получены за счет других механизмов. По-видимому, можно считать, что двухслойный триполярный вихрь является достаточно универсальной структурой.

скорости потока и хетона равны по величине. Ясно, что, во-первых, течение должно подгонять пару вихрей и, во-вторых, способствовать сносу свободного вихря с возвышенности. Причем этот снос помимо чисто зональной компоненты должен, за счет отклоняющего действия стационарного топографического вихря, иметь еще и меридиональную составляющую. Это мы и наблюдаем на рисунке. Со временем свободный вихрь делится на три части, одна из которых полностью захватывается топографией, а две другие сливаются с двумя частями развалившегося циклона нижнего слоя соответственно. Далее, конфигурация из двухслойной пары и циклонического вихря нижнего слоя покидает окрестность возвышенности, чему, в частности, способствует внешний поток. Одна из частей свободного вихря прочно захватывается возвышенностью.

В следующем эксперименте этой серии (рис. 3б) внешний поток противодействует движению пары, и, в отсутствие топографии, хетон должен занимать стационарное положение. Как показывает рисунок, эта ситуация фактически и реализуется на временном интервале $t = 0 \div 6$. Затем начинается скачкообразное возмущение, создаваемое отторгнутой за счет течения небольшой части свободного вихря. Между ней (а также оторвавшейся вслед за ней новой частью вихря) и циклоническим вихревым пятном нижнего слоя начинается интенсивное взаимодействие, приводящее, в частности, к потере части циклона. При этом ослабевает внутривихревое взаимодействие, благодаря чему антициклон верхнего слоя начинает сноситься потоком. Наблюдается тенденция и к сносу вихревых пятен нижнего слоя, не подвергшихся захвату топографией. Представляется, что наиболее интересным эффектом здесь является сам факт влияния топографии на хетон, изначально занимавший стационарное положение ниже по течению.

На рис. 4 показаны результаты исследования влияния горизонтальных размеров подводной возвышенности на формирование вихревой структуры в ее окрестности. Если во всех предыдущих расчетах радиус возвышенности круговой формы был таким же, как первоначальные радиусы вихревых пятен, составляющих хетон, то на рис. 4а (рис. 4б) он в 2.5 раза больше (меньше). Внешнее течение имеет направление, попутное с хетоном, как на рис. 3а.

В первом случае, для возвышенности большого размера, характерен существенный захват как свободного вихря, так и циклонического вихря нижнего слоя, первоначально принадлежавшего хетону. Двухслойный вихрь с наклонной осью, сформированный антициклоном верхнего слоя и частью свободного вихря, уносится вниз по течению. На последнем из указанных на рисунке фрагментов начинает комбинироваться, кроме того, сформированный из

