

Динамико-стохастические модели со случайными входами в приложениях к задачам гидрологии речных бассейнов

Исследования по динамико-стохастическому моделированию весеннего половодья при поддержке РФФИ (грант № 16-05-00679); исследования предсказуемости гидрологических систем выполнены при поддержке Российского научного фонда (грант № 14-17-00700П).

А.Н. Гельфан

За более чем полвека, прошедших с 1962 г., когда Р. Линсли и Н. Кроуфорд была создана Стенфордская модель – первая концептуальная модель формирования речного стока с сосредоточенными параметрами, численные гидрологические модели стали в экономически развитых странах основным инструментом решения исследовательских и прикладных задач гидрологии речных бассейнов. Структура моделей, их способность к усвоению теоретической информации о гидрологических процессах и пространственно распределённых данных измерений, методы оценки параметров и тестирования моделей претерпели за эти десятилетия радикальные изменения, связанные с развитием гидрологической теории и численных методов, революцией в компьютерной и измерительной технологиях. Уже к началу 2000-х гг. количество численных гидрологических моделей разной сложности и области применения исчислялось многими десятками (перечень наиболее широко используемых, приведённый в [48], включает 71 модель). Среди них – физико-математические модели с распределёнными параметрами, разрабатываемые, прежде всего, для исследования физических механизмов поведения гидрологических систем (как, например, Система моделей гидрологического цикла ИВПРАН [7, 13], IHDM [41], SHE [21], ECOMAG [42], CRHM [44]), иконцептуальные модели, используемые преимущественно в оперативной практике отдельных стран (например, HBV в Скандинавских странах, ARNO и TORIKAPI в Италии, UBC и WATFLOOD в Канаде, Xinanjiang в Китае, Модель ГМЦ в РФ).

Резервы повышения эффективности гидрологических моделей – детерминистических по входящим в их структуру уравнениям и зависимостям, связываются, как правило, с возможностями учёта более подробной детерминистической информации, как то: уточнение параметризации гидрологических процессов, привлечение

дополнительных источников данных, увеличение их пространственного и временного разрешения, уточнение связей параметров модели с характеристиками водосбора и т.п. Вместе с тем, многие источники ошибок модели имеют вероятностную природу, и их влияние не может быть полностью нивелировано учётом детерминистической информации; иными словами, сколь совершенная детерминистическая модель, обеспеченная всеми необходимыми и точными измерениями, ни использовалась бы для описания гидрологических процессов, всегда остаются пространственные и временные масштабы, на которых сохраняется неопределённость, не описываемая этой детерминистической моделью.

К основным источникам неопределённости гидрологической модели относятся: ограниченность временных рядов метеорологических измерений, которые используются для идентификации, калибровки и тестирования модели, недостаток данных для задания граничных условий на пространственных масштабах, не описываемых имеющимися измерениями, дефицит данных для задания начальных условий и параметров модели, ошибки измерений.

Учёт различных источников неопределённости, присутствующих в детерминистической модели, достигается включением в неё соответствующей вероятностной информации. Идея о том, что недостаток физической, детерминистической информации о гидрометеорологических величинах и свойствах водосбора может быть восполнен, в какой-то мере, учётом в модели информации об их вероятностных свойствах, давно используется в гидрологии (примеры см. [1]). Естественно, с усложнением структуры детерминистической модели, её требований к составу и пространственно-временному разрешению исходных данных растёт и число источников неопределённости. С другой стороны, именно в способности модели к адекватному усвоению имеющейся априорной информации, не только детерминистической, но и вероятностной, содержится резерв расширения её возможностей как инструмента научных исследований и решения прикладных задач. Разработка модели, основанной на детерминистическом описании гидрологических процессов с учётом вероятностной информации о неопределённости используемых моделью исходных данных, составляет предмет динамико-стохастического моделирования [11, 1].

Одним из перспективных и интенсивно развивающихся направлений в области динамико-стохастического моделирования является разработка численных динамико-стохастических моделей со случайными входами, учитывающих вероятностную природу метеорологических воздействий на речной водосбор. В структуре таких моделей объединены два компонента: детерминистическая гидрологическая модель и стохастическая модель временных рядов метеорологических величин (т.н. «стохастический генератор погоды»), задаваемых на входе детерминистической модели. Методология построения численных динамико-стохастических моделей со случайными входами была обоснована в начале 1980-х гг. Л.С. Кучмен-том [13], и её развитие описано во многих совместных работах в течение последующих без малого 30 лет [8, 9, 10, 11, 12, 32, 33, 34, 36]. В этих работах представлены динамико-стохастические модели формирования дождевого и талого стока, предложены методы построения стохастических генераторов погоды для гидрологических приложений, разработаны экономичные алгоритмы численной реализации моделей при большом числе статистических испытаний, на примере нескольких речных бассейнов показаны возможности применения динамико-стохастических моделей для решения актуальных задач: построения физически обоснованной оценки характеристик речного стока малой обеспеченности, долгосрочного вероятностного прогноза весеннего половодья. Мировой опыт развития методов динамико-стохастического моделирования в гидрологии речных бассейнов изложен во многих десятках публикаций (их обзор и перечень существующих динамико-стохастических моделей со случайными входами дан в книге [1]).

В настоящей статье представлены некоторые новые результаты этой области, полученные за последние годы в лаборатории гидрологии речных бассейнов ИВП РАН. Описаны три динамико-стохастические модели со случайными входами: (1) модель формирования притока воды в бассейне Чебоксарского водохранилища и её применение для ансамблевого долгосрочного прогноза незарегулированного притока воды в водохранилище; (2) модель формирования снежного покрова и её применение для описания макромасштабной структуры поля снежного покрова и (3) модель неизотермического влагопереноса в мерзлой почве и её применение для оценки

предела предсказуемости изменений запасов почвенной влаги. В статье использованы материалы совместных публикаций [2, 3, 30, 31].

Долгосрочный ансамблевый прогноз весеннего притока воды в чебоксарское водохранилище на основе динамико-стохастической модели формирования стока

Усиление требований к экономической эффективности и безопасности эксплуатации водноресурсных систем обуславливает необходимость совершенствования существующих методов долгосрочных прогнозов речного стока, повышения их точности, заблаговременности и информационного содержания. Возможности модернизации существующих оперативных методик (в большинстве своём, эмпирических, разработанных в середине прошлого века) весьма ограничены, прежде всего из-за нарушений однородности рядов речного стока и его предикторов. Эти нарушения могут быть связаны с сокращением сети гидрологических наблюдений (примерно на 30% за последние 30 лет [25]), переходом на новые измерительные технологии, изменением водного режима рек в связи с изменением климата и хозяйственной деятельности. Современной методической базой модернизации методов долгосрочных гидрологических прогнозов служат модели формирования речного стока, описывающие разнообразие гидрологических процессов в речном бассейне с использованием имеющихся данных гидрометеорологических наблюдений, информации о природных особенностях бассейна. Применение таких моделей позволяет получить прогноз не только объёма и максимального расхода стока, но и других характеристик водного режима, что даёт дополнительную информацию пользователям прогноза и создаёт резервы повышения эффективности принятия решений. Дополнительные возможности расширения информационного содержания прогнозов связаны с переходом от традиционных детерминистических к ансамблевым прогнозам, результаты которых могут быть представлены в вероятностной форме с учётом различных источников ошибок прогнозов. Совершенствование «методов выпуска гидрометеорологических долгосрочных прогнозов (месяц, сезон), а также прогнозов экстремальных гидрометеорологических явлений и характеристик, обладающих большой степенью неопределённости, в вероятностной форме»

признано российским профессиональным сообществом одной из приоритетных задач научных гидрологических исследований [18]. В отечественной практике методические основы ансамблевых долгосрочных прогнозов характеристик весеннего половодья на основе динамико-стохастических моделей его формирования впервые разработаны в Институте водных проблем РАН под руководством Кучмента и опубликованы в совместных работах [9, 10]. Исследования, описанные ниже, являются развитием методологии, представленной в указанных публикациях

Модель формирования притока воды в Чебоксарское водохранилище: результаты тестирования.

Нами использовалась физико-математическая модель формирования стока с распределёнными параметрами ECOMAG (ECological Model for Applied Geophysics), созданная Ю.Г. Мотовиловым [42, 15] на базе достижений школы физико-математического моделирования гидрологических процессов Института водных проблем РАН [13]. Модель описывает процессы формирования и таяния снежного покрова, гидротермические процессы в почве при её промерзании и оттаивании, инфильтрации воды в мерзлую и незамерзшую почву, испарения и эвапотранспирации, стекания воды по поверхности водосбора, подповерхностного и грунтового стока, движения воды в речной системе. Многочисленные примеры успешных испытаний модели ECOMAG, по данным наблюдений в речных бассейнах площадью от десятков до миллионов км², расположенных в разных климатических условиях, даны, например, в библиографии к статье [30].

