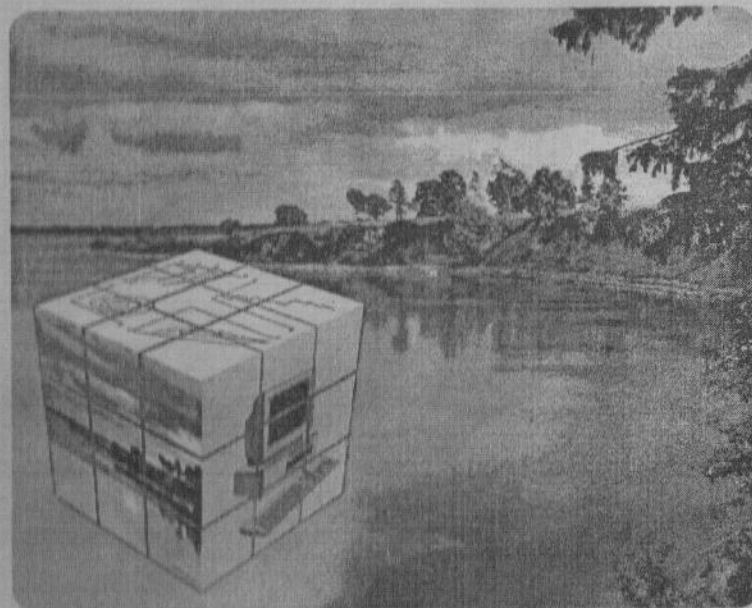


К. К. Эдельштейн Ю. С. Даценко

ЛИМНОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ



Москва — 1998

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М. В. ЛОМОНОСОВА

Географический факультет

К. К. Эдельштейн, Ю. С. Даценко

ЛИМНОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Методическое пособие

*Дорогому Васе
от друзей-авторов
М. С.*

Издательство Московского университета
1998



УДК 556.001.57:574
ББК 26.8
Э19

Рецензенты: д-р геогр. наук Н. И. Алексеевский,
д-р геогр. наук С. А. Добролюбов

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Московского университета

Эдельштейн К. К., Даценко Ю. С.
Э19 Лимнологическое моделирование: Метод. пособие. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. – 82с.
ISBN 5-211-03934-3

Пособие знакомит студентов с принципами математического моделирования лимнологических процессов в природных и техногенных водных объектах суши, испытывающих антропогенную нагрузку.

Предназначено для студентов географического факультета Московского государственного университета, обучающихся по специальности «Гидрология суши».

УДК 556.001.57:574
ББК 26.8

ISBN 5-211-03934-3

© Московский государственный
университет, 1998

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние десятилетия гидроэкологические расчеты приобрели системный характер. Это проявилось в объединении гидрологического, гидрохимического и гидробиологического направлений исследований в рамках модельного подхода к решению главной задачи – познания взаимодействия процессов трансформации веществ и энергии в водных объектах. Стало очевидным, что системный подход – наиболее эффективен для решения проблем охраны водных и биологических ресурсов рек, озер и водохранилищ, повышения устойчивости водных экосистем к внешним воздействиям и управления формированием качества природных вод. Актуальность решения природоохранных проблем обусловлена ростом водопотребления и развитием производственной деятельности общества, изменением химического состава вод суши. Качество вод становится лимитирующим свойством водных ресурсов в регионах Земли, преобразованных хозяйственной деятельностью общества.

Исключительная сложность взаимодействия большого числа физических, химических и биологических процессов в конкретных географических условиях определяется размером и формой ложа водного объекта, ландшафтно-гидрологическими особенностями его водосбора, климатом и погодными условиями отдельных лет. Это, а также разнообразие антропогенного воздействия на природные процессы вызывает необходимость решения экологических проблем путем математического моделирования экосистемы водного объекта. Такое моделирование – методологическая основа гидроэкологии – недавно возникшего научного направления на стыке гидрологической и биологической наук. *Гидроэкология – часть экологии, изучающая водные (аквальные) экосистемы, их структуру и закономерности функционирования, включая взаимодействие абиотических и биотических компонентов [16].*

Гидроэкология успешно развивается в тех отечественных и зарубежных научных центрах, где удалось совместить разработку математических моделей процессов, протекающих в водных объектах, с целенаправленными полевыми исследованиями их гидрометеорологического, гидрохимического, биологического режима и лабораторными экспериментами. Объединение различных направлений в исследованиях поверхностных вод позволяет надежно оценить достоинства и недостатки математических моделей и, исследуя с их помощью взаимодействие факторов и процессов, ставить новые приоритетные задачи комплексных полевых и лабораторных исследований. Решение этих задач способствует, в свою очередь, дальнейшему совершенствованию математических моделей и более глубокому познанию функционирования водных экосистем.

Учитывая плодотворность системного подхода к изучению водных объектов суши, следует считать своевременным введение дисциплины «Лимнологическое моделирование», отсутствующей в ВУЗах России, в программу университетской подготовки гидрологов. Появившиеся в пос-

ледние годы отечественные монографии, переводы на русский язык зарубежных обзоров работ в области моделирования процессов, протекающих в озерах и водохранилищах, а также опыт разработки таких моделей на кафедре гидрологии суши географического факультета МГУ уже могут служить достаточной методической базой этой новой дисциплины.

Дисциплина «Лимнологическое моделирование» предназначена для углубления понимания студентами теоретического и прикладного значения системного анализа физических, физико-химических, химических, биохимических и биологических процессов функционирования водных экосистем, определяющих качество воды в реках, озерах и водохранилищах, их продуктивность, уязвимость в отношении к внешним воздействиям и способность вод к самоочищению. Эта дисциплина должна научить студентов, как рационально применять для решения природоохранных задач теоретические знания и практические навыки отдельных видов расчетов, полевых и лабораторных работ, которые получены ими при изучении дисциплин «Гидрология рек, озер и водохранилищ», «Гидромеханика и гидравлика», «Гидрофизика», «Гидрохимия», «Водная экология», «Использование и охрана ресурсов гидросферы», «Программирование», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Предмет изучения курса «Лимнологическое моделирование» – принципы разработки математических моделей важнейших процессов, происходящих в водоемах и водотоках суши, способы верификации и использования таких моделей в научных, проектных и управленческих целях.

Задачи курса:

- показать возможность углубленного исследования процессов в озерах, водохранилищах, каналах и реках и перспективность решения гидроэкологических проблем методом математического моделирования;
- показать разнообразие отечественных и зарубежных математических моделей водных экосистем;
- показать на примере нескольких типичных моделей достоинства и недостатки математического моделирования процессов в водных объектах и возможность исправления этих недостатков путем сочетания моделирования с экспериментальными полевыми и лабораторными исследованиями.

Авторы надеются, что пособие поможет будущим специалистам осознать свои задачи по разработке теоретических основ указанной дисциплины и конкретных инженерных проектов по охране и рациональному использованию водных ресурсов.

Предисловие и глава 1 написаны профессором, доктором географических наук К. К. Эдельштейном, глава 2 – К. К. Эдельштейном и старшим научным сотрудником, кандидатом географических наук Ю. С. Даценко, автором глав 3 и 4. Подраздел 2.2. написан профессором, доктором географических наук В. Н. Михайловым. Авторы искренне благодарны сотрудникам кафедры кандидату географических наук М. Г. Ершовой и кандидату географических наук В. В. Пуклакову за

предоставленные материалы своих исследований, ценные советы при обсуждении программы дисциплины и текста пособия, профессору В. Н. Михайлову за научное редактирование пособия и профессору А. В. Христофорову за ценные критические замечания и советы.

ГЛАВА 1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ В ВОДНЫХ ЭКОСИСТЕМАХ

1.1. Водоток и водоем как сложная экосистема

При изучении процессов, протекающих в континентальных водных объектах – озерах, водохранилищах, прудах, реках, каналах, с целью познания и предсказания их режима целесообразно рассматривать каждый из этих объектов, независимо от их размеров, как сложную систему. Любая геосистема более высокого, чем перечисленные водные объекты, иерархического уровня (гидросфера, геосфера и т.д.), того же уровня (ландшафты, моря, болота) либо более низкого (водная масса, толща донных отложений и др.) состоит из множества элементов.

Вещественно различные элементы – ложе (русло или озерная чаша), объем находящейся в водном объекте воды, растворенные и взвешенные в ней вещества, донные грунты (включая донные отложения), водные организмы (биота: микроорганизмы, водные растения и животные). Поскольку геосистемы, включающие в качестве элемента биоту, носят название экосистема, каждый водный объект – это водная экосистема, в структуре и функционировании которой ведущая роль принадлежит воде, служащей средой обитания для организмов. Каждая водная экосистема имеет акваторию (поверхность раздела вода–воздух), объем воды с растворенными и взвешенными веществами, планктоном и нектоном, донные отложения, населенные бентосными организмами. Экосистема состоит из двух частей: абиотической (вода, донные отложения) и биотической (бактериальный, растительный и животный мир).

Пространственно различные элементы – плесы и перекаты, заводи и заливы, литораль (мелководья) и пелагиаль, эпилимнион и гиполимнион в стратифицированных озерах и водохранилищах, миксо- и монимолимнион в меромиктических озерах.

Состояние перечисленных элементов водной экосистемы непрерывно изменяется вследствие физических, физико-химических, химических, биохимических и биологических процессов. Взаимодействие этих процессов в наиболее обобщенном виде представляет собой массо- и энергообмен элементов системы. Их внутренний обмен происходит в результате внешнего обмена водного объекта веществами и энергией с окружающей его средой, все более изменяющегося под действием человеческой деятельности на водном объекте, его побежье и всем водосборе.