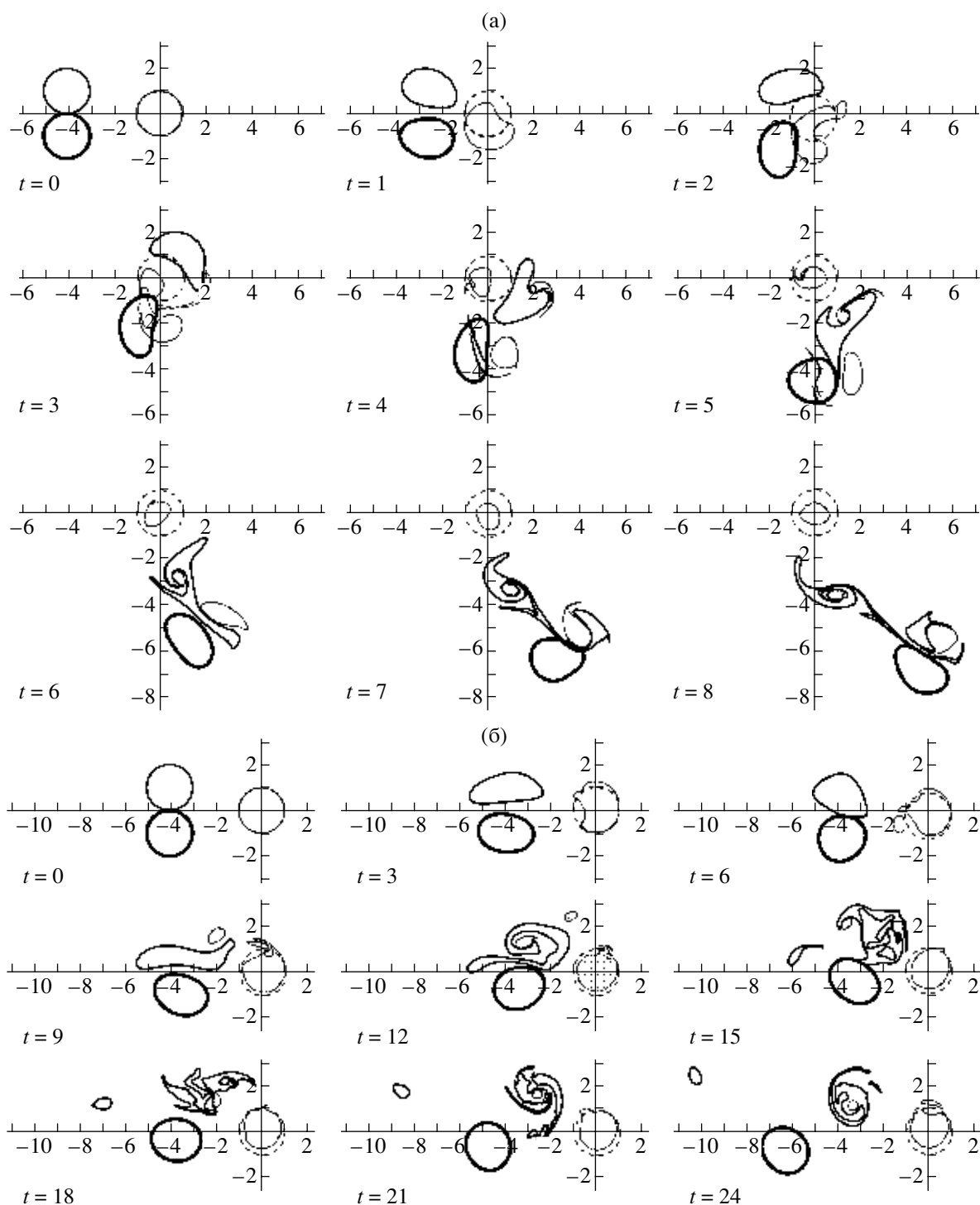


Рис. 3. Эволюция вихревых пятен при набегании теплого хетона на подводную возвышенность при $h = 2$, $\gamma = 2.6$, $a = 1$, $B = 4$, $C = 1$: (а) – $U = 0.195$, (б) – $U = -0.195$.

двух вихревых пятен циклонический вихрь, который затем также будет снесен течением.

Возвышенность небольших горизонтальных размеров (рис. 4б) оказывает на движение хетона лишь небольшое отклоняющее действие. Свободный вихрь полностью сносится течением с возвы-

шенности. Затем он объединяется с циклоническим вихрем и, вместе с антициклоном верхнего слоя, формирует уносимый потоком новый двухслойный вихрь с наклонной осью.

На всех рассмотренных рисунках изображены только эволюционирующие конфигурации вихре-