Для схематизации водосбора Чебоксарского водохранилища и задания параметров модели использовались цифровые модели рельефа с разрешением 1 км и серии цифровых тематических карт (почвенная, ландшафтная и т.д.). В качестве граничных условий задавались ряды среднесуточных значений температуры и дефицита влажности воздуха, интенсивности осадков по данным наблюдений на 157 метеорологических станциях с 1.01.1982 по 31.07.2016.

Модель калибровалась и проверялась по данным о боковом притоке воды к Чебоксарскому водохранилищу за 35 лет – с начала его функционирования в 1982 г. по 2016 г. Калибровка модели производилась по фактическим данным о расходах воды за 2000–14 гг.; про-

верка модели на независимых данных производилась для периода 1982–99 гг., а также за 2015 и 2016 гг.

Систематическая относительная погрешность расчёта ежедневного притока воды в водохранилище за 35-летний период составила 1%, среднеквадратическая погрешность расчётов составила порядка 870 м³/с при стандартном отклонении фактических величин 2109 м³/с. Рассчитанные ежедневные расходы воды за весь период сравниваются с фактическими величинами на рис. 1. Полученные удовлетворительные результаты апробации модели по данным гидрометеорологических наблюдений дают основание использовать её в качестве детерминистического компонента разрабатываемой динамико-стохастической модели.

Стохастическая модель гидрометеорологических воздействий на водосбор («стохастический генератор погоды»).

«Стохастический генератор погоды» – принятый в климатологии термин для обозначения комплекса стохастических моделей, позволяющих получать методом Монте-Карло многолетние искусственные ряды метеорологических переменных суточного разрешения, статистические свойства которых и во времени, и по пространству близки к свойствам метеорологических рядов наблюдения.

Нами был разработан стохастический генератор погоды MSFR_WG (Multi-Site FRagment-based stochastic Weather Generator) [31], предназначенный для моделирования методом Монте-Карло многолетних временных рядов «входных» величин гидрологической модели (среднесуточных значений температуры и дефицита влажности воздуха, интенсивности осадков) с учётом взаимной временной и пространственной статистической связности между ними. В основу генератора погоды положен метод пространственных фрагментов, представляющий собой модификацию метода фрагментов Г.Г. Сванидзе [19]. Ниже коротко изложен алгоритм разработанного метода.

Рассчитываются нормализованные поля (пространственные фрагменты) среднесуточных значений метеорологических переменных по данным наблюдений на 157 станциях за 51 год (1966–2016 гг.). Пространственные фрагменты строятся для каждого года наблюдений путём нормирования метеорологических переменных полей

Таблица 1

Список параметров модели MSFR_WG и их значения для водосбора Чебоксарского водохранилища (за 1966–2016)

№ п/п	Название параметра	Значение для рассматриваемой территории
1	Среднеголетняя, средняя по площади температура воздуха, °С	4,58
2	Среднеголетняя, средняя по площади интенсивность осадков, мм/сут	1,52
3	Среднеголетний, средний по площади дефицит влажности воздуха, мб	3,15
4	Стандартное отклонение средней по площади среднегодовой температуры воздуха, °С	0,99
5	Стандартное отклонение средней по площади среднегодовой интенсивности осадков, мм/сут	0,18
6	Стандартное отклонение среднего по площади среднегодового дефицита влажности воздуха, мб	0,69
7	Коэффициент корреляции среднегодовых, средних по площади осадков и температуры воздуха	Статистически незначимый
8	Коэффициент корреляции среднегодовых, средних по площади осадков и дефицита влажности воздуха	-0,51
9	Коэффициент корреляции среднегодовых, средних по площади температуры и дефицита влажности воздуха	Статистически незначимый

наблюдения на их среднее значение по пространству в рассматриваемом году.

Следующий шаг – моделирование методом Монте-Карло многолетних искусственных последовательностей средних по пространству среднегодовых значений искомым метеорологических переменных с учётом их взаимной корреляции.

Заключительный шаг алгоритма – расчёт полей среднесуточных значений метеорологических переменных путём умножения смоделированных среднегодовых, средних по площади значений каждой метеорологической переменной на соответствующий пространственный фрагмент. Фрагмент выбирался из созданного ранее набора фрагментов методом латинского гиперкуба.

Метод пространственных фрагментов – малопараметрический по сравнению с методами, обычно применяемыми в пространственно распределённых генераторах погоды и основанными на использовании аналитических пространственных корреляционных функ-

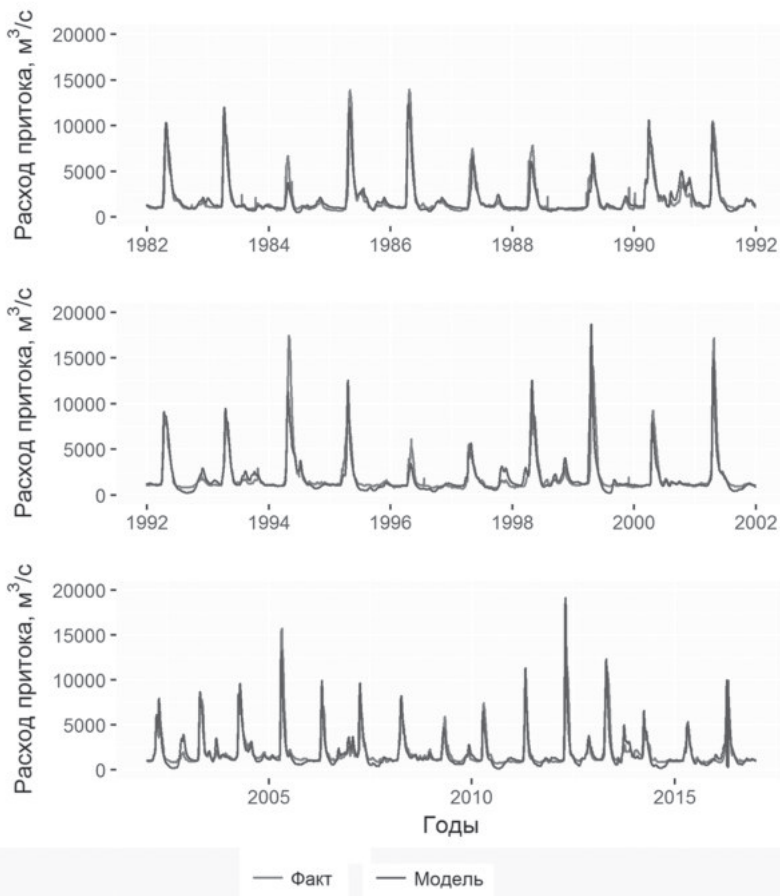


Рис. 1. Рассчитанные (синяя линия) и фактические (красная линия) расходы бокового притока воды к Чебоксарскому водохранилищу

ций. Разработанный генератор погоды имеет всего 9 параметров, перечисленных в табл. 1. Здесь же даны оценки параметров, определённые методом моментов по данным многолетних метеорологических наблюдений в рассматриваемом бассейне.

С помощью модели MSFR_WG методом Монте-Карло были смоделированы соответствующие современному климату искусственные ряды среднесуточных значений интенсивности осадков, температуры и влажности воздуха длиной 1000 лет для каждой станции на рассматриваемой территории. Для проверки качества разрабо-

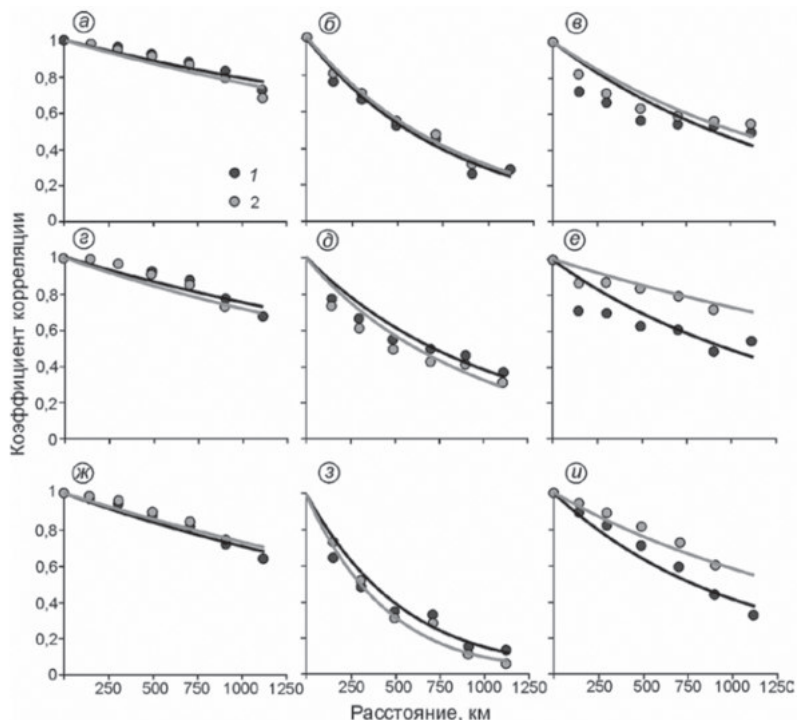


Рис. 2. Пространственные корреляционные функции среднемесячных значений температуры воздуха (левая колонка), интенсивности осадков (средняя колонка) и дефицита влажности воздуха (правая колонка) за январь (а–в), февраль (г–е) и март (ж–и), определённые по фактическим (1) и рассчитанным (2) данным. Линиями показаны аппроксимирующие экспоненциальные функции

танного генератора погоды сравнивались статистические характеристики, определённые по фактическим и искусственным рядам метеорологических переменных: средние многолетние величины за год, месяц и сутки; стандартные отклонения среднегодовых и среднемесячных величин; корреляции между среднегодовыми (среднемесячными) значениями на отдельной станции и соответствующими значениями на других станциях; пространственные корреляционные функции значений осадков, температуры и влажности воздуха, осреднённых за разные временные интервалы (год, месяц, сутки).