Внешний обмен водной экосистемы со средой включает:

1) влаго-, тепло-, газообмен через водную поверхность с атмосферой, передающей водному объекту часть коротковолновой (солнечной), длинноволновой (тепловой) и кинетической (ветровой) энергии;

2) транзитный поток воды, растворенных и взвешенных в воде веществ, аккумулированной в воде тепловой и механической энергии;

3) обмен водой и веществами с ландшафтами побережья.

Не менее сложно и еще более непредсказуемо взаимодействие водной экосистемы и человеческого общества. Гидроэкосистема оказывает на человека, использующего её биологические, рекреационные, эстетические, гидроэнергетические ресурсы и т.д., как позитивные, так и негативные воздействия (нежелательные и опасные явления водной стихии, ухудшение органолептических и санитарных качеств воды, снижение рыбопродуктивности, распространение некоторых заболеваний). Все более масштабная с течением времени водохозяйственная деятельность человека проявляется не только в эксплуатации и реконструкции природных водных объектов, но и в сооружении многочисленных новых природно-техногенных объектов: каналов, водохранилищ, прудов.

В 60-х годах XX в. в лимнологии, а затем в других отраслях географии и биологии стала создаваться принципиально новая, современная методология применения накопленных научных знаний о водоемах суши для одновременного решения взаимосвязанных насущных практических задач – рационального использования и охраны водных и биологических ресурсов. Эта методология состоит в познании закономерностей изменения состояния экосистем путем применения их математического моделирования в сочетании с натурными экспериментами. Эта методология рассматривается сейчас как составная часть управления взаимодействием человеческого общества с водной экосистемой, которое включает два рода деятельности:

а) совершенствование наблюдений за водными объектами и протекающими в них процессами;

б) совершенствование хозяйственной деятельности человека путем улучшения как водного законодательства, так и технологий в водном хозяйстве и других отраслях производства, оказывающих влияние на природную среду.

Инструментом такого управления служит модель гидроэкосистемы.

1.2. Цели математического моделирования

Модель – это упрощенное воспроизведение объекта или процесса. Предметом моделирования могут быть форма ложа водного объекта, отдельный процесс (взаимосвязь двух и более элементов водной экосистемы) либо совокупность процессов, т.е. функционирование некоторого множества элементов системы. В последнем случае для краткости говорят о

модели водоема или одной из его частей, которые называют объектом моделирования.

Все модели в естествознании строятся с учетом данных натуральных наблюдений моделируемого объекта. Путем анализа совокупности имеющихся данных вначале исследователем создается логическая, или *вербальная*, модель, которая представляет собой описание связей элементов системы с выделением среди них главных, важнейших связей. Для дальнейшего более углубленного познания этих связей создается конструктивное (физическая модель) или математическое воплощение вербальной модели объекта.

На этих моделях, имитируя разнообразные воздействия на исследуемый объект, изучают изменение экологического состояния водного объекта, т.е. его *гидроэкологический режим*. Он включает такие составляющие как гидрометеорологический, гидрологический, гидрохимический, гидробиологический режим водного объекта, т.е. изменение в пространстве и во времени соответствующих *характеристик*. Характеристиками водной среды могут быть параметры состояния гидроэкосистемы и показатели процессов, совершающихся в ней. К параметрам состояния водной экосистемы относят величины, характеризующие размеры водного объекта (морфометрические параметры), физические, химические свойства воды, донных грунтов, видовой состав, численность и массу обитающих в них водных организмов.

К показателям процессов относят пространственные и временные градиенты различных параметров, их отношения, характеризующие скорость развития этих процессов: гравитационное ускорение g (m/c^2), вертикальный градиент плотности воды dp/dz (r/m^4), скорость течения v (m/c), деструкцию органического вещества D ($mg O_2/(л-сут)$) и т.п.

Таким образом, моделирование – это не столько разработка модели, сколько изучение поведения модели при различных воздействиях на водный объект и, тем самым, познание природных процессов.

Цели моделирования могут быть весьма разнообразны. В обобщенном виде они делятся на:

познавательные (гносеологические) –

- а) проверка положений теории или научных гипотез,
- б) выявление слабых мест в теории тех или иных процессов,
- в) углубление знаний о структуре и функционировании экосистемы, взаимосвязи ее элементов,

и прикладные (прагматические) –

- а) прогнозирование поведения системы,
- б) выбор стратегии управления поведением системы для оптимального решения задач использования ресурсов и охраны природной среды.

Создание и эксплуатация математических моделей стало средством системного анализа водной экосистемы (рис. 1). В верхней половине этой схемы отражается деятельность специалиста по исследованию реальной экосистемы путем индуктивной (как правило, статистической) и дедук-

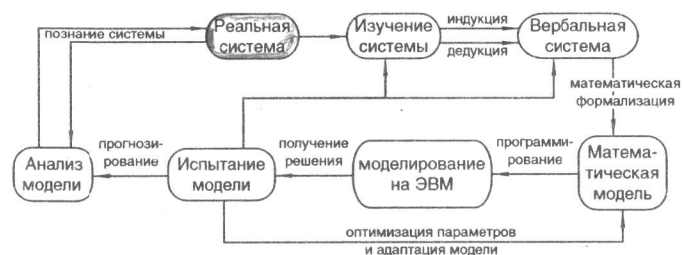


Рис. 1. Схема процесса системного анализа [21]

тивной (теоретической) абстракции. Вербальная модель, объединяющая теоретические концепции с экспериментальными данными, формализуется посредством математических методов в математическую модель, которая заменяет в дальнейшем исследовании реальную экосистему. В нижней половине схемы изображены процедуры отладки модели и изучения по ней процессов в реальной гидроэкосистеме.

1.3. Основные компоненты математических моделей

Каждая математическая модель водного объекта или процесса включает компоненты четырех видов: *параметры состояния, управляющие функции, математические уравнения и коэффициенты.*

Параметр состояния (ПС) экосистемы (он нередко называется «переменная»). Важнейшую роль в моделировании играет выбор главного ПС. Его выбор зависит от цели моделирования и определяет структуру модели. Помимо главного ПС отбирают другие ПС, непосредственно связанные с главным. Все ПС в экосистеме рассматриваются в четырехмерном пространстве, характеризуемом чаще декартовыми координатами x , y , z и координатой времени t . В водных объектах изменения ПС могут происходить в различном линейном масштабе и в широком диапазоне частоты колебания своих значений, величина которых измеряется с некоторой погрешностью.

Для примера представим себе две модели термического режима водоема. И в модели 1, и в модели 2 главным ПС, естественно, будет температура воды. Допустим, модель 1 предназначена для описания внутригодового изменения температуры воды в разных частях водоема, т.е. сравнительно низкочастотных и крупномасштабных колебаний температуры. В качестве взаимосвязанных с ней ПС могут быть использованы интегральные показатели интенсивности внутреннего водообмена отдельных плесов, например, коэффициент водообмена K_v и параметры состояния: средняя глубина плеса, параметр оптических свойств водных масс – относительная прозрачность воды SD (по диску Секки) и др. Модель 2 воспроизводит формирование, заглубление и разрушение слоя температурного скачка в слабопроточном водоеме. В этом случае явление меньше по пространственному масштабу, чем явление, воспроизво-

димое моделью 1, на несколько порядков и гораздо более высокочастотное из-за внутренних волн, синоптической и суточной цикличности в чередовании конвекции и гравитационной устойчивости в эпилимнионе. Поэтому отпадает необходимость в расчете K_v , но становится обязательным введение в модель нового ПС – плотности воды и повышение в связи с этим, по крайней мере, на порядок чувствительности модели к величине допустимой погрешности главного ПС.

Управляющие функции (УФ) внешней среды (или управляющие переменные) – это изменяющиеся внешние факторы процесса, вызывающего изменение ПС. Математическая модель должна отвечать на вопрос: как изменится состояние экосистемы, характеризуемое значениями тех или иных ПС, если изменить значения какой-либо УФ. К числу УФ относят не только природные факторы гидроэкологических процессов, но и антропогенные воздействия на них. Такие воздействия называют *контролируемыми УФ*, поскольку они могут контролироваться человеком.

В упомянутой выше модели 1 в виде УФ могут выступать изменение средних за многолетие месячных величин поглощаемой водой солнечной радиации, температуры воздуха, скорости ветра и других климатических параметров, расхода и температура воды притоков, а в качестве контролируемого УФ – расход воды, сбрасываемой из водохранилища либо поступление тепла со сточными водами ТЭС или АЭС. В модели 2, даже если состав УФ будет аналогичным, дискретность данных должна быть существенно иной, и потому климатические параметры заменены данными многосрочных ежесуточных наблюдений или их вероятностными сочетаниями.

Математические уравнения (МУ), которыми описываются процессы взаимодействия между элементами экосистемы и воздействия на них внешних факторов, характеризуют соотношение между величинами УФ и ПС, между разными ПС. Уравнения могут быть линейными, гиперболическими, параболическими, экспоненциальными, гармоническими и т.д. Аппроксимация (от латинского *approximo* – приближаюсь) указанных уравнений может быть универсальной, выражающейся общепринятым уравнением.

Например, $R_z = R_0 - e^{-\epsilon z}$ – экспоненциальный закон Бэра–Ламберта, описывающий ослабление солнечной радиации с глубиной Z , ϵ – коэффициент ослабления света в воде.

Другие, более сложные процессы, еще недостаточно изученные, могут быть представлены несколькими равноценно обоснованными уравнениями, а сложные по структуре уравнения нередко упрощаются по-разному в зависимости от цели и возможности расчетов.

Коэффициенты математических уравнений (КМУ) могут быть:

– универсальными константами (например, постоянная Стефана–Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ (Вт/м² °К⁴), служащая соотношением между интенсивностью длинноволнового излучения воды и температурой излучающей поверхности T °К);

- одинаковыми для различных водных объектов;
- существенно различными для водоемов одного класса или даже для соседних однородных элементов одного и того же водного объекта.