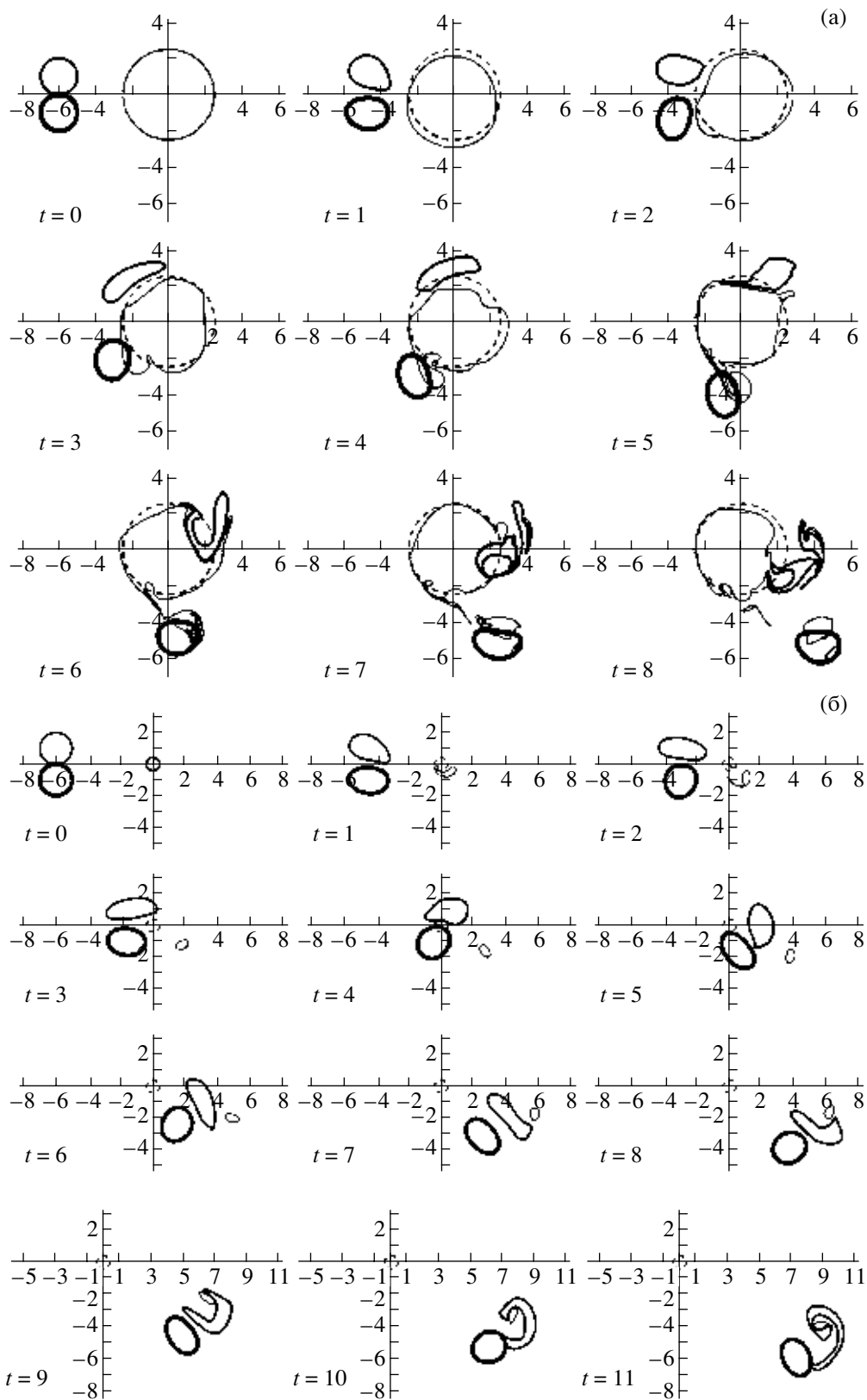


Рис. 4. Эволюция вихревых пятен при набегании теплого хетона на подводную возвышенность при $h = 2, \gamma = 2.6, B = 6, C = 1, U = 0.195$: (а) – $a = 2.5$, (б) – $a = 0.4$.