Подробно результаты проверки разработанного генератора погоды приведены в [14]. Показано, что статистики искусственных

рядов искомым метеорологических переменных оказались в пределах стандартного отклонения оценок соответствующих характеристик по рядам наблюдений за этими метеорологическими переменными на рассматриваемой территории. Важно подчеркнуть, что этот вывод оказался справедлив для разных временных осреднений искомым переменных – от суток до года. На рис. 2 в качестве примера показаны пространственные корреляционные функции среднемесячных значений метеорологических переменных для января–марта.

Удовлетворительные результаты проверки стохастического генератора погоды MSFR_WG позволяют использовать его для задания пространственно распределённых случайных входов в описанную выше детерминистическую гидрологическую модель.

Схема долгосрочного ансамблевого прогноза притока воды к водохранилищу и результаты её верификации

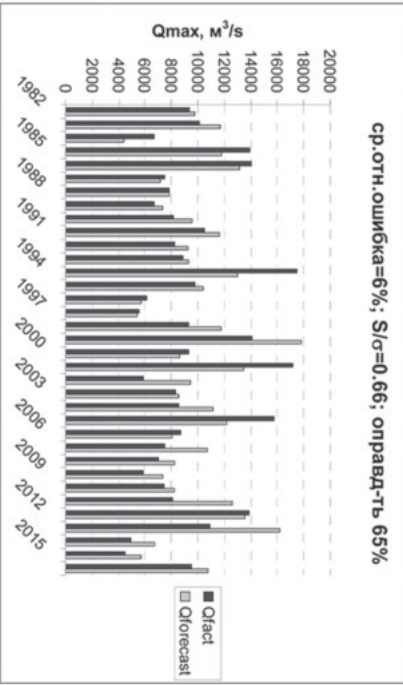
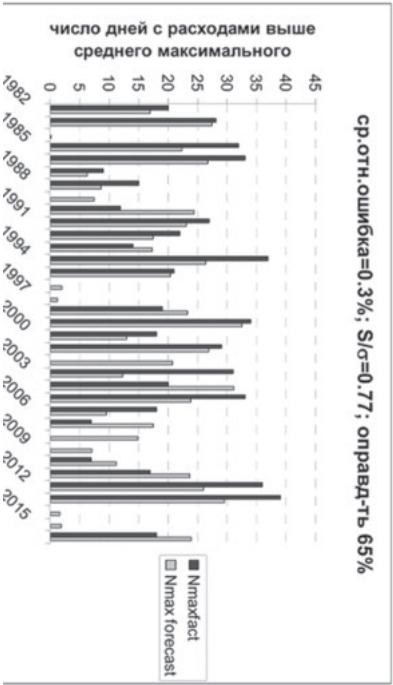
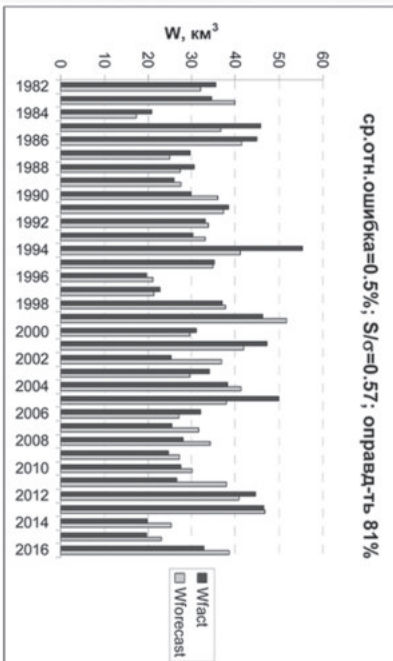
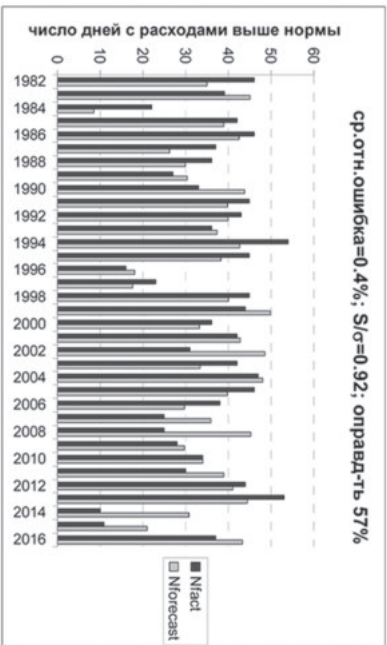
Схема долгосрочного ансамблевого прогноза притока воды к водохранилищу с использованием описанной динамико-стохастической модели состоит в следующем:

1. По данным метеорологических наблюдений за осенне-зимний период с помощью гидрологической модели рассчитываются характеристики водосбора (запасы воды в снежном покрове, глубина промерзания и влажность почвы, запас воды в русловой сети и др.) на дату выпуска прогноза (например, 1 марта).

2. С помощью генератора погоды строится ансамбль из 1000 искусственных сценариев погоды за период заблаговременности прогноза (3–4 месяца). Каждый сценарий представляет собой набор полей температуры и влажности воздуха, интенсивности осадков за каждые сутки периода заблаговременности прогноза.

3. По смоделированным начальным условиям на дату выпуска прогноза и сценариям погоды за период заблаговременности прогноза, задаваемым на входе гидрологической модели, рассчитывается ансамбль из 1000 прогнозируемых гидрографов притока воды к

Рис. 3. Детерминистический (средний по ансамблю) проверочный прогноз объёма (слева вверху), и максимального расхода (справа вверху) притока воды к водохранилищу, продолжительности периодов разной водности (внизу) за 2-й квартал. Синие столбцы – фактические значения, серые – прогноз



водохранилищу для каждого из 35 сезонов проверочного ряда (1982–2016 гг.).

4. По полученным ансамблям характеристик притока, определённых по рассчитанным гидрографам, строятся функции распределения вероятности указанных характеристик для каждого из 35 сезонов проверочного ряда. Прогнозировались следующие характеристики притока: объём и максимальный расход, а также продолжительности двух периодов высокой водности (с расходом воды выше нормы, 4250 м³/с, и выше среднего максимального расхода, 9355 м³/с).

На рис. 3 в качестве примера показан прогноз притока за второй квартал, представленный в детерминистической форме, т.е. в виде средних по ансамблям из 1000 значений прогнозируемых величин. В поле диаграмм приведены величины относительной ошибки прогноза, отношения S/σ стандартного отклонения ошибок прогноза к стандартному отклонению прогнозируемой величины, а также значения оправдываемости прогнозов ([17]).

Детерминистический прогноз характеристик притока воды к водохранилищу может считаться удовлетворительным для объёма и максимального расхода притока [17], а также для числа дней с расходом притока выше среднего максимального. Число дней с расходом притока выше нормы прогнозировалось с меньшей точностью.

Результаты ансамблевых прогнозов гидрографов весеннего стока могут быть представлены в вероятностной форме, что даёт возможность оценить риск принятия решений и выстроить на этом основании более гибкую систему управления водноресурсной системой, чем в случае детерминистического (однозначного) прогноза. Наиболее распространённое и информативное представление вероятностного прогноза речного стока заключается в построении интегральной функции распределения вероятности прогнозируемой величины. На сравнении интегральных функций распределений вероятности прогнозируемой и наблюдаемой величин стока построены методы верификации вероятностных прогнозов, широко применяемые в оперативной метеорологии, и со сравнительно недавних пор, используемые для оценки качества ансамблевых гидрологических прогнозов (см., например, [9]).

Ординаты интегрального распределения вероятности прогнозируемой характеристики стока $y_{\text{пр}}$ для j -го сезона из проверочного ряда рассчитываются как

$$F_m(j) = \sum_{i=1}^m f_i(j), \quad m=1, \dots, M; j=1, \dots, N,$$

где M – число интервалов вероятностей, на которое разбивается отрезок $[0;1]$; N – число проверочных прогнозов; f_i – частота попадания прогнозируемой величины в заданный интервал.