Значения некоторых коэффициентов установлены весьма точно, но чаще приводятся диапазоны их возможных значений.

Перечень КМУ для моделей озерных экосистем опубликован в [26].

1.4. Типизация гидроэкологических моделей

Все многообразие созданных к настоящему времени математических моделей водных экосистем исследователи подразделяют на группы по разным признакам, приводимым ниже, однако, пока еще нет достаточно строгой и общепринятой систематизации гидроэкологических моделей. Поэтому приведем некоторые более общие принципы типизации моделей геосистем.

1.4.1. Основные типы математических моделей геосистем

В теории сложных геосистем, к которым относятся водоемы, выделяются три основных типа математических моделей [3]: теоретические, полуэмпирические и эмпирические. Эта типизация отражает наиболее важный признак модели, характеризующий методологический подход к моделированию природного явления и определяющий, в большей мере, результат моделирования.

Выбор типа модели зависит от вида геосистемы и конечной цели расчетов. Геосистемы по-разному доступны для наблюдения и могут быть:

- **п о л н о с т ь ю** наблюдаемые, в которых ПС и УФ, в пределах выбранного масштаба явления, частоты изменения параметров и точности описания представлены пространственно-временными рядами числовых значений, регулярно пополняемыми путем наблюдений предмета моделирования (водного объекта или процесса).
- **ч а с т и ч н о** наблюдаемые, так как обычно не хватает времени и средств для наблюдения моделируемого явления с той полнотой, которая нужна для его воспроизведения с требующейся детализацией;
- **н е н а б л ю д а е м ы е**, т.е. все проектируемые водохранилища, пруды, каналы.

Эмпирические модели представляют собой математические зависимости между ПС и УФ данной экосистемы, для определения графической формы и аналитического выражения которых используются измеренные величины ПС и УФ. Поскольку данные наблюдений всегда в той или иной мере дискретны в пространстве x, y, z , t и несут в себе случайные и систематические погрешности измерения, главное содержание процесса разработки математической модели состоит в поиске статистически обоснованной формы искомой зависимости ПС от УФ. Вместе с тем следует учитывать, что в избранном пределе точности воспроизведения объекта моделирования нередко может быть найдено несколько видов аппроксими-

рующих функций. Кроме того, из-за дискретности наблюдений за факторами моделируемого процесса требуется восстановление УФ в пространстве и во времени. Сходна и конечная цель расчетов по эмпирическим моделям – восполнение отсутствующих данных наблюдений за ПС, а в случае высокого качества модели – замена ею этих наблюдений в дальнейшем полностью либо частично.

Таким образом, при построении эмпирической апостериорной (от латинского *a posteriori* – из последующего) модели не учитывается полная структура экосистемы, игнорируются многие механизмы связей между ее элементами. Поэтому эмпирические модели называют «черный ящик» и решают с их помощью исключительно прагматические задачи. В некоторых случаях модели этого типа пытаются использовать для прогноза поведения экосистемы. При этом неизбежны два допущения:

1) опытные данные представляют собой исчерпывающую информацию о всех возможных изменениях состояния исследуемой экосистемы и свободны от разного рода помех;

2) прогноз относится к абсолютно тождественной экосистеме по структуре и связям между элементами той экосистемы, по которой получена информация в пределах заданного значения погрешности; следует учитывать, что условие тождественности экосистем, испытывающих антропогенное влияние, принципиально невыполнимо.

Теоретические, или концептуальные (от латинского *conceptio* – понимание, система, концепция) модели представляют собой синтез имеющихся представлений об отдельных процессах и явлениях на основе фундаментальных законов термодинамики, сохранения массы и т.п. Исходной информацией в них служат априорные сведения:

- об элементах водной экосистемы определенного класса (озеро, пруд, водохранилище того или иного типа) и ее структуре;
- о протекающих в экосистеме процессах превращения веществ и энергии, т.е. о взаимосвязи ее структурных элементов;
- об общих закономерностях поведения различных ПС в экосистемах при том или ином изменении значений УФ.

Суть разработки теоретических моделей состоит в составлении схемы взаимодействия элементов экосистемы. Такие схемы показаны на рис. 19, 20, 22, 25. Гидроэкологические модели концептуального типа, как правило, имеют блоки водного, теплового баланса, баланса растворенных и взвешенных в воде веществ. Эти модели предназначаются для диагноза состояния частично или полностью наблюдаемой экосистемы, для детализации знаний о состоянии отдельных ее элементов, оценки роли тех или иных УФ, т.е. для решения гносеологических задач. Модели этого типа пригодны и для прогноза развития существующих природных экосистем при заранее известном изменении УФ. Но особенно они нужны для прогностических расчетов с целью оптимизации управления природно-техногенными водными объектами (водохранилищами и каналами). Для этих объектов *прогнозы режима* в полном смысле этого термина, т.е.

предсказания параметров явления с указанием места и времени его наступления, невозможны. Их режим зависит не только от природных УФ, как в естественных водных объектах, но и от водохозяйственной деятельности, сценарии которой в различных ситуациях могут иметь множество вариантов. Найти экологически и экономически оптимальный из них и помогают *многовариантные прогностические расчеты* по гидроэкологическим моделям рассматриваемого типа.

Полуэмпирические модели – концептуальные, как и теоретические, но в отличие от них, включают эмпирические коэффициенты. Многие из них могут быть «настраиваемыми» при испытании модели. Со специально подобранными значениями этих коэффициентов результаты расчетов по модели наилучшим образом совпадают с измеренными на конкретном водном объекте величинами ПС. Полуэмпирические модели в гидроэкологии наиболее многочисленны и разнообразны. При их конструировании и использовании очень важно реалистично оценивать вклад в результаты расчета уравнений, описывающих фундаментальные законы, и эмпирических компонент модели. От этого соотношения зависит близость полуэмпирической модели либо к теоретическим, либо к эмпирическим, а следовательно, допустимость ее применения для решения тех или иных задач.

1.4.2. Разновидности моделей водных объектов и процессов

Гидроэкологические модели типов, перечисленных в разделе 1.4.1, могут быть различными.

По структуре –

цепочка: $УФ \rightarrow ПС_1 \rightarrow ПС_2 \rightarrow ПС_3$ либо та же цепочка, но с дополнительными обратными связями.

По предмету моделирования –

моделью одного процесса;

моделью ансамбля нескольких процессов;

моделью водоема или его части.

Последние, так называемые «имитационные» или «большие модели», всегда по структуре сложные и состоят из нескольких блоков. В свою очередь, блоки могут иметь подблоки. К основным блокам этих моделей обычно относят *гидрофизический* и *биохимический*, или *экологический* блоки. В первом блоке описывается внешний и внутренний массо- и энергообмен водоема (и его частей), консервативные параметры, характеризующие химический состав воды в различных точках объекта. Результаты расчетов по первому блоку могут дать картину водного, термического, светового, динамического режимов водного объекта, смешения и размещения в нём генетически различных водных масс. Во втором блоке гидроэкологической модели на базе результатов расчетов по гидрофизическому блоку описываются как химические и физико-химические процессы превращения растворенных и взвешенных веществ, так и биологические и биохимические процессы жизнедеятельности водных организмов.

По мерности –

точечными (их иногда называют *нульмерными*), когда в водном объекте рассчитываются изменения средних значений ПС для всего объема воды в целом или только для ее поверхности, либо для поверхности дна;

одномерными, когда изменения ПС в водном объекте исследуются лишь по оси z или x (рис. 2а) и предполагается, что по остальным измерениям водная среда однородна;

эти модели обычно применяются для малых, но глубоких озер или сильно проточных долинных водохранилищ, каналов, рек;

двухмерными, в плоскостях xu или xz (рис. 2б) для мелких водоемов и слабопроточных водохранилищ;

трехмерными в пространстве x, y, z для крупнейших водоемов.

По режиму –

стационарные, описывающие установившийся режим ПС при неизменном внешнем воздействии ($УФ = const$); модели водных объектов этой разновидности нередко требуют продолжительного счета до выхода на стационарный режим;

нестационарные, описывающие неустановившийся режим ПС под влиянием непрерывно изменяемых внешних факторов ($УФ \neq const$).

По пространственно-временной дискретности описания процессов в водном объекте –

боксовыми, или *камерными*;

сеточными;

комбинированными.

В боксовых моделях, т.е. в моделях с сосредоточенными параметрами, водный объект представлен совокупностью пространственных элементов. Границы между этими элементами принимаются в виде горизонтальных и вертикальных плоскостей, а объем воды внутри элементов – однородным по физическим, химическим и биологическим параметрам, их значения осреднены в каждом элементе, количество выделяемых элементов (в моделях озёр их называют *камерами*, *сегментами*, а в моделях долинных водохранилищ – *отсеками*) зависит от требуемой подробности

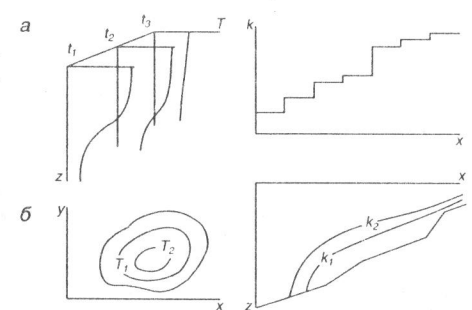


Рис. 2. Примеры графической интерпретации результатов расчетов по одномерной (а) и двухмерной (б) моделям распределения температуры воды T в моменты t и изотерм в поверхностном слое озера (справа) и распределения электропроводности воды k по продольной оси водохранилища

ти расчета пространственного распределения ПС. Описание обмена веществами между боксами в этих моделях базируется на уравнениях баланса масс веществ в каждом из них и на различных гипотезах интегрального водообмена в них и между ними. Продолжительность расчетных периодов, в течение которых ПС считаются неизменными, варьирует от суток до месяца или сезона.