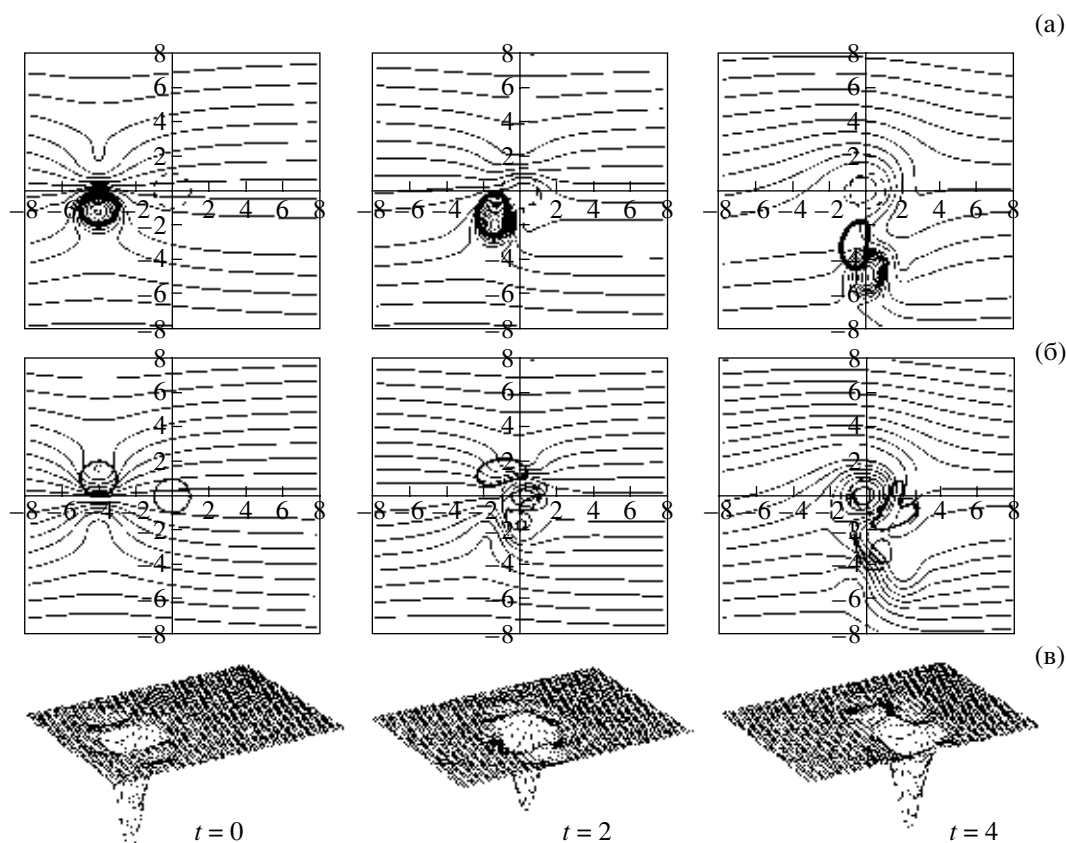


Рис. 5. Линии тока горизонтального движения с наложенными на них конфигурациями вихревых пятен в верхнем (а) и нижнем (б) слоях и изометрические проекции поверхности раздела между слоями (в) в указанные моменты безразмерного времени при $h = 2$, $\gamma = 2.6$, $a = 1$, $B = 4$, $C = 1$, $U = 0.195$.

вихревых пятен. По существу это – иллюстрация движения жидкости в лагранжевом представлении с той лишь оговоркой, что алгоритм МКД, строго говоря, не отслеживает движение конкретных жидких частиц, принадлежащих границам вихревых пятен. Для улучшения аппроксимационных свойств схемы в каждый момент времени происходит равномерное перераспределение узлов на каждом из контуров, но при этом, конечно, все частицы, принадлежавшие контуру в начальный момент времени, остаются на нем.

Понятно, что более привычные эйлеровы линии тока будут давать отличную картину движения, что и подтверждает рис. 5, где повторены условия эксперимента, представленного на рис. 3а. При использовании данного подхода лучше заметна роль каждого из слоев в процессе их взаимовлияния. Важно отметить, что в поле линий тока замкнутые циркуляционные кольца дают только наиболее интенсивные вихри. Действительно, требование вертикальной компенсированности вихрей (19) налагает на распределение потенциальной завихренности условие $|\bar{\Pi}_{11}| = (h_2/h_1)|\bar{\Pi}_{21}| = 9|\bar{\Pi}_{21}|$, поэтому первоначально принадлежащее хетону относи-

тельно слабое вихревое пятно нижнего слоя здесь почти “не прорабатывается”.

Нижняя строка рисунка, где для наглядности масштаб по “вертикали” значительно утрирован, показывает, что хетон, действительно, теплый, и что стационарный антициклонический вихрь нижнего слоя индуцирует над возвышенностью локальный прогиб поверхности раздела, направленный вверх.

О ВОЗМОЖНОЙ ОКЕАНОЛОГИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ

До сих пор почти ничего не говорилось о реальных пространственно-временных масштабах моделируемых процессов. Пока лишь отмечено, что общая глубина океана принята равной 4000 м, толщины верхнего и нижнего слоев составляют соответственно 400 и 3600 м, и радиус деформации составляет 41.2 км. В приведенной ниже таблице указаны остальные внешние параметры, характерные для проведенных численных экспериментов.