Ординаты интегрального распределения вероятности фактической характеристики стока $y_{\text{факт}}$ для j -го сезона из проверочного ряда оцениваются как:

$$O_m(j) = \sum_{i=1}^m o_i, \quad m=1, \dots, M; j=1, \dots, N,$$

где $o_i=1$ в интервале, куда попала наблюденная величина, и $o_i=0$ в остальных интервалах.

На рис. 4 в качестве примера вероятностного представления ансамблевого прогноза показаны функции распределения вероятности прогнозируемых объёмов притока воды к водохранилищу, построенные по рассчитанным ансамблям для каждого года проверочного периода, в сравнении с функциями распределения соответствующих фактических объёмов притока.

Важно подчеркнуть отличие описанной схемы ансамблевого прогноза, в которой используются смоделированные метеорологические сценарии за период заблаговременности прогноза, от пространенной в США схемы ESP (Ensemble Streamflow Prediction) [43]. Последняя основана на предположении, что фактические сценарии погоды, наблюдавшиеся ранее за период заблаговременности прогноза, репрезентативны для использования их в качестве ансамбля метеорологических условий после даты выпуска прогноза [27]. Рассчитанный с помощью гидрологической модели ансамбль прогнозируемых характеристик стока используется для построения распределения вероятности этих характеристик и выпуска прогноза в вероятностной форме. Вместе с тем, задаваемые на входе модели фактические метеорологические данные далеко не исчерпывают возможных сценариев погоды за период заблаговременности; желательно учесть не только наблюдавшуюся ранее погоду, но и возможные метеорологические условия, которые могут

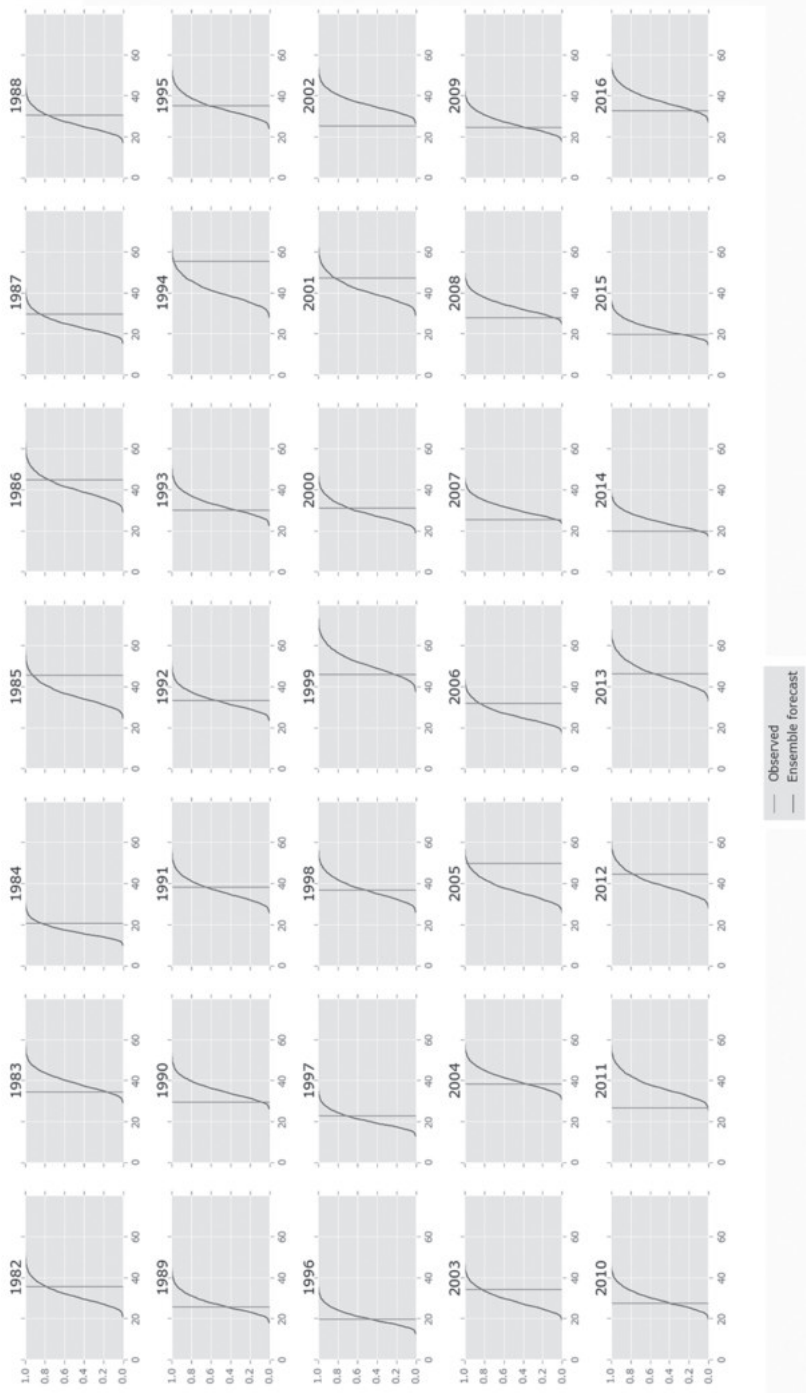


Рис. 4. Интегральные распределения вероятности проверочных прогнозов объёма притока воды в Чебоксарское водохранилище за 2-й квартал (синие кривые) в сравнении с распределением вероятности фактических значений объёма притока (красные кривые).

привести к формированию редких по масштабу половодий. Представление о вероятности такого половодья может играть важную роль при принятии решений. Кроме того, поскольку размер ансамбля прогнозируемых величин стока ограничен числом наблюдаемых сценариев погоды за период заблаговременности прогноза и обычно не превышает нескольких десятков членов, выборочная изменчивость кривых распределения вероятности прогнозируемых величин может стать слишком высокой. Это в свою очередь, влияет на устойчивость критериев качества вероятностного прогноза и может создать трудности при интерпретации его результатов. Обе проблемы, возникающие из-за небольшого, как правило, количества наблюдаемых сценариев погоды, используемых в схеме ESP, могут быть решены путём применения предлагаемой схемы прогноза с помощью динамико-стохастической модели. В качестве иллюстрации, на рис. 5 показаны 95%-е доверительные интервалы кривых распределения вероятности нескольких проверочных прогнозов притока воды в Чебоксарское водохранилище, рассчитанных по схеме ESP и по динамико-стохастической модели. (Доверительные интервалы рассчитаны с использованием неравенства Дворецкого-Кифера-Волфовица [40]). Рисунок показывает намного большую неопределённость кривой распределения прогнозов, рассчитанных по схеме ESP при использовании сценариев погоды за 51 год наблюдений, по сравнению с распределением прогнозов, рассчитанных по модели.

В заключение перечислим основные особенности предлагаемой динамико-стохастической схемы долгосрочного ансамблевого прогноза в сравнении с традиционно используемыми в отечественной оперативной практике:

1. Начальные (на дату выпуска прогноза) условия в речном бассейне (запасы воды в снеге и в русловой сети, влажность и промерзание почвы) рассчитываются по данным стандартных метеорологических наблюдений. Это существенное достоинство методики в условиях сокращения сети снегомерных наблюдений и наблюдений за промерзанием почвы, а также отсутствием данных о влажности почвы в зимнее время.

2. Прогнозируется набор характеристик водного режима, включая объём и максимальный расход весеннего стока, продолжитель-

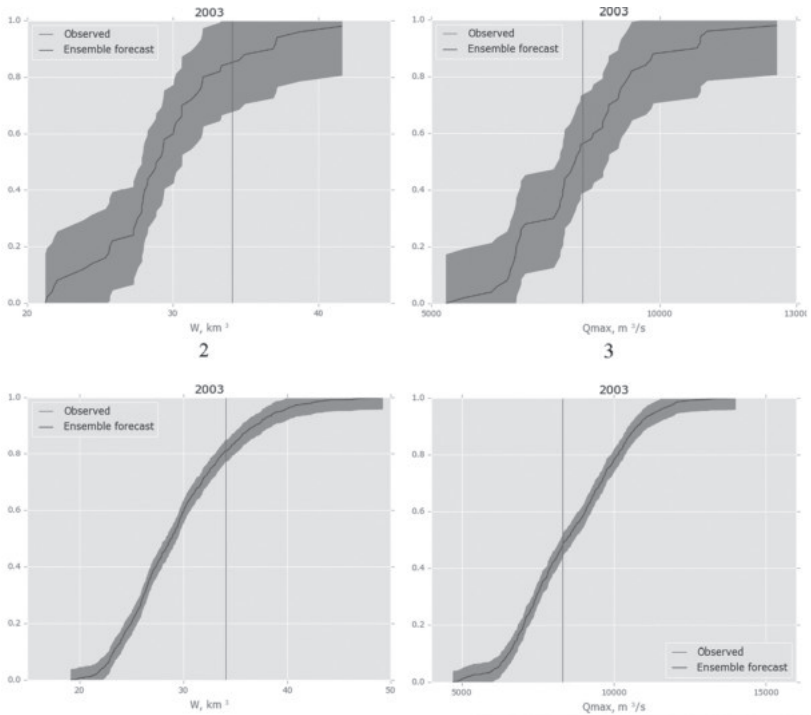


Рис. 5. Вероятностный проверочный прогноз объёма (слева) и максимального расхода (справа) притока воды в Чебоксарское водохранилище за 2-й квартал 2003 г. Вверху – прогноз по схеме ESP, внизу – по динамико-стохастической модели. Серой полосой показан 95%-й доверительный интервал ординат кривой распределения

ности периодов разной водности, что позволяет существенно расширить информационное содержание выпускаемых прогнозов.