В сеточных моделях (с распределенными параметрами) водный объект представлен в виде множества точек – узлов расчетной сетки *сеточной области*. Описание процессов в таких моделях основано на расчете баланса энергии и веществ в каждом узле сетки и подборе значений коэффициента турбулентного обмена между узловыми точками. Это – гидродинамические модели, приспособленные для воспроизведения двух- и трехмерных полей ПС (векторов течения, температуры воды, концентрации в ней взвеси или растворенных веществ) в крупных водоемах под воздействием пространственно неоднородных полей внешних факторов (например, ветра). Благодаря развитию численных методов появилась возможность конструировать адаптивные сетки [17], приспособляемые для наиболее точного решения гидродинамических уравнений в моделях водных объектов со сложной конфигурацией ложа. При локальном сгущении таких сеток стало доступным детализированное воспроизведение процесса внутреннего водообмена и полей ПС в отдельных частях водоема. *Временной шаг* в этих моделях, т.е. интервал между рассчитываемыми моментами, составляет часы или минуты.

В комбинированных моделях обычно гидрофизический блок представлен сеточной моделью, а биохимический – боксовой моделью. Получаемые расчетом по первому блоку поля течений преобразуются для каждого расчетного периода в объемные (расходные) характеристики водообмена между соседними боксами второго блока большой модели водного объекта.

1.5. Этапы моделирования

Для того, чтобы при моделировании допустить меньше ошибок, привлечь максимум информации из имеющихся данных о водоеме и добиться наилучшей согласованности модели с эмпирическими данными, по авторитетному мнению С. Э. Йоргенсена [12], профессора Датской королевской фармацевтической школы (отдел химии окружающей среды), секретаря Международного общества экологического моделирования (ISEM) и члена Международного комитета по охране озер (ILEC), необходимо выполнить ряд процедур (рис. 3).

I этап – *формулировка задачи* в виде *словески* *вербальной модели* и даже математического выражения, представленного в общей форме. Например, $T = f(Q)$, если требуется, допустим, оптимизировать режим температуры воды в нижнем бьефе гидроузла. Такая задача, в частности, возникла на Теннессиюском каскаде в США в связи с разведением в его водохранилищах холодолюбивых пород рыб для любительского и спортивного рыбо-

ловства. Для её решения группой ученых во главе с Д. Харлеманом разработан первый вариант одномерной многослойной боксовой модели термического режима стратифицированного водохранилища, известной как модель MIT (модель Массачусетского технологического института), по материалам полевых исследований водохранилища Фонтана.

II этап – *ограничение задачи* по *временному масштабу* описываемых изменений ПС, по частотному разрешению модели, предполагающему возможность описать годовые их колебания, сезонные, суточные и даже внутрисуточные, по пространственным координатам, что определяет мерность задуманной модели, по величине допустимой погрешности результатов моделирования. Уточненная таким образом формулировка задачи позволяет обоснованно выбрать необходимую сложность структуры модели и временной шаг проводимых по ней расчетов.

Временной шаг, т.е. расчетный промежуток времени, на который разбивается весь моделируемый период, может либо соответствовать частотному разрешению модели и быть равным, например, году, месяцу, суткам, либо составлять ту или иную их долю, что зависит от выбранного типа и разновидности модели. Временной шаг должен сочетаться с пространственным масштабом моделируемого объекта. Как правило, чем меньше объем расчетного элемента объекта (отсека, сегмента, ячейки сеточной области), тем больше водообмен этого элемента и тем короче должен быть шаг счета по времени. Например, в многослойной модели водохранилища DYRESM австралийского лимнолога Дж. Имбергера, временной шаг в периоды интенсивного прогрева или ветрового воздействия на водоем автоматически сокращается от 24 ч до нескольких минут.

III этап – *подбор необходимых данных*. На этом этапе рассматриваются все имеющиеся по объекту моделирования материалы предшествующих исследований. Путем их анализа и сравнения оценивается надежность данных, которые потребуются при моделировании в качестве параметров водоема и отдельных его частей, в качестве УФ и ПС, характеризующих развитие моделируемых процессов или отдельных сторон режима водного объекта. Такой анализ важен потому, что, сопоставив заду-

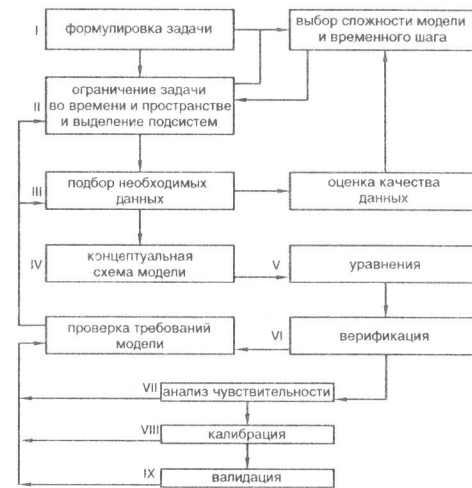


Рис. 3. Этапы создания гидроэкологической модели [12]

манное решение задачи с имеющимися реальными предпосылками ее решения, можно лучше выбрать тип модели по степени ее сложности и по ее временному шагу. В случае недостаточности достоверной исходной информации о моделируемом объекте полезно вновь вернуться к этапу II (рис. 3) и пересмотреть возможность решения задачи при еще большем ее ограничении, но зато более обеспеченного надежными экспериментальными данными.

IV этап – *построение концептуальной схемы модели*. Вербальная модель, сформулированная и уточненная на начальных этапах работы, еще более конкретизируется путем представления ее в виде концептуальной схемы ансамбля моделируемых процессов. Ее нередко называют *блок-диаграммой* математической модели.

V этап – *подбор уравнений модели*. Каждый из процессов, обозначенный на концептуальной схеме модели, должен быть в ней представлен уравнением. Для очень многих гидроэкологических процессов уже известен общий вид математического выражения зависимости изменения того или иного *ПС* от воздействующих на него или взаимодействующих с ним других *ПС*. Некоторые из этих уравнений приведены в последующих главах пособия, другие могут быть выбраны из лимнологической литературы, поскольку закономерности развития процессов в экосистемах однотипных водоемов одни и те же. Однако, значения коэффициентов в этих уравнениях могут сильно варьировать вследствие специфики режима каждого водоема. В случае отсутствия общепризнанного уравнения для какого-либо процесса необходимо так спланировать экспериментальные работы на водоеме или в лаборатории, чтобы в итоге получить требующуюся зависимость.

VI этап – *верификация* (о лат. *verus* – истинный и *facio* – делаю) модели. Это проверка внутренней логики модели, субъективная оценка поведения модели, ее реакции на изменение *УФ*. В результате верификации нужно получить ответы на такие вопросы: так ли реагирует модель на внешнее воздействие, как ожидалось автором? Выдерживается ли в модели закон сохранения массы? Устойчива ли модель? Иными словами, реальны ли направленность и диапазон изменения главного *ПС* при вероятной изменчивости *УФ*? Таким образом, на данном этапе разработки модели достаточно получить удовлетворяющие автора качественные результаты моделирования, оценить, насколько они соответствуют требованиям, предъявляемым им к решению сформулированной задачи (рис. 3). Если эти первые результаты не удовлетворяют автора, следует вновь вернуться к уточнению ограниченной проблемы и (или) к подбору дополнительных исходных данных. Если же верификация модели удовлетворительна, можно переходить к заключительной стадии разработки модели.

VII этап – *анализ чувствительности модели*. На этом весьма трудоемком этапе исследуется поведение разрабатываемой модели при наличии и исключении из неё тех или иных второстепенных *ПС*, при изменении одних и постоянном значении прочих *УФ*. О чувствительности моде-

ли к таким ее изменениям судят по большему или меньшему изменению вычисляемых значений главного *ПС*, соизмеряемых с наперед заданной на II этапе величиной допустимой погрешности. Аналогичные операции производятся и с каждым из эмпирических коэффициентов в уравнениях модели, что позволяет оценить чувствительность модели к точности математического описания каждого из рассматриваемых процессов. Выполненный таким образом анализ чувствительности модели позволяет выделить важнейшие из включенных в нее компонентов, второстепенные и наименее значимые. Благодаря исключению последних возможно и желательно упрощение модели. Однако, принимая такое решение, важно снова сопоставить результаты испытаний модели с предъявляемыми автором к ней требованиями (рис. 3).

VIII этап – *калибровка модели*. Она состоит в подборе оптимальных значений эмпирических *КМУ* включенных в модель уравнений. В этом состоит ее настройка, выполняемая обычно методом «проб и ошибок», последовательным приближением рассчитываемого по модели режима главного *ПС* к данным натурных наблюдений. Такая настройка требуется во многих случаях из-за ряда причин:

- а) различной физиологической активности компонентов водной биоты,
- б) влияния второстепенных по значимости процессов, не включенных в модель,
- в) погрешностей в исходных данных и поверочных величинах главного *ПС*.

При калибровке модели важно помнить о недопустимости выхода *КМУ*, а также значений второстепенных *ПС* за реальные пределы. По мнению С. Э. Йоргенсена, калибровка – решающий этап построения сложных моделей, экологических процессов, так как он определяет успех моделирования. Однако, этой процедуре следует подвергать только те *КМУ*, к которым модель особенно чувствительна, так как удается откалибровать в модели обычно не более 4–8 коэффициентов. При необходимости настройки большего числа *КМУ*, например, десяти, целесообразно использовать две разные серии наблюдений: для настройки первых пяти – одну из них, для остальных – вторую серию, отдавая предпочтение тем периодам наблюдений, когда *ПС* наиболее чувствительны к калибруемым *КМУ*.