Напомним, что ротационный период – время полного оборота жидкой частицы, первоначально принадлежащей круговой границе вихря – со-

Таблица 1

Номер рисунка	Безразмерные параметры					Размерные величины				
	γ	ϵ	a	h	U	Радиус вихря, км	Радиус возвышенности, км	Высота возвышенности, м	Ротационный период, сутки	Скорость потока, см/с
1	1	0.06	1	1	0	41.2	41.2	228	29.3	0
2	2.6	0.02	1	1	0	107.2	107.2	228	76.1	0
3а	2.6	0.02	1	2	0.195	107.2	107.2	456	76.1	1.95
3б	2.6	0.02	1	2	-0.195	107.2	107.2	456	76.1	-1.95
4а	2.6	0.02	2.5	2	0.195	107.2	268.0	456	76.1	1.95
4б	2.6	0.02	0.4	2	0.195	107.2	42.9	456	76.1	1.95
5	2.6	0.02	1	2	0.195	107.2	107.2	456	76.1	1.95

ответствует безразмерной единице времени. Таким образом, временные интервалы, отвечающие моделируемым процессам, составляют, как правило, полтора-три года. Исключение составляет рис. 1б, где время счета соответствует примерно 6 годам.

Конечно, ключевым остается вопрос, имеются ли основания считать, что вихри хетонного типа наблюдаются в океане. О данных, подтверждающих существование подобных структур, авторам неизвестно, как ничего неизвестно и о наличии детальных инструментальных измерений вертикальной структуры хотя бы одного индивидуального вихря. Тем не менее, можно привести соображения в пользу того, что вихри с противоположными вращениями на верхних и нижних горизонтах вполне могут существовать. В. М. Гряник⁴ предлагает следующий возможный механизм их формирования. В период осенне-зимнего охлаждения поверхности океана наблюдаются очень интенсивные конвективные движения за счет опускания холодных поверхностных вод. Эти воды, очевидно, не достигают дна, а доходят до того горизонта, где встречаются более холодные нижележащие водные массы: формируется выраженная двухслойная структура. Ясно также, что конвективные движения не могут иметь однородный по горизонтали характер. Скорее всего, должны наблюдаться обширные пятна, охватывающие замкнутые области верхнего слоя, в которых процесс наиболее интенсивен. Внутри каждой такой области естественно возникшая поверхность раздела должна в своей центральной части иметь прогиб, направленный вниз. Следовательно, в силу указанных выше соображений, в верхнем слое должна возникнуть антициклоническая закрутка, а в нижнем – циклоническая, т. е. должен сформироваться теплый хетон. Причем из-за большой инерционности эти вихревые движения могут иметь временной масштаб,

значительно больший, чем период породивших их конвективных движений.

Если изложенная схема правдоподобна, то она может быть положена в основу гипотезы о возможном механизме формирования хетонов в океане.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Проведенные численные эксперименты позволили установить некоторые особенности формирования вихревой структуры в окрестности изолированной подводной возвышенности при набегании на нее хетона с наклонной осью. В частности, показано следующее.

Если горизонтальные размеры препятствия имеют порядок среднего радиуса вихрей, то даже небольшое по высоте возмущение рельефа дна (рис. 1) существенно отклоняет траекторию первоначального движения двухслойного вихря. Направление движения может при этом изменяться вплоть до противоположного. Возвышенность малого радиуса оказывает на хетон незначительное отклоняющее действие.

Наиболее оживленно осуществляется вихревая деятельность в пределах нижнего слоя, где происходит активное взаимодействие между нижним вихревым пятном хетона, свободным вихрем и стационарным топографическим вихрем. В силу того, что близко расположенные друг к другу вихревые пятна одного слоя и одного знака имеют тенденцию сливаться, зачастую происходит перераспределение водных масс таким образом, что существенно изменяется вертикальная структура двухслойных вихрей. Если в нижнем слое сосредоточены вихревые пятна разных знаков, то их взаимодействие носит совершенно иной характер. Поэтому воздействие возвышенности на теплый и холодный хетон происходит совершенно различным образом. Так, эксперимент, демонстрируемый рис. 2, показывает, что после активного взаимодействия с подводным препятствием теплого хетона от возвы-

⁴ Частная беседа.

шенности удаляется двухслойный вихрь с наклонной осью, а в случае холодного хетона – пара, сформированная двумя противоположно завихренными пятнами нижнего слоя.

Важное значение имеют горизонтальные размеры хетона, а более конкретно – отношение радиуса вихря к радиусу деформации. В силу того, что достаточно крупные двухслойные вихри являются неустойчивыми и разваливаются на более мелкие вихревые структуры, это сказывается и на картине взаимодействия с возвышенностью.