3. Имеется возможность выпуска прогноза и в детерминистической, и в вероятностной формах в рамках одной методики.

4. На единой методической основе даётся прогноз водного режима в разные сезоны года. Существующие методики долгосрочного гидрологического прогноза различаются в зависимости от прогнозируемой фазы водного режима (весеннего половодья, летней межени, зимнего стока) расчётными схемами, требованиями к исходной информации, предикторами и точностью их оценки по данным измерений, набором параметров и т.п.

Динамико-стохастическое моделирование полей характеристик снежного покрова на равнинном водосборе

Макромасштабные изменения характеристик снежного покрова, обусловленные физико-географической и климатической зональностью, проявляются для равнинных территорий на расстояниях от десятков до сотен километров [39]. Пространственная изменчивость характеристик снежного покрова и особенности их корреляционной структуры на макромасштабе играют важную роль в процессах энерго- и массообмена поверхности суши с атмосферой в высоких широтах. В большинстве современных глобальных моделей климата эта изменчивость учитывается как подсеточная для уточнения описания атмосферных процессов. Существенное влияние макромасштабная изменчивость снежного покрова оказывает на процессы гидрологического цикла суши, в частности, на формирование весенне-летнего половодья, определяющего водный режим крупнейших рек Евразии.

Существующие методы исследования вероятностных свойств макромасштабной структуры снежного покрова основаны, в большинстве своём, на эмпирическом анализе имеющихся данных снегомерных наблюдений. Значительные достижения в этой области связаны с применением методов объективного анализа метеорологических полей, которые были развиты, прежде всего, в работах отечественных метеорологов (например, [6]). Вместе с тем, эмпирические оценки макромасштабной изменчивости и корреляционной структуры поля снежного покрова содержат существенную неопределённость, обусловленную малой продолжительностью рядов наблюдений и их нестационарностью, связанной с изменениями условий формирования снежного покрова, в том числе вследствие происходящих изменений климата, модернизации измерительных технологий, изменения частоты и состава наблюдений. Перспектива уточнения свойств пространственной структуры поля снежного покрова связана с возможностью их описания по данным о полях метеорологических переменных и характеристиках подстилающей поверхности. Указанная возможность может быть реализована путём построения динамико-стохастической модели формирования снежного покрова с пространственно распределёнными случайными входами. Ниже представлены результаты применения такой

модели, разработанной в ИВП РАН [3], для описания пространственной структуры поля снежного покрова в бассейне Чебоксарского водохранилища.

Детерминистический компонент разработанной динамико-стохастической модели – однослойная модель формирования снежного покрова, предложенная Ю.Г. Мотовиловым [16] и многократно использовавшаяся для расчётов формирования талого стока на речных водосборах, расположенных в разных природных условиях (см. обзор публикаций в книге [1]). Модель рассчитывает изменения высоты и плотности снежного покрова в процессе его формирования и таяния с учётом поступления твёрдых и жидких осадков, фазовых переходов в толще снега, задержания талой воды, уплотнения снега под действием собственного веса. Второй компонент динамико-стохастической модели – стохастический генератор погоды MSFR_WG – описан в предыдущем разделе.

Анализ вероятностной структуры поля снежного покрова по данным снегомерных наблюдений в бассейне Чебоксарского водохранилища.

В работах [23, 26, 35] показано, что пространственные структурные функции запаса воды в снеге и высоты снежного покрова, построенные по данным измерений в разных физико-географических условиях, могут быть описаны степенной функцией:

$$\gamma \sim h^\alpha \quad (0 < \alpha < 2) \quad (1)$$

где $\gamma(h) = \frac{1}{2} \sigma^2 [\varepsilon(h)]$, $\sigma^2[\]$ – дисперсия, $\varepsilon(x, x+h) = [S(x) - S(x+h)] = \varepsilon(h)$, $S = S(x)$ – искомая характеристика снежного покрова, x – пространственная координата

Случайное поле со степенной структурной функцией (1) является стохастическим фракталом и обладает свойством самоподобия. Фрактальная размерность D_2 определяется по показателю степени структурной функции α , как [20]

$$D_2 = 3 - 0,5\alpha. \quad (2)$$

В [35] обобщены данные о структурных функциях полей снегозапасов на территориях с линейными размерами от 3 до 100 км и показано, что величины фрактальной размерности для этих данных составляют $D_2 = 2,6 \div 2,8$. Близкие результаты ($D_2 = 2,66 \div 2,92$) получены для полей максимальных снегозапасов по многолетним данным

снегомерных наблюдений в пределах 6 регионов площадью от 20 тыс. до 100 тыс. км², расположенных в разных частях Европейской России и в Восточной Сибири. Как показано в [35], принятие гипотезы самоподобия поля снежного покрова позволяет рассчитать дисперсию снегозапасов на подсеточных областях гидрологических моделей с распределёнными параметрами.

Структурные функции среднемесячных (за январь, февраль и март) значений снегозапасов и высоты снега были построены по данным снегомерных наблюдений за 46 лет (1966–2011) на 15-ти метеорологических станциях, расположенных в бассейне Чебоксарского водохранилища. Показано, что для обеих характеристик снежного покрова структурные функции аппроксимируются степенными зависимостями, т.е. дисперсия разности этих характеристик в разных точках поля растёт с увеличением расстояния между этими точками на всём диапазоне расстояний в пределах рассматриваемой территории. При этом изменения показателя степени α от месяца к месяцу незначительны: $0,48 \div 0,65$ для снегозапасов и $0,86 \div 1,04$ для высоты снега. Соответствующие значения фрактальных размерностей, рассчитанные по формуле (2), $D_{SWE}(\text{факт})=2,76 \div 2,67$, а для поля высоты снежного покрова $D_{\text{depth}}(\text{факт})=2,57 \div 2,48$. В целом, полученные результаты соответствуют высказывавшимся ранее предположениям о фрактальных свойствах полей характеристик снежного покрова в отдельных регионах. Разработанная динамико-стохастическая модель формирования снежного покрова предназначена для описания этих свойств.

Результаты динамико-стохастического моделирования корреляционной структуры поля снежного покрова.

С помощью динамико-стохастической модели формирования снежного покрова со случайными пространственно распределёнными входами были смоделированы соответствующие современному климату поля среднесуточных значений метеорологических переменных длиной 1000 лет и рассчитаны соответствующие поля среднесуточных значений характеристик снежного покрова (запаса воды в снеге и его высоты). Качество моделирования оценивалось с помощью двух проверочных процедур.

Вначале по смоделированным рядам для каждой метеорологической станции оценивались безусловные средние значения харак-

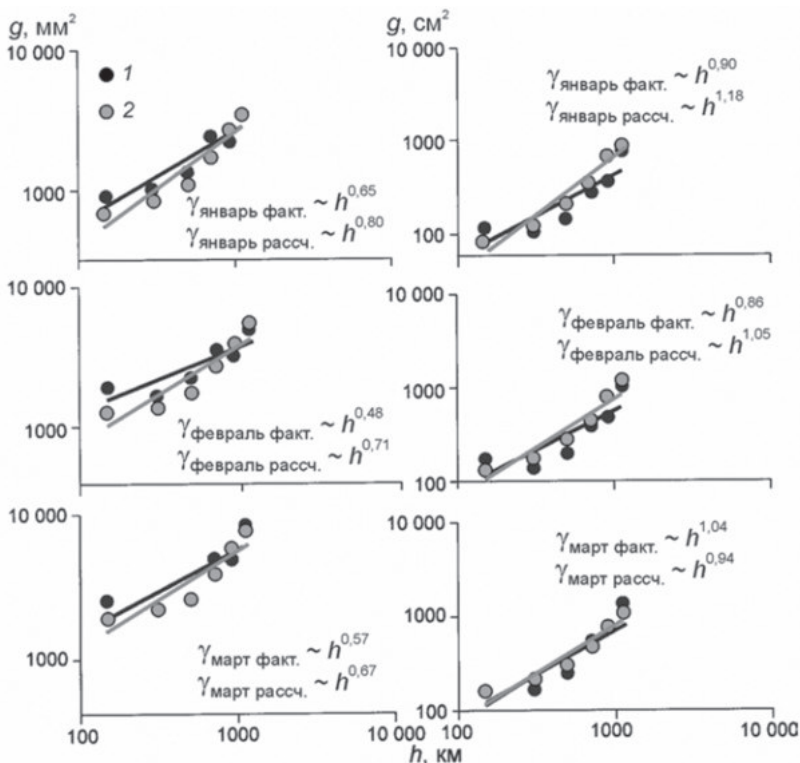


Рис. 6. Структурные функции среднемесячных величин снегозапасов (слева) и высоты снежного покрова (справа), рассчитанные по данным наблюдений (чёрные точки) и по динамико-стохастической модели (серые точки)

теристик снежного покрова, которые сравнивались с соответствующими средними, оценёнными по имеющимся рядам снегомерных наблюдений на этих станциях. Оценивались средние значения среднемесячных и максимальных за месяц характеристик для четырёх месяцев (с декабря по март) устойчивого залегания снежного покрова на рассматриваемой территории.