Успех настройки сильно зависит от качества данных наблюдений, с увеличением количества привлекаемых для калибровки данных возрастает вероятность снижения надежности самой калибровки. По окончании настройки полуэмпирической модели следует снова проверить ее соответствие предъявляемым к ней требованиям, сформулированным на первых этапах разработки модели. Если же коэффициенты всех уравнений модели известны с достаточной точностью, этап калибровки опускается.

IX этап – *валидация* (англ. *validation* – проверка достоверности, подтверждение правильности) модели – состоит в количественной, объективной проверке того, насколько хорошо разработанная математическая модель воспроизводит предмет моделирования. В отече-

ственной литературе по моделированию эту процедуру называют верификацией.

Для валидации модели нужно иметь достаточно длинный ряд так называемых «независимых» данных наблюдений для статистически значимой оценки совпадения рассчитанных величин главного *ПС* с этими данными. Независимыми они называются потому, что не использовались для калибровки *КМУ* данной модели. Успех валидации сильно зависит от надежности проверочных данных и полноты графических и статистических сопоставлений результатов модельных расчетов и натурных наблюдений. Последние желательно провести при максимально разнообразных, либо существенно иных условиях развития моделируемых процессов, в сравнении с теми, что были использованы при настройке модели.

Наибольшую сложность представляет валидация «климатических» моделей больших озер, описывающих многолетние изменения *ПС* под влиянием изменяющихся внешних природных и антропогенных воздействий. Так, заметное ухудшение качества воды с ростом антропогенной нагрузки на озеро проявляется далеко не сразу, с некоторым запаздыванием, лишь после исчерпания экологической буферной емкости экосистемы вследствие избыточного накопления органических и биогенных веществ в донных отложениях водоема.

1.6. Подходы к выбору степени сложности гидроэкологических моделей

Опыт показывает, что редко удается сразу определить оптимальную степень сложности математической модели нескольких взаимосвязанных гидроэкологических процессов и, тем более, большой модели водоема. Вновь и вновь приходится возвращаться к решению этого вопроса для того, чтобы добиться наиболее полного соответствия модели ее назначению, с одной стороны, и в то же время, соответствия получаемых с ее помощью данных о поведении моделируемого объекта с реально наблюдаемым режимом *ПС*, – с другой.

Установлено, что чем меньше выбранные величины частоты колебание *ПС* и допустимой погрешности их расчета по модели и чем больше пространственный масштаб моделируемого объекта, тем большее число *УФ* приходится учитывать в модели, тем она становится сложнее. Но с увеличением количества *УФ* возрастает неопределенность результата расчетов по модели из-за неизбежных больших или меньших погрешностей используемых натурных данных в качестве *УФ*, *ПС* и *КМУ*, а также из-за недостаточной еще изученности всего разнообразия процессов и компонентов моделируемой водной экосистемы. Анализ опыта моделирования таких экосистем приводит к выводу о наличии некоторого оптимального числа компонент N^* модели, при котором достигается наилучшее познание поведения объекта моделирования при современном уровне его изученности (рис. 4).

В случаях, когда необходимое минимальное количество компонент модели $N_M > N^*$, задача прогноза *ПС* с заданной погрешностью не имеет решения. Можно лишь попытаться оценить вероятность попадания расчетных величин в интервал заданной погрешности $ПС \pm \epsilon$. Так, *детерминированная* модель с единственным расчетным значением *ПС* в том или ином месте пространства в текущий момент времени становится *стохастической* моделью. По мнению Б. Хендерсона-Селлеса [23], *детерминированные* модели входят в подмножество *стохастических*, так как гидроэкологические переменные *УФ* и *ПС* – неупорядоченные величины. Поэтому при модельных расчетах важно определять доверительный интервал результата либо вероятность того или иного события, что необходимо для эколого-экономического обоснования любого управленческого решения.

Имеется два прямо противоположных подхода к выбору степени сложности модели озерной экосистемы. Один из них наиболее четко сформулирован С. Э. Йоргенсенем: надо начинать с модели наименьшей степени сложности, а затем, добавляя новые переменные, добиваться лучших результатов. Простые модели позволяют узнать многое о малом, сложные – малое о многом. Находясь в этойвилке, исследователь должен конструировать модель наибольшей эффективности: как можно больше объяснить, обязательно показав точность своей попытки.

Иной позиции в решении этой методической проблемы придерживаются А. А. Воинов и А. П. Тонких [8]. Они считают, что необходимо начинать с возможно более сложной модели с тем, чтобы полностью использовать научную базу данных о моделируемой экосистеме, а затем упрощать её путем фиксации мало изменяющихся параметров состояния ($ПС_i \approx \text{const}$) на этапе анализа чувствительности модели. Упрощенная таким способом модель удобнее для валидации, исследования процессов, статистической оценки прогнозируемых величин *ПС* и изучения долгосрочных сценариев развития водной экосистемы. Результаты расчетов по ним можно наглядно интерпретировать и предлагать как основу управленческих решений.

Но упрощенная модель воспроизводит водную экосистему только в относительно стационарном состоянии и не может предупредить о возможной её структурной перестройке, при которой возникает неадекватность модели. Поэтому принятие решений связано с риском. Способна учесть перестройку водной экосистемы только сложная модель, но она

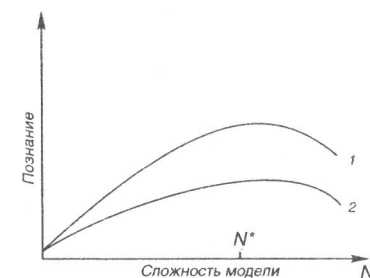


Рис. 4. Изменение возможности познания объекта при его моделировании с изменением степени сложности модели при наличии наиболее точных и полных данных о нем (1) и при менее точных данных (2) [12]

труднее поддается валидации и поэтому внушает меньше доверия. По ней полезно исследовать режимы, при которых пассивные ЛС вступают в игру, что указывает на структурную перестройку экосистемы. При наличии обоих вариантов модели в основном пользуются упрощенным вариантом, но когда, судя по значениям УФ, ситуация приближается к критической, расчет должен быть выполнен по сложной модели.

Создание «больших» моделей водоемов – это, как правило, труд многочисленных коллективов высококвалифицированных специалистов гидрологов-гидроэкологов, гидробиологов и математиков, тесное переплетение теоретических построений и длительных расчетов на ЭВМ с углубленными полевыми и лабораторными экспериментами. Неудержимое стремление к созданию все более совершенной модели водного объекта побуждает осуществлять сбор новой, более подробной и точной информации целенаправленно – в этом важнейшее значение моделирования для познания жизни водоема и обоснованного управления ею. Этот итеративный (итерация от лат. *iteratio* – повторение) процесс познания функционирования водных экосистем увлекателен и бесконечен, если не ограничен исследовательскими ресурсами.

ГЛАВА 2. МОДЕЛИ ВОДООБМЕНА ВОДОЕМОВ

2.1. Процесс водообмена

Особенности и интенсивность последовательной смены вод в водоеме и отдельных его частях определяют характер внутриводоемных процессов. Поэтому, какой бы ни была цель моделирования водоема (описание изменения качества воды, оценка тенденций развития экосистемы и т.д.), без описания водообмена обойтись нельзя, поскольку все физико-химические, химические, биохимические и биологические процессы протекают на фоне постоянной смены вод, непрерывного движения водной среды и существенно зависят от интенсивности водообмена как качественно, так и количественно. Водообмен водоемов рассматривался уже в курсе «Гидрология озер и водохранилищ», однако здесь важно напомнить следующее.

Во-первых, под водообменом гидрологами понимается совокупность физических процессов, приводящих к замещению одних водных масс, находившихся в нем, другими водными массами (с иными свойствами), поступающими в него извне: с водосбора и из атмосферы.

Во-вторых, принято различать водообмен внешний и внутренний. Внешним водообменом обычно называют обмен водоема с атмосферой, грунтами ложа (вертикальная составляющая) и с соседними участками гидрографической сети (горизонтальная составляющая) в форме транзита вод из притоков через водоем в вытекающую из него реку. Интенсивность внешнего водообмена характеризуется всем количеством воды, учитываемым как сумма приходных или сумма расходных статей

20

водного баланса. Они имеют размерность расхода воды ($\text{км}^3/\text{год}$, $\text{м}^3/\text{с}$) либо средней удельной скорости поступления воды или её потерь с единицы поверхности акватории в виде слоя h мм за год, сезон или месяц. Таким образом, основой количественной оценки внешнего водообмена служит водный баланс.

Понятие внутренний водообмен обозначает совокупность динамических процессов, протекающих в водоеме и приводящих к обмену вод между смежными районами, участками или слоями его водной толщи, а также внутри всех этих пространственных элементов водной экосистемы. Показателем интенсивности внутреннего водообмена служит соотношение суммарной величины притока в водоем Q_{IN} и запаса воды в водоеме W . Это соотношение имеет размерность времени $\tau_p = W/Q_{IN}$ (год, час, секунда) и тогда оно называется среднее время пребывания воды в водоеме (в англоязычной гидрологической литературе принят термин Residence time и обозначение его R) или обратной ему величины $K_B = Q_{IN}/W$ (год^{-1}), характеризующей кратность замены воды в водоеме в единицу времени. Ее следует именовать показателем водообмена, но иногда называют коэффициентом условного водообмена.

Интенсивность внешнего и внутреннего водообмена взаимосвязана, поскольку горизонтальная составляющая первого из них проявляется в водоеме в форме стокового течения, одного из главных видов внутриводоемных динамических явлений. С увеличением горизонтальной составляющей внешнего водообмена растет внутренний водообмен, проточность. И наоборот, в тех водоемах, где вертикальная составляющая внешнего водообмена превалирует над горизонтальной (например, бессточные озера), роль стоковых течений в процессе внутреннего водообмена ослабляется, возрастает значение конвекции, интенсивность которой непосредственно связана с вертикальной составляющей внешнего водо- и теплообмена.