Отдельно следует отметить особенности процесса сближения и последующего слияния вихрей одного знака. Как правило, при этом значительно интенсифицируется горизонтальное перемешивание. Один из вихрей начинает разрушаться, излучая *вихревые нити (filaments)*, в то время как второй – *вихрь-победитель (victor vortex)* [33], – оставаясь компактным, “пытается” притянуть и намотать на свое ядро как можно большую его часть. Элементы такого асимметричного взаимодействия можно пронаблюдать практически на всех представленных рисунках.

В дополнение к изложенным качественным результатам добавим, что работа дает также подтверждение эффективности метода контурной динамики для задач такого типа. Как показывают иллюстрации, МКД предоставляет возможность изучать эволюцию отдельных вихревых образований, детально демонстрируя процессы их разделения, слияния и переобъединения, что бывает важно при изучении, например, явления горизонтального смешения различных водных масс в океане.

Авторы выражают признательность В. М. Грянику, В. Н. Зырянову, З. И. Кизнеру, Г. М. Резнику и А. Н. Вульфсону за обсуждение полученных результатов, а также рецензенту, чьи замечания способствовали улучшению текста статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 98-05-65446) и INTAS (проект № 94-3614).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ламб Г. Гидродинамика М.–Л.: ОГИЗ, 1947. 928 с.
2. Гряник В. М. Динамика сингулярных геострофических вихрей в двухуровневой модели атмосферы (океана) // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1983. Т. 19. № 3. С. 227–240.
3. Hogg N. G., Stommel H. M. The heton, an elementary interaction between discrete baroclinic geostrophic vortices, and its implications concerning eddy heat-flow // Proc. Roy. Soc. London. A. 1985. V. 397. P. 1–20.
4. Sokolovskiy M. A., Verron J. Finite-core hetons: Stability and interactions // J. Fluid Mech. 2000. V. 423. P. 127–154.
5. Hogg N. G., Stommel H. M. Hetonic explosions: the breakup and spread of warm pools as explained by baroclinic point vortices // J. Atmos. Sci. 1985. V. 48. P. 1465–1476.
6. Козлов В. Ф., Макаров В. Г., Соколовский М. А. Численная модель бароклинической неустойчивости осесимметричных вихрей в двухслойном океане // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1986. Т. 22. № 8. С. 868–874.
7. Carton X. J., Correard S. M. Baroclinic tripolar geostrophic vortices: Formation and subsequent evolution // Proc. IUTAM/SIMFLOW Symp. Lyngby. Denmark. Kluwer Acad. Publ., 1997.
8. Helfrich K. R., Send U. Finite-amplitude evolution of two-layer geostrophic vortices // J. Fluid Mech. 1988. V. 197. P. 331–348.
9. Ikeda M. Instability and splitting of mesoscale rings using a two-layer quasi-geostrophic model on a f-plane // J. Phys. Oceanogr. 1981. V. 11. P. 987–998.
10. Doronina T., Gryanik V., Olbers D., Warncke T. A 3D heton mechanism of lateral spreading in localized convection in a rotating stratified fluid // AWI (Alfred Wegener Institute). Berichte aus dem Fachbereich Physik. 1998. Report 87. 76 p.
11. Jones H., Marshall J. Convection with rotation in a neutral ocean: A study of open-ocean deep convection // J. Phys. Oceanogr. 1993. V. 23. P. 1009–1039.
12. Legg S., Marshall J. A heton model of the spreading phase of open-ocean deep convection // J. Phys. Oceanogr. 1993. V. 23. P. 1040–1056.
13. Legg S., Jones H., Vibsteck M. A heton perspective of baroclinic eddy transfer in localized open ocean deep convection // J. Phys. Oceanogr. 1996. V. 26. P. 2251–2266.
14. Соколовский М. А. О встречном столкновении распределенных хетонов // Докл. АН СССР. 1989. Т. 306. №1. С. 198–202.
15. Соколовский М. А. Численное моделирование взаимодействия распределенных хетонов при встречном столкновении // Метод контурной динамики в океанологических исследованиях. Владивосток: ДВО АН СССР, 1990. С. 40–57.
16. Correard S. M., Carton X. J. Vertical alignment of geostrophic vortices: On the influence of the initial distribution of potential vorticity // Proc. IUTAM/SIMFLOW Symp. Lyngby. Denmark. Kluwer Acad. Publ., 1997.
17. Polvani L. M., Zabusky N. J., Flierl G. R. Two-layer geostrophic vortex dynamics. Pt 1. Upper-layer V-states and merger // J. Fluid Mech. 1989. V. 205. P. 215–242.
18. Polvani L. M. Two-layer geostrophic vortex dynamics. Pt 2. Alignment and two-layer V-states // J. Fluid Mech. 1991. V. 225. P. 241–270.
19. Valcke S., Verron J. On interactions between two finite-core hetons // Phys. Fluids. 1993. V. A5. P. 2058–2060.
20. Valcke S., Verron J. Cyclon-anticyclon asymmetry in the merging process // Dyn. Atmos. Oceans. 1996. V. 24. P. 227–236.
21. Valcke S., Verron J. Interaction of baroclinic isolated vortices: The dominant effect of shielding // J. Phys. Oceanogr. 1997. V. 27. P. 524–541.
22. Verron J., Valcke S. Scale-dependent merging of baroclinic vortices // J. Fluid Mech. 1994. V. 264. P. 81–106.