Среднеквадратическая ошибка расчёта снегозапасов, как средних, так и максимальных, не превышает 11 мм за все рассматриваемые месяцы. Наибольшая систематическая погрешность расчёта снегозапасов была выявлена в декабре – до 7 мм. В другие месяцы абсолютные погрешности снижаются и не превышают 3% от соответствующих средних значений. Погрешность расчёта высоты снега

за все месяцы не превышает $-2,5$ см (меньше 10% от соответствующих средних значений). Приведённые величины погрешности расчётов лежат, в большинстве случаев, в пределах точности измерения соответствующей характеристики

Вторая проверочная процедура заключалась в сравнении пространственных структурных функций среднемесячных величин снегозапасов и высоты снега, рассчитанных по данным наблюдений, с соответствующими величинами, определёнными по смоделированным рядам характеристик снежного покрова. Результаты сравнения показаны на рис. 6. Видно, что с помощью разработанной динамико-стохастической модели удалось рассчитать поля искомым характеристик снежного покрова, структурные функции которых близки к функциям фактических полей и также хорошо аппроксимируются степенной функцией (1). Фрактальные размерности рассчитанных полей среднемесячных снегозапасов варьируют в диапазоне $D_{SWE}(\text{модель})=2,67 \div 2,60$, а для поля высоты снежного покрова $D_{\text{depth}}(\text{модель})=2,53 \div 2,41$, что близко к значениям, полученным по фактическим данным и приведённым в предыдущем разделе.

Применение динамико-стохастической модели для оценки пределов предсказуемости гидрологических процессов (на примере динамики влагозапасов мёрзлой почвы)

Исследование предсказуемости динамики природных систем – традиционная задача для многих геофизических дисциплин. В метеорологии, например, такие исследования опираются на развитые в классических работах Э. Лоренца [38] представления о двух типах предсказуемости: предсказуемости первого рода, обусловленной внутренней неустойчивостью атмосферных процессов, их высокой чувствительностью к малым возмущениям начальных условий, и предсказуемости второго рода, связанной с изменчивостью внешних по отношению к атмосфере воздействий (океан, поверхность суши). Изучение физических механизмов и факторов предсказуемости, определение её пределов в зависимости от пространственно-временных масштабов исследуемых процессов, идентификация потенциально предсказуемых структур – эти и другие задачи научной метеорологии решаются на базе развитых уже полвека назад представлений об анализе предсказуемости как проблеме математической физики (см., например, [5]).

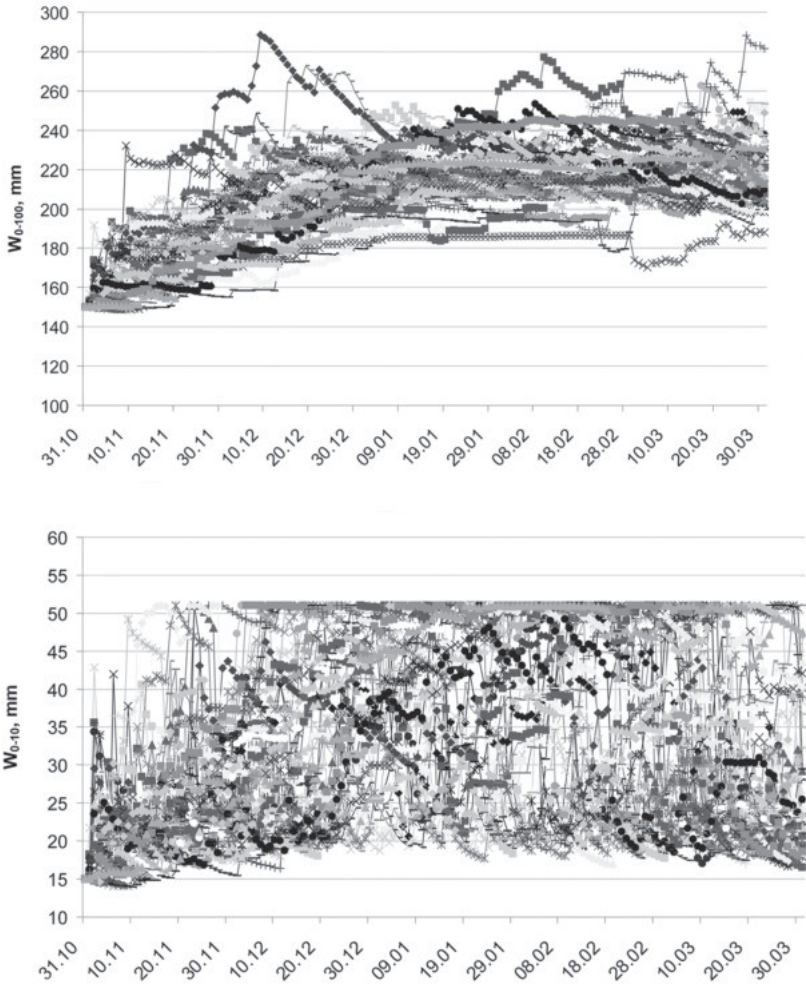


Рис. 7 Ансамбль траекторий значений суммарного влагосодержания (мм) метрового (слева) и верхнего 10-см (справа) слоев промерзающей почвы, рассчитанных при одинаковых начальных ($W(z, 0)=0,15$; $T(z, 0)=3^{\circ}\text{C}$) и смоделированных методом Монте-Карло граничных условиях

В гидрологии суши понятие предсказуемости на протяжении многих лет ассоциируется, как правило, с возможностью построения методики оперативного прогноза, соответствующего заданным критериям точности и заблаговременности (см., например, [47]). Такое понимание предсказуемости близко к принятому в метеоро-

логии понятию «эффективной предсказуемости» [28] или прогнозируемости («forecastability»), которая зависит, в том числе, от субъективных факторов, включая опыт и методические предпочтения разработчиков, особенности имеющейся сети наблюдений и т.п. Интерес к анализу предсказуемости, как объективному свойству гидрологической системы, возник в последние годы и связан, прежде всего, с исследованиями макромасштабной изменчивости характеристик влажности почвы и снежного покрова, направленными на углубление представлений о вкладе низкочастотной изменчивости этих характеристик в динамику климатической системы [46]. Кроме того, появились публикации, в которых исследуются факторы, влияющие на предсказуемость гидрологических процессов в масштабах речного бассейна, такие как: пространственное усреднение процессов [24], нелинейность гидрологических систем [49], гидравлические свойства бассейна [37]. Есть основания полагать, что построение концептуальных основ анализа предсказуемости гидрологических систем становится одной из ключевых проблем научной гидрологии [22].

Возможности создания методов изучения физических механизмов и оценки предсказуемости гидрологических систем связаны с использованием достижений в области динамико-стохастического моделирования. Ниже показано, как такие возможности могут быть реализованы на примере оценки предсказуемости влагосодержания мёрзлой почвы – основного фактора потерь талого стока при формировании весеннего половодья в бассейнах равнинных рек с преимущественно снеговым питанием (по работе [2]).

Динамико-стохастическая модель неизотермического влагопереноса в мёрзлой почве.

В структуре разработанной динамико-стохастической модели объединены два компонента: (1) физико-математическая модель вертикального влагопереноса в мёрзлой почве учётом накопления и таяния снежного покрова на её поверхности и (2) точечный стохастический генератор погоды.

Физико-математическая модель основана на решении системы нелинейных уравнений тепло- и влагопереноса и описывает гидротермический режим почвы в процессе её промерзания, оттаивания и инфильтрации талой воды с учётом фазовых переходов вода-лёд,

влияния переохлажденной влаги. Используемая система уравнений и методы их численного интегрирования, результаты испытаний модели по данным лабораторных и натуральных экспериментов Гидрофизической лаборатории Государственного гидрологического института и натуральных наблюдений на Нижнедевицкой воднобалансовой станции описаны в [29]. Используемый точечный стохастический генератор погоды, позволяющий воспроизводить методом Монте-Карло многолетние искусственные последовательности метеорологических переменных суточного разрешения в заданной точке (без учёта пространственных связей между метеорологическими переменными) описан в [1]. Там же подробно даны результаты калибровки и тестирования точечного генератора погоды по данным метеорологических измерений на территории лесостепной зоны ЕТР.

Оценка пределов предсказуемости: организация и результаты численных экспериментов.