В различных классах гидроэкологических моделей водообмен представлен по-разному. В одних моделях включаются различные уравнения, описывающие отдельные процессы – слагаемые внешнего и внутреннего водообмена. В других моделях водоемов пользуются интегральными показателями водообмена, значения которых оценивают по той или иной модели внутреннего водообмена.

2.2. Математическая модель водного баланса водоема

В основе этой модели, которая служит примером нульмерной математической модели, лежит представленное в дифференциальной форме уравнение водного баланса водного объекта:

$$\frac{dW}{dt} = \sum Q_{IN} - \sum Q_{OUT} \quad (2.1)$$

Здесь W – объем воды в водном объекте. В первом приближении

$$\frac{dW}{dt} = F \frac{dH}{dt} \quad (2.2)$$

21

где F – площадь водного объекта, а dH/dt – изменение среднего уровня воды. Здесь принято, что F мало изменяется с изменением уровня воды. При подстановке (2.2) в (2.1) получим уравнение водного баланса в несколько ином виде:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{F} (\sum Q_{IN} - \sum Q_{OUT}), \quad (2.3)$$

где $\sum Q_{IN}$ и $\sum Q_{OUT}$ характеризуют суммарное поступление воды к объекту и сток воды из него. При этом

$$\sum Q_{IN} = Q_P + Q_{ПР} + Q_{СТ} + Q_X + Q_M^+,$$

$$\sum Q_{OUT} = Q_{ВДЗ} + Q_Z + Q_M^-,$$

где Q_P , $Q_{ПР}$, $Q_{СТ}$ – соответственно расходы воды главной реки, питающей водный объект, всех местных притоков водного объекта и сбросов сточных вод, Q_X – поступление воды с атмосферными осадками на поверхность водного объекта, Q_M^+ – расход воды, поступающей через пролив из смежного водоема (моря), если сам водный объект – дельтовое озеро; $Q_{ВДЗ}$ – расход воды из водного объекта при водозаборе, Q_Z – потери воды на испарение с поверхности, Q_M^- – расход воды, стекающей через пролив в смежный водоем (море).

Единицы измерения всех членов уравнений водного баланса (2.1) и (2.3) – единицы объемного расхода воды ($\text{м}^3/\text{с}$). При этом величины Q_X и Q_Z могут быть выражены через осредненные за интервал Δt (в с) значения слоя осадков X_{CP} и испарения Z_{CP} (в мм) и площадь водного объекта:

$$Q_X = kX_{CP} \frac{F}{\Delta t}, \quad (2.4)$$

$$Q_Z = kZ_{CP} \frac{F}{\Delta t}, \quad (2.5)$$

где k – множитель, равный 10^{-3} , если F задана в м^2 , и 10^3 , если F выражена в км^2 .

В простейшем случае решение уравнений (2.1) и (2.3) возможно при следующих допущениях: площадь водного объекта F задана, постоянна или мало зависит от уровня воды, все расходы поступления и стока воды известны. В этом случае интегрирование уравнения (2.1) от $t = 0$ до $t = T$ и от $W = W_0$ до $W = W_T$ даст:

$$W_T = W_0 + (\sum Q_{IN} - \sum Q_{OUT})t. \quad (2.6)$$

Интегрирование уравнения (2.3) в пределах от $t = 0$ до $t = T$ и от $H = H_0$ до $H = H_T$ позволит получить

$$H_T = H_0 + \frac{1}{F} (\sum Q_{IN} - \sum Q_{OUT})t. \quad (2.7)$$

Из последнего уравнения можно найти длительность интервала времени, в течение которого при заданных $\sum Q_{IN}$ и $\sum Q_{OUT}$ уровень воды в водном

объекте изменится от начального положения (H_0) до некоторого заданного H_T , в том числе критического H_K :

$$t = \frac{(H_T - H_0)F}{\sum Q_{IN} - \sum Q_{OUT}}.$$

Задача усложняется, если считать, что площадь поверхности водного объекта F и водообмен со смежным водоемом (морем) (Q_M^+ и Q_M^-) заранее не известны, переменны и зависят от уровня воды в водном объекте. В этом случае уравнение водного баланса (2.1) или (2.3) запишем в таком упрощенном виде:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dFh}{dt} = F \frac{dh}{dt} + h \frac{dF}{dt} = Q_P - (Q_Z - Q_X) - (Q_M^- - Q_M^+). \quad (2.8)$$

Здесь h – средняя глубина водного объекта, причем принято, что $dh = dH$. Под Q_P понимается алгебраическая сумма всех расходов естественного и антропогенного поступления и расходования воды (кроме осадков, испарения и водообмена через пролив), т.е. расходы воды главной реки, притоков, сбросов (+) и водозабора (–). Принято также, что испарение с водной поверхности превышает осадки, а суммарный водообмен через пролив, соединяющий рассматриваемый водный объект с морем, отрицательный, т.е. отток воды из водного объекта превышает приток воды из моря.

Переменную площадь водной поверхности F выразим как линейную функцию уровня воды:

$$F = aH + b. \quad (2.9)$$

Хотя в действительности площади водных объектов изменяются с изменением их уровня обычно нелинейно, при небольших колебаниях уровня гипотеза, выраженная уравнением (2.9), вполне допустима.

Водообмен через пролив, как через водослив с широким порогом, также, в соответствии с законами гидравлики, связан с уровнем воды нелинейно (в степени 3/2). Однако при небольших изменениях уровня линеаризация зависимости для расчета водообмена также вполне допустима. Поэтому запишем

$$Q_M^- - Q_M^+ = cH + d. \quad (2.10)$$

Вместо $Q_Z - Q_X$, согласно (2.4) и (2.5), можно записать:

$$(Q_Z - Q_X) = (Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} F. \quad (2.11)$$

Тогда уравнение водного баланса (2.8) с учетом (2.9), (2.10) и (2.11) получит вид

$$\frac{aHdH}{dt} + \frac{(ah+b)dH}{dt} = Q_P - (Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} (aH+b) - (cH+d). \quad (2.12)$$

Из этого уравнения можно легко найти уровень равновесного водного баланса H_0 , при котором все приходные и расходные составляющие

балансируются и уровень воды стабилизируется. Положив $dH/dt=0$, получим после преобразований

$$H_0 = \frac{Q_p - b(Z_{CP} - X_{CP})k / \Delta t - d}{a(Z_{CP} - X_{CP})k / \Delta t + c} \quad (2.13)$$

После преобразований из уравнения (2.12) получим

$$\frac{aHdH}{dt} + \frac{(ah+b)dH}{dt} = H \left[-a(Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} - c \right] + Q_p - b(Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} - d. \quad (2.14)$$

Введем замены:

$$A = -a(Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} - c, \quad (2.15)$$

$$B = Q_p - b(Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} - d. \quad (2.16)$$

Тогда, разделяя переменные, вместо (2.14), получим:

$$\frac{aHdH}{HA+B} + \frac{(ah+b)dH}{HA+B} = dt$$

Проинтегрируем это уравнение в пределах от $t=0$ до $t=T$ и от $H=H_0$ до $H=H_T$. В результате получим:

$$(H_T - H_0) \frac{a}{A} - \frac{Ba}{A^2} \ln \frac{H_T A + B}{H_0 A + B} + \frac{ah+b}{A} \ln \frac{H_T A + B}{H_0 A + B} = t, \quad (2.17)$$

где A и B заданы формулами (2.15) и (2.16), а a , b , c и d — соотношениями (2.9) и (2.10).

Эта неявная функция относительно H решается подбором. Однако это уравнение может быть непосредственно использовано для определения времени, необходимого для установления любого уровня H , в том числе и критического H_k . Для этого в уравнение (2.17) надо подставить заданную величину уровня H_T и найти t .

Рассмотрим некоторые частные вопросы.

1. Важной задачей во многих случаях становится расчет объема воды в водном объекте W и площади его поверхности F . В большинстве случаев известны графические зависимости объема W и площади F от высоты стояния уровня воды в водном объекте, т.е. так называемые кривая объемов ($W=f(H)$) и кривая площадей ($F=\varphi(H)$). В некоторых случаях эти кривые можно выразить аналитически, в том числе, например, в простейшем виде с помощью формулы (2.9). Имея рассчитанные уровни воды в водном объекте, например, по уравнениям (2.7) или (2.14), по этим кривым легко найти искомые величины W и F . Изменения объема водного объекта можно рассчитать и непосредственно по уравнению (2.6), если известны все приходные и расходные его составляющие. Площадь поверхности водного объекта в условиях стабилизации уровня воды может быть определена по формуле вида (2.9) через уровень равновесного водного баланса, найденный по уравнению (2.13).

2. Нередко возникает задача расчета водообмена данного водного объекта со смежным водоемом через пролив. Если заранее известна за-

висимость результирующего водообмена через пролив от уровня воды вида (2.10), то после расчета изменения уровня воды по уравнению (2.14) легко находится и величина водообмена.