23. *Griffiths R. W., Hopfinger E. J.* Experiments with baroclinic vortex pairs in a rotating fluid // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 173. P. 501–518.
24. *Griffiths R. W., Hopfinger E. J.* Coalescing of geostrophic vortices // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 178. P. 73–97.
25. *Nof D., Simon L. M.* Laboratory experiments on the merging of nonlinear anticyclonic eddies // *J. Phys. Oceanogr.* 1987. V. 17. P. 343–357.
26. *Макаров В. Г.* Численное моделирование воздействия рельефа дна на динамику пары квазигеострофических вихрей в однородном океане. Препринт. Владивосток: Тихоокеанский океанологический институт ДВНЦ АН СССР, 1986. 19 с.
27. *Kloosterziel R. C., Carnevale G. F., Philippe D.* Propagation of barotropic dipoles over topography in a rotating tank // *Dyn. Atmos. Oceans.* 1993. V. 19. P. 65–100.
28. *Smith IV D.C., O'Brien J. J.* The interaction of a two-layer isolated mesoscale eddy with bottom topography // *J. Phys. Oceanogr.* 1983. V. 13. P. 1681–1697.
29. *Каменкович В. М., Кошляков М. Н., Монин А.С.* Синоптические вихри в океане Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 512 с.
30. *Flierl G. R.* Models of vertical structure and the calibration of two-layer models // *Dyn. Atmos. Oceans.* 1978. V. 2. P. 341–381.
31. *Макаров В. Г.* Вычислительный алгоритм метода контурной динамики с изменяемой топологией исследуемых областей // *Моделирование в механике.* 1991. Т. 5 (22). N 4. С. 83–95.
32. *Справочник по специальным функциям / Ред. А. Абрамовиц и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.*
33. *Melander M. V., Zabusky N. J., McWilliams J. C.* Asymmetric vortex merger in two dimensions: Which vortex is “victorious”? // *Phys. Fluids.* 1987. V. 30. P. 2610–2612.

Effect of a Submerged Small-Height Obstacle on the Dynamics of a Distributed Heton

M. A. Sokolovskiy*, J. Verron, and I. M. Vagina*****

**Institute of Water Problems, Russian Academy of Sciences,
ul. Gubkina 3, Moscow, 117735 Russia;
E-mail: sokol@aqua.laser.ru*

***Laboratory of Geophysical and Industrial Flows, National Center of Scientific Research,
LEGI, UMR 5519 CNRS, BP 53 X, Grenoble Cedex, 38041 France*

****Moscow State University, Vorob'evy gory,
Moscow, 119899 Russia*

Received March 15, 2000;
in final form, May 15, 2000

Abstract—In the context of a two-layer quasi-geostrophic model on an f -plane, the problem of a self-moving compensated baroclinic vortex (heton) incident on an isolated axially symmetric submerged obstacle of small height is considered. The method of contour dynamics is used to study the characteristic features of the vortex field in the vicinity of the obstacle, depending on the vertical structure of the heton, the height and horizontal sizes of the obstacle, and also the velocity of the background flow.