Численные эксперименты для оценки потенциальной предсказуемости влагозапасов почвы в осенне-зимний период проводились с использованием данных наблюдений на Нижнедевицкой воднобалансовой станции и были организованы следующим образом.

Расчёты велись для периода с 1 ноября по 31 марта. Начальные условия для решения уравнений тепло- и влагопереноса задавались в виде постоянных по глубине метровой почвенной колонки значений суммарной (жидкая вода + лёд) влажности и температуры. С помощью стохастического генератора погоды моделировался ансамбль из 1000 реализаций значений метеорологических переменных суточного разрешения за период с 1 ноября по 31 марта. Температура воздуха, осадки и рассчитанное по влажности воздуха испарение почвенной влаги задавались в качестве граничных условий для расчётных уравнений тепло- и влагопереноса при отсутствии снега. При наличии на поверхности почвы снежного покрова (его характеристики рассчитывались по сгенерированным метеорологическим «входам» с помощью однослойной модели, представленной в предыдущем разделе) граничные условия задавались в виде потоков тепла и влаги на границе снег-почва.

В результате с помощью динамико-стохастической модели был рассчитан ансамбль из $N=1000$ траекторий изменения суточных зна-

чений влажности $W_{ijk}=W_k(z_i, t_j)$ и температуры почвы $T_{ijk}=T_k(z_i, t_j)$ на разных глубинах в период с 1 ноября по 31 марта (здесь k – номер расчётной траектории, $k=1, 2, \dots, N$; z_i – i -й расчётный 10-см слой по глубине метровой почвенной колонки от её поверхности; $i=1, 2, \dots, 10$; $z_i=[10(i-1);10i]$ [см]; t_j – j -й суточный интервал времени от начала расчётов $j=1, 2, \dots, 151$; $t_j=[(j-1); j]$ [сут]). Каждая из 1000 траекторий рассчитывалась при заданных (одинаковых для всех расчётов) начальных условиях и случайных, смоделированных методом Монте-Карло, граничных условиях. Рассчитанные траектории изменения суммарного влагосодержания верхнего 10-см слоя почвы при постоянной по глубине z начальной объёмной влажности, равной 0,15 и температуре почвы, равной 3°C, показаны на рис. 7 (в качестве примера показаны 50 из 1000 траекторий).

Для каждого расчётного шага t_j и почвенного слоя z_i рассчитывалось среднеквадратическое по ансамблю $N=1000$ траекторий отклонение $\sigma_{ij}(W)$ влажности почвы:

$$y_{ij}(W) = \sqrt{\sum_{k=1}^N (W_{ijk} - \bar{W}_{ij})^2 \times (N-1)^{-1}}, \quad (3)$$

где $\bar{W}_{ij} = N^{-1} \sum_{k=1}^N W_{ijk}$ – среднее по ансамблю траекторий значение влажности почвы в слое z_i и на временном шаге t_j .

Величина $\sigma_{ij}(W)$ задавалась в качестве вероятностной меры, по времени сходимости которой к устойчивому значению определялась потенциальная предсказуемость влажности почвы. Горизонт потенциальной предсказуемости $\Delta_i(W)$ влажности почвенного слоя z_i оценивался из условия:

$$\Delta_i = \min(j) : \left| \frac{y_{ij} - y_{i(j-1)}}{y_{ij}} \right| \leq \alpha, \quad j=1, 2, \dots, 151 \quad (4)$$

На рис. 8 показано, как меняется величина $\sigma_{ij}(W)$ по мере удаления от начальной расчётной даты расчёта (1 ноября) при разных начальных условиях (на примере суммарных влагозапасов метрового слоя промерзающей почвы).

Оказалось, что предел предсказуемости суммарных влагозапасов почвенной колонки, рассчитанный по формуле (4) при $\alpha=1\%$, меняется в довольно узком диапазоне – от 31 до 42 суток, при заданных значительных изменениях начальных условий ($W(z, 0)=0,15 \div 0,25$;

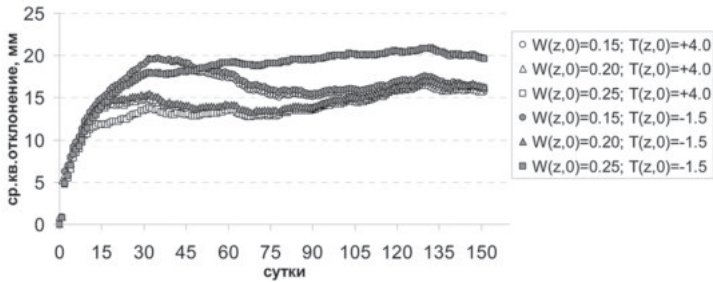


Рис. 8. Изменение среднеквадратического по ансамблю 1000 траекторий отклонения рассчитанной влажности метрового слоя промерзающей почвы по мере удаления от начальной расчётной даты расчёта (1 ноября) при разных начальных условиях

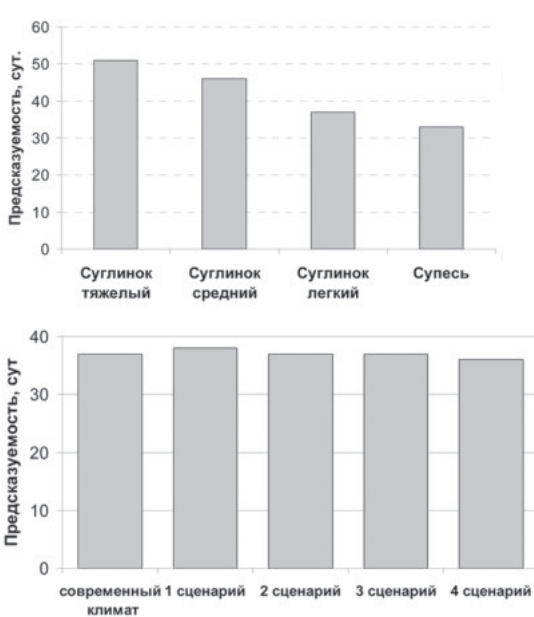


Рис. 9. Предсказуемость влагозапаса метрового слоя промерзающей почвы в зависимости от её механического состава (слева) и климатических норм (справа) температуры воздуха T_{α} и осадков P : (сценарии: 1 – T_{α} увеличена на 2°С; 2 – T_{α} – на 1°С; 3 – P увеличена на 10%; 4 – P – на 20%)

$T(z, 0) = -1,5 \div +4^{\circ}\text{C}$). В целом полученные оценки предсказуемости запаса влаги для отдельных 10-см слоёв промерзающей почвенной колонки показали, что предсказуемость растёт с увеличением глубины слоя: для нижнего слоя 90–100 см предсказуемость достигает 74 суток.

Проведены две серии численных эксперимента по оценке чувствительности рассчитанного предела предсказуемости запаса влаги метрового слоя промерзающей почвы: (1) к изменениям её механического состава, влияющего на гидравлические и теплофизические параметры уравнений тепло- и влагопереноса, а также (2) к изменениям климатических норм температуры и осадков, задаваемых в качестве параметров стохастического генератора погоды. Результаты численных экспериментов представлены на рис. 9. Проведённые эксперименты показали, что предсказуемость влагозапаса метрового слоя промерзающей почвы растёт для почв более тяжёлого механического состава, достигая для тяжёлого суглинка 51 суток. Вместе с тем, изменения климатических характеристик не оказали заметного влияния на предел предсказуемости влагозапаса почвы.

Таким образом, важным свойством рассматриваемой системы является то, что её предсказуемость зависит от внутренних свойств системы в большей степени, чем от характеристик вынуждающего процесса. Аналогичный результат для линейной динамико-стохастической системы получен аналитически в работе [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфан А.Н. Динамико-стохастическое моделирование формирования талого стока. М., Наука, 2007. 294 с.
2. Гельфан А.Н. Оценка предсказуемости гидрологических процессов. // Сборник трудов Всероссийской научной конференции «Научное обеспечение реализации Водной стратегии Российской Федерации на период до 2020 г.». Петрозаводск: Карельский научный центр РАН, Т. 2, 2015. С. 100–109
3. Гельфан А.Н., Морейдо В.М. Описание макромасштабной структуры поля снежного покрова равнинной территории с помощью динамико-стохастической модели его формирования // Лёд и Снег, Т. 55, №4, 2015. С. 61–72
4. Демченко П.Ф., Кислов А.В. Стохастическая динамика природных объектов: броуновское движение и геофизические приложения. М., ГЕОС, 2010. 189 с.
5. Дымников В.П. Устойчивость и предсказуемость крупномасштабных атмосферных процессов. М., ИВМ РАН, 2007. 283 с.
6. Каган Р.Л. Осреднение метеорологических полей. Л., Гидрометеоздат, 1979. 212 с.
7. Кучмент Л.С. Речной сток (генезис, моделирование, предвычисление). М., 2008. 394 с.
8. Кучмент Л.С., Гельфан А.Н. Совместное использование детерминистического и вероятностного подходов к расчетам характеристик максимального стока // Метеорология и гидрология, №6, 2010. С. 74–86

9. Кучмент Л.С., Гельфан А.Н. () Исследование эффективности ансамблевых долгосрочных прогнозов весеннего половодья, основанных на физико-математических моделях формирования речного стока // Метеорология и гидрология, №2, 2009. С. 54–67

10. Кучмент Л.С., Гельфан А.Н. Ансамблевые долгосрочные прогнозы весеннего половодья с помощью физико-математических моделей формирования стока // Метеорология и гидрология, №2, 2007. С. 83–95

11. Кучмент Л.С., Гельфан А.Н. Динамико-стохастические модели формирования речного стока. М., Наука, 1993. 104 с.