Если же зависимость вида (2.10) заранее не известна, то результирующий водообмен $Q_M^- - Q_M^+$ может быть рассчитан непосредственно по уравнению (2.8). Вместо $(Q_z - Q_x)$ можно подставить согласно (2.11) и (2.9) $(Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} F$ или $(Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} F(aH+b)$. Наиболее просто водообмен может быть рассчитан для случая неизменного объема воды в водоеме (и его уровня). В этом случае имеем:

$$Q_M^- - Q_M^+ = Q_p - (Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} F. \quad (2.18)$$

Уравнение (2.18) позволяет определить результирующий водообмен через пролив при стационарных условиях и заданных величинах Q_p , Z_{CP} , X_{CP} и F . Если $Q_p > (Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} F$, то результирующий водообмен отрицательный, т.е. преобладает отток воды из рассматриваемого водоема в смежный водный объект ($|Q_M^-| > |Q_M^+|$). При значительном преобладании Q_p над «видимым» испарением (т.е. разницей между испарением и осадками), поступление воды из смежного водного объекта может вообще отсутствовать ($Q_M^+ = 0$), и рассматриваемый водоем становится полностью проточным. Если же $(Z_{CP} - X_{CP}) \frac{k}{\Delta t} F > Q_p$, то в водоеме преобладают потери на испарение, которые не восполняются ни притоком вод, ни атмосферными осадками. В этом случае результирующий водообмен становится положительным и преобладает приток воды из смежного водного объекта ($|Q_M^+| > |Q_M^-|$). При значительном преобладании «видимого» испарения над речным притоком отток вод в него прекращается вовсе ($Q_M^- = 0$) и наблюдается лишь односторонний приток воды в данный водоем из смежного.

2.3. Диффузионная модель внутреннего водообмена

На основе уравнения материального баланса произвольного отсека водоема можно построить диффузионную модель водообмена, которая более или менее полно описывает реальный режим движения воды вдоль оси водоема. В этой модели принимается во внимание осевое перемешивание вод, происходящее в результате турбулентной диффузии. Иначе говоря, фронт соприкасающихся водных масс в этой модели размывается за счет турбулентного перемешивания во фронтальной зоне.

Представим себе мелкий проточный водоем в виде прямоугольного параллелепипеда с равномерным и установившимся режимом течения. Пусть расход этого потока равен Q , а концентрация консервативного вещества во втекающей «новой» воде будет, например, больше, чем концентрация того же вещества в вытекающей из водоема «старой» воды.

Запишем уравнение баланса консервативного вещества для элементарного объема ΔW с учетом диффузионного переноса вещества. За время Δt масса этого вещества изменится на

$$\Delta W \Delta C(x) = \left[QC(x) - D\Omega \frac{\partial C(x)}{\partial x} \right] \Delta t - \left[QC(x+\Delta x) - D\Omega \frac{\partial C(x+\Delta x)}{\partial x} \right] \Delta t,$$

где D – коэффициент диффузии. Это уравнение можно переписать в виде

$$\Delta W \Delta C(x) = D\Omega \left[\frac{\partial C(x+\Delta x)}{\partial x} - \frac{\partial C(x)}{\partial x} \right] \Delta t - Q[C(x+\Delta x) - C(x)] \Delta t,$$

т.е.

$$\Delta W \Delta C(x) = D\Omega \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \Delta x \Delta t - Q \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \Delta t.$$

Переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta x \rightarrow 0$, получим

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - U \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (2.19)$$

где $U = Q/\Omega$ – скорость течения воды.

Можно в этом уравнении переменные t и x представить в безразмерном виде: $\tau = t/\tau_B$ и $\xi = x/L$, где τ_B – период водообмена ($\tau_B = W/Q$) и L – длина водоёма. Тогда уравнение (2.19) переписывается в виде:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{D}{L^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} - \frac{U}{L} \frac{\partial C}{\partial \xi}.$$

Умножив обе части этого уравнения на τ_B , получим

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{D}{UL} \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} - \frac{\partial C}{\partial \xi}.$$

Это уравнение диффузионного потока с безразмерными переменными, как и уравнение (2.19), представляет собой наиболее общую теоретическую модель процесса водообмена, описывающую его при равномерном и установившемся режиме стокового течения в проточном водоеме.

Отношение $\frac{UL}{D}$ называют *числом Пекле (Pe)*. Оно показывает степень отклонения режима водообмена в водоеме от двух возможных идеальных режимов этого процесса. При $Pe \rightarrow \infty$, когда $D \rightarrow 0$, режим водообмена приближается к модели идеального вытеснения. При $Pe \rightarrow 0$, когда $D \rightarrow \infty$, режим водообмена близок к идеальному перемешиванию.

Анализ этой теоретической модели водообмена показывает, что режим водообмена в реальном водном объекте может быть близок к режиму идеального вытеснения, если он имеет большую протяженность и проточность, а интенсивность продольной диффузии относительно мала (реки, сильно проточные русловые водохранилища). Наоборот, в слабопроточном водоеме с интенсивным перемешиванием воды за счет ветровых и плотностных течений следует ожидать приближение процесса водообмена к режиму идеального перемешивания. Это определяет в конечном счете, наряду с изменениями режима притока, различия в режиме растворенных консервативных веществ в двух этих сравниваемых водных объектах.

Рассмотренная диффузионная модель водообмена нашла широкое применение в инженерной практике очистки сточных вод. Для окисления воды в аэротенках нужна интенсивная аэрация (насыщение кислородом воздуха) потока сточных вод, приводящая к резкому увеличению коэффициента D и снижению числа Pe . В то же время, чем больше Pe и чем режим водообмена ближе к режиму идеального вытеснения, тем эффективнее процесс окисления загрязнителей. Для совмещения этих противоречивых условий оптимизации работы аэротенка используется его многокамерная конструкция: объем аэротенка делится на ряд камер перегородками с отверстиями. Перегородки, препятствуя продольному перемешиванию сточных вод, увеличивают значение числа Pe , тогда как в каждой отдельной камере перемешивание близко к идеальному. Расчеты с применением рассмотренной диффузионной модели показали, что при числе камер в аэротенке, равном 10, характер течения жидкости в нём довольно близок к режиму идеального вытеснения [7].

Применительно к природным водоемам главными недостатками диффузионной модели водообмена следует считать:

- идеализацию режима проточности в водоеме, т.к. равномерное установившееся течение в нём (в отличие от емкостей, или реакторов, в технологических установках) – явление весьма редкое, наблюдающееся лишь на небольших участках и непродолжительное время;

- учет лишь продольного перемешивания, при котором принимается полная однородность качества воды по ширине и по глубине водного объекта, что также наблюдается в природе крайне редко;

- отсутствие сведений (данных измерений) о продольной диффузии в природных водных объектах, хотя очевидно, что величина D очень сильно и быстро изменяется вследствие непрерывной перестройки полей течений, формирующихся накладывающимися друг на друга многообразными динамическими явлениями.

Обычно, в тех случаях, когда водообмен рассматривается крайне упрощенно, для интегральной оценки переноса веществ в водоеме используют режим идеального перемешивания или режим идеального вытеснения.

2.4. Модели идеализированных режимов водообмена

Все многообразие сложных динамических процессов внутреннего водообмена в водоеме укладывается в рамках двух крайних гипотез о процессе смены воды в нем.

Первая из них, называемая моделью или режимом идеального вытеснения, предполагает последовательное вытеснение (выталкивание) водной массы водоема притекающими водными массами. Притекающая водная масса в этом случае играет роль своеобразного поршня, выталкивающего воду. Смешение поступающих вод и вод, находящихся в водоеме, по этой гипотезе не происходит.

Вторая модель предполагает полное мгновенное смешение поступающих вод с водами водоема, т.е. поступающие воды мгновенно и равномерно распределяются по всему водоему, идеально смешиваясь с водами водоема. В нём в каждый момент времени концентрация растворенного вещества совершенно одинакова в любой точке его объема, включая и воду, вытекающую из водоема.

Благодаря относительно простому математическому описанию этих режимов водообмена, допускающему точные аналитические решения, они часто используются при моделировании качества воды в тех случаях, когда нет необходимости (или возможности) детально описывать процесс смены вод и переноса веществ внутри водоема. Понятно, что в этих сильно упрощенных моделях игнорируется влияние морфометрических особенностей водоема на процесс смены вод и любой водоем представляется как своеобразный реактор идеального режима.

2.4.1. Режим идеального вытеснения

На гипотезе равномерного по всему поперечному сечению вытеснения воды, находившейся в водоеме до начала расчетного периода, вновь поступившей в него водой из притоков базируются наиболее распространенный в лимнологической практике показатель интенсивности водообмена, известный под названием коэффициента водообмена, или коэффициента условного водообмена. В озероведческой литературе встречаются две его разновидности: коэффициент водообмена по стоку из водоема Q_{OUT} / W , и коэффициент водообмена по притоку воды в водоем Q_{IN} / W . Для проточных озер с пренебрежимо малыми колебаниями уровня и практически неизменным объемом оба коэффициента равны друг другу. Это же относится и к случаю, когда для расчета коэффициента используются среднесезонные величины притока, стока, объема. Для водохранилищ с явно выраженными фазами наполнения и сброски различия в оценках водообмена по этим двум вариантам коэффициента очевидны. Поэтому, для расчета показателя средней интенсивности водообмена при неустановившемся режиме проточности водоема В. Н. Штефаном была предложена формула

$$K_B = \frac{Q_{IN} + Q_{OUT}}{2W_{CP}}, \quad (2.20)$$

в которой используется средняя величина между притоком Q_{IN} и оттоком Q_{OUT} из водохранилища и среднее значение объема W_{CP} .

Показатель водообмена в такой форме характеризует долю осредненного за любой расчетный период объема воды водоема, протекающей в течение этого периода через среднее по площади поперечное сечение водоема. При установившемся режиме эта форма показателя превращается в любую из вышеприведенных двух разновидностей коэффициента водообмена.

Консервативные вещества, не претерпевающие изменений под влиянием химических и биологических процессов внутри водоема, служат удобным и наглядным индикатором (трассером) для изучения процессов динамического переноса, поскольку изменение их концентрации полностью определяется процессами водообмена.

Модель изменения концентраций консервативного вещества в водоеме с режимом идеального вытеснения получается из уравнения баланса такого вещества в элементарном отсеке водоема, расположенном на некотором расстоянии от входного створа водоема. В этой модели фронтальная зона между двумя контактирующими водными массами предполагается вырожденной в граничную плоскость, разделяющую «новую» и «старую» водные массы.