12. Кучмент Л.С., Гельфан А.Н. () Динамико-стохастические модели формирования дождевого и талого стока // Водные ресурсы, №4, 1991. С. 5–14.

13. Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г. Формирование речного стока. М., Наука, 1983. 216 с.

14. Морейдо В.М. Разработка методов ансамблевого прогноза характеристик сезонного речного стока (на примере притока воды в Чебоксарское водохранилище). Диссертация на соискание ученой степени кандидата географических наук: 25.00.27 – Гидрология суши, водные ресурсы, гидрохимия / ИВП РАН, Москва, 2015. 185 с.

15. Мотовилов Ю.Г. Гидрологическое моделирование речных бассейнов в различных пространственных масштабах: 1. Алгоритмы генерализации и осреднения // Водные ресурсы, 43(3), 2016. С. 243–253.

16. Мотовилов Ю.Г. Моделирование снежного покрова и снеготаяния // Моделирование гидрологического цикла речных водосборов / Под ред. Кучмент Л.С., Музылев Е.Л. М., Изд-во НГК РАН, 1993. С. 9–37.

17. Руководство по гидрологическим прогнозам. Выпуск 1. Долгосрочные прогнозы элементов водного режима рек и водохранилищ. Л., Гидрометеиздат, 1989. 358 с.

18. Решение совместного заседания НТС Росгидромета, Научного совета РАН «Исследования по теории климата Земли» и НТС Росводресурсов по вопросу «Экстремальные паводки в бассейне р. Амур: причины, прогнозы, рекомендации», Москва, 20 января 2014 г. / В кн.: «Экстремальные паводки в бассейне р. Амур: причины, прогнозы, рекомендации. Сборник докладов». М.: Росгидромет, 2014. 207 с.

19. Сванидзе Г.Г. Математическое моделирование гидрологических рядов. Л., Гидрометеиздат, 1977. 311 с.

20. Федер Е. Фракталы. М., Мир, 1991. 261 с.

21. Abbott M.B, Bathurst J.C, Cunge J.A, O'Connell P.E, Rasmussen E. An introduction in European hydrological system – Systeme Hydrologique Europien SHE. Journal of Hydrology. 87, 1986. P. 45–77.

22. Blöschl G. Hydrologic synthesis: Across processes, places, and scales, Water Resources Research, 42, 2006. W03S02, doi:10.1029/2005WR004319.

23. Blöschl G., Kirnbauer R. An analysis of snow cover patterns in a small alpine catchment // Hydrological Processes. V.6, 1992. P. 99–109.

24. Blöschl G., Sivapalan M. Scale issues in hydrological modelling: A review, Hydrol. Processes, 9, 1995. P. 251–290

25. Borsch S., Simonov Y. Operational Hydrologic Forecast System in Russia. In *Flood Forecasting A Global Perspective* (Edited by: Thomas A. Adams and Thomas Pagano), Chapter 7, 2016. P. 169–181
26. Cline DW, Bales RC, Dozier J. Estimation the spatial distribution of snow in mountain basins using remote sensing and energy balance modeling. // *Water Resources Research*. V34, 1998. P. 1275–1285.
27. Day G N () Extended streamflow forecasting using NWS-RFS J. *Water Resour. Planning Manage.* 111, 1985. P. 157–170
28. Douville H. Relative contribution of soil moisture and snow mass to seasonal climate predictability: a pilot study. *Climate Dynamics*. 34(6), 2010. P. 797–818
29. Gelfan A.N. Physically based model of heat and water transfer in frozen soil and its parametrization by basic soil data, in: Sivapalan M. et al. (Eds), *Predictions in Ungauged Basins: Promises and Progress*. IAHS Publ. 303: Foz do Iguazu, Brazil, 2006. P. 293–304.
30. Gelfan A., Moreydo V. and Motovilov Y. Long-term ensemble forecast of snowmelt inflow into the Cheboksary reservoir under the differently constructed weather scenarios, *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*, 2017. <https://doi.org/10.5194/hess-2017-389>, in review, 2017.
31. Gelfan A., Motovilov Y., Moreido V. Ensemble seasonal forecast of extreme water inflow into a large reservoir. *Proc. IAHS*, 369, 2015. P. 115–120, proc-iahs.net/369/115/2015/ doi:10.5194/piahs-369-115-2015
32. Kuchment L.S., Gelfan A.N. Assessment of extreme flood characteristics based on a dynamic-stochastic model of runoff generation and the probable maximum discharge. *Journal of Flood Risk Management* 4, 2011. P. 115–127 10.1111/j.1753-318X.2011.01096.x
33. Kuchment L.S., Gelfan A.N. Long-term probabilistic forecasting of snowmelt flood characteristics and the forecast uncertainty In: E. Boegh et al., (Eds.) *Quantification and Reduction of Predictive Uncertainty for Sustainable Water Resources Management* (Proceedings of Symposium HS2004 at IUGG2007, Perugia, July 2007). IAHS Publ. 313, 2007. P. 213–221
34. Kuchment L.S., Gelfan A.N. Estimation of extreme flood characteristics using physically based models of runoff generation and stochastic meteorological inputs. *Water International*, 27(1), 2002. P. 77–86.
35. Kuchment L.S., Gelfan A.N. Statistical self-similarity of spatial variations of snow cover: verification of the hypothesis and application in the snowmelt runoff generation models. // *Hydrol. Processes*. V.15(18)? 2001. P. 3343-3355.
36. Kuchment L.S., Gelfan A.N. Dynamic-stochastic models of rainfall and snowmelt runoff formation. *J. Hydr. Sci.* V. 36. N2, 1991. P. 153–169.
37. Kumar P. Typology of hydrologic predictability. *Water Resources Research*, 47, 2011. W00H05, doi:10.1029/2010WR009769.
38. Lorenz E.N. Climatic predictability, in *The Physical Basis of Climate and Climate Modelling*, edited by B. Bolin et al., GARP Publ. Ser., vol. 16, pp. 132–136, World Meteorol. Organ., Geneva, Switzerland, 1975
39. Marsh P. Snowcover formation and melt: recent advances and future prospects. *Hydrol. Process.* 13, 1999, P. 2117–2134.

40. Massart P. The tight constant in the Dvoretzky–Kiefer–Wolfowitz inequality, *The Annals of Probability*, 18 (3), 1990. P. 1269–1283, MR 1062069, doi:10.1214/aop/1176990746

41. Morris E.M. Modeling the flow of mass and energy within a snowpack for hydrological forecasting. *Ann. Glaciology*. 4, 1983. P. 198–203

42. Motovilov Y.G., Gottschalk L., Engeland K., Belokurov A. ECOMAG: Regional model of hydrological cycle. Application to the NOPEX region. Department of Geophysics, University of Oslo, Institute Report Series, No 105, 1999.

43. Pappenberger F. et al. Hydrological ensemble prediction systems around the Globe. In: *Handbook of Hydrometeorological Ensemble Forecasting*, Duan et al. (Eds), Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2016. P. 1–35, DOI 10.1007/978-3-642-40457-3_47-1

44. Pomeroy J.W., Gray D.M., Brown T., Hedstrom N.R., Quinton W.L., Granger S.K., Carey S.K. The cold regions hydrological model: a platform for basing process representation and model structure on physical evidence. *Hydrological Processes*. 21, 2007. P. 2650–2667. DOI: 10.1002/hyp.6787.

45. Refsgaard J.C., Storm B. MIKE SHE., in: V.P. Singh (ed.), *Computer models of Watershed Hydrology*, Water Resources Publications, Colorado, USA, 1995. P. 809–846.

46. Report of a Workshop on Predictability & Limits-To-Prediction in Hydrologic Systems Nation. Acad. Press, Washington, D.C. 2002.138 p.

47. Shukla S., Sheffield J., Wood E.F., Lettenmaier D.P. On the sources of global land surface hydrologic predictability. *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*, 10, 2013. 1987–2013.

48. Singh V.P., Woolhiser D.A. Mathematical modeling of watershed hydrology. *J. Hydrol. Eng.*, 7(4), 2002. P. 270–292.

49. Zehe E., Elsenbeer H., Lindenmaier F., Schulz K., Blöschl G. Patterns of predictability in hydrological threshold systems. *Water Resources Research*, 43, 2007. W07434, doi:10.1029/2006WR005589.