Если концентрация консервативного вещества во входном и выходном створах элементарного объема ΔW равна соответственно $C(x)$ и $C(x+\Delta x)$, то за время Δt общая масса трассера в объеме изменится на

$$\Delta W \Delta C(x) = Q [C(x) - C(x + \Delta x)] \Delta t.$$

При малых значениях Δx

$$C(x) - C(x + \Delta x) = -\frac{\partial C}{\partial x} \Delta x,$$

$$\Delta W \frac{\Delta C(x)}{\Delta t} = -Q \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x.$$

Устремив Δt и Δx к 0, получим уравнение, описывающее режим идеального вытеснения воды в водоеме

$$\frac{\Delta C}{\Delta t} = -U \frac{\partial C}{\partial x},$$

где $U = Q/\Omega$ – скорость перемещения воды вдоль оси водоема с площадью поперечного сечения Ω .

2.4.2. Режим идеального перемешивания

Формализацию процесса мгновенного перемешивания рассмотрим на примере поведения консервативного вещества в идеально перемешиваемом водоеме.

Сначала рассмотрим простейшую задачу вымывания консервативного вещества из водоема, решение которой было дано Г. П. Калининым [13]. Представим, что в начальный момент времени $t = 0$ мы маркировали трассером находящиеся в водоеме с объемом W частицы воды. С течением времени концентрация C маркированных частиц будет уменьшаться вследствие притока немеченной новой воды NE с расходом Q_{IN} и расходования меченной старой OL , со средним расходом Q_{OUT} . Уравнение водного баланса водоема, в котором пренебрегается составляющими вертикального внешнего водообмена, имеет вид

$$\frac{dW}{dt} = Q_{IN} - Q_{OUT} \quad (2.21)$$

В каждый момент времени количество прежней воды, имеющейся в водоеме, можно определить произведением концентрации на объем $OL = CW$. Находящиеся в водоеме меченые частицы расходуются только в результате стока из водоема. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d(CW)}{dt} &= -CQ_{OUT}, \\ W \frac{dC}{dt} + C \frac{dW}{dt} &= -CQ_{OUT}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Подставляя (2.21) в (2.22), получаем

$$W \frac{dC}{dt} + CQ_{IN} - CQ_{OUT} = -CQ_{OUT},$$

$$W \frac{dC}{dt} = -CQ_{IN},$$

$$\frac{dC}{C} = -\frac{Q_{IN}}{W} dt.$$

Интегрируя последнее выражение, получим

$$C_t = C_0 \cdot e^{-\int_0^t \frac{Q_{IN}}{W} dt} \quad (2.23)$$

В условиях установившегося режима, т.е. при $Q_{IN} = Q_{OUT} = Q$ и $W = const$, уравнение (2.23) принимает вид

$$C_t = C_0 \cdot e^{-\frac{Q_{IN}}{W} t} = C_0 e^{-K_B t} \quad (2.24)$$

При единичной начальной концентрации

$$c_T = e^{-K_B t},$$

c_T – доля начальной концентрации вещества.

Обозначим q_T – количество прежней воды, уходящей из водоема в единицу времени. Тогда $q_T = QC$ и ход изменения начальных запасов воды выразится соотношением

$$q_T = Q \cdot e^{-\frac{Q_{IN}}{W} t}.$$

Теперь можно определить время, за которое будет сработано, например, 50% начальных запасов воды в водоеме. Для этого случая

$$\int_0^t q dt = 0,5W_0.$$

Тогда

$$1 - e^{-\frac{Q_{IN}}{W} t} = 0,5, \quad (2.25)$$

где $e^{-\frac{Q_{IN}}{W} t}$ – количество остающейся в водоеме воды в каждый момент времени t .

Решая уравнение (2.25) относительно t , получим

$$t = \frac{W}{Q} \ln(1 - 0,5).$$

Отсюда видно, что принимая гипотезу мгновенного смешения, само понятие полного водообмена в известной степени становится условным, т.к. теоретически все меченые частицы выносятся из водоема за время, равное бесконечности. При $\tau_B = \frac{W_0}{Q} = \frac{1}{K_B}$ сменяется примерно 2/3 начальных

запасов воды, а 99% воды обновится при $\tau_B = 4,6 \frac{W}{Q}$.

2.4.3. Применение модели идеального перемешивания для расчета минерализации воды

Минерализацию природных вод можно с определенной степенью допущения рассматривать как консервативный показатель. Поэтому рассмотренная модель идеального режима перемешивания в водоемах нашла применение в расчетах минерализации воды в озерах и водохранилищах. Наиболее распространенный метод расчета представляет собой решение для случая ступенчатого воздействия, т.е. задача ставится так: насколько изменится минерализация водоема в случае резкого перехода стационарной концентрации притока на новый уровень. Практически это может иметь место при перебросках стока, когда водоем получает новый, отличающийся от прежнего источник растворенных веществ, или в случае появления нового источника загрязнений. Решение такой задачи для установившегося режима имеет вид:

$$C_T = C_{IN} - (C_{IN} - C_0) e^{-K_B t}.$$

В более общем виде, применимо для неустановившегося режима и с учетом дополнительных составляющих водного баланса – осадков на площадь водоема и испарения с него, это решение получил А. П. Браславский [4]:

$$C_T = C_0 + (C_{IN} \frac{Q_{IN}}{Q_{IN} - Q_Z + Q_X} - C_0) B, \quad (2.26)$$

где

$$B = 1 - \left(\frac{W_0}{W_T} \right)^{1 + \frac{Q_{OUT} W_T}{T - W_0 W_T}}$$

W_0 и W_T – соответственно начальный и конечный объемы водоема за период расчета.

Величина B названа В. Н. Штефаном и К. К. Эдельштейном [24] коэффициентом водообновления. Нетрудно видеть, что этот коэффициент представляет собой долю новой воды, поступившей в водоем в течение расчетного периода, от всей воды в водоеме в конце данного периода. При установившемся режиме и равновесном водном балансе его величина зависит исключительно от проточности водоема, характеризуемой значением K_B . В фазы наполнения и сработки при неустановившемся режиме водообмена его величина, кроме того, зависит и от соотношения объемов воды в водоеме в начале и в конце расчетного периода.

2.4.4. Эмпирическая зависимость между коэффициентами водообмена и водообновления

Для разработки способа расчета средней интенсивности водообмена В. Н. Штефаном была проведена серия расчетов по определению эмпирической связи между коэффициентами K_B и B путем статистической обработки данных натурных наблюдений за водным и гидрохимическим режимом долинного водохранилища. В качестве объекта исследования было выбрано морфологически простое Можайское водохранилище многолетнего регулирования на р.Москве. Для решения поставленной задачи использованы детальные зависимости объема от уровня воды отдельных морфологически обособленных его участков (морфоучастков), ежесуточные данные о главных составляющих водного баланса, зависимости электропроводности воды его притоков от среднесуточных расходов воды и зависимости этой характеристики качества воды от её минерализации в водохранилище и его притоках. Кроме того, использовались данные 31 синхронной съемки водоема, подробно характеризующие распределение электропроводности воды в морфоучастках водохранилища в различные сезоны. В водохранилище были выделены три района (рис. 5), каждый из которых рассматривался как отдельное водохранилище, характеризующееся определенными морфометрическими параметрами и обладающие индивидуальными условиями водообмена.

По ежесуточным данным о среднем уровне воды с использованием соответствующей кривой объемов вычислялся средний объем воды в водохранилище и в каждом из его районов, а по данным о среднесуточных расходах притоков – величина поступающего в водоем объема воды в течение каждого расчетного периода. Объем стока воды из водохранилища за период определялся по данным о сбросе и фильтрации воды через Можайский гидроузел, а из районов – как остаточный член их водного баланса. Затем по формуле (2.20) для каждого расчетного периода определялись значения K_B для всего водохранилища и трех его районов. В качестве расчетных периодов были приняты промежутки времени между каждой из съемок, а также более длительные отрезки времени, включавшие несколько периодов. Этот прием, а также вычленение из водохранилища трех его районов позволили сильно увеличить количество K_B и рас-

ширить диапазон значений этого показателя от долей единицы до 4 и более. Этого невозможно было бы достичь, если бы расчеты K_B проводили только для всего водоема из-за его сравнительно слабой проточности. Для каждого расчетного периода по формуле смешения

$$B = \frac{k_T - k_0}{k_{IN} - k_0}, \quad (2.27)$$

где k_0 , k_T – средние величины электропроводности воды соответственно в начале и конце расчетного периода, k_{IN} – средневзвешенное по расходу воды значение электропроводности в суммарном притоке воды, рассчитывалось фактическое значение коэффициента водообновления B .

Эта формула представляет собой упрощенную формулу (2.26) без учета осадков и испарения, а осреднение электропроводности воды притока по расчетным периодам – преобразование сложной формы кривой $k_{IN}(t)$ в набор ступенчатых функций. Замена минерализации воды её электропроводностью в диапазоне измеренных величин (85-575 мкСм/см) достаточно надежна, так как коэффициент их парной корреляции 0,994, а средняя погрешность уравнения линейной регрессии $\pm 6,5\%$, т.е. соизмерима с аналитической погрешностью определения минерализации воды. Такая замена допустима, поскольку вычисление средневзвешенной по расходу величины консервативной характеристики состава воды в суммарном притоке воды в водохранилище имело существенно большую ошибку (15-20% в отдельные расчетные периоды). Из 469 рассчитанных таким образом пар значений K_B и B было забраковано 76 пар: 57 из них соответствовали периодам с особенно сильно выраженными плотностными течениями, а 19 значений B оказались либо меньше нуля, либо больше единицы, что, по-видимому, было вызвано погрешностями расчета водного баланса или средневзвешенных значений электропроводности. Остальные пары значений K_B и B изображены на рис. 6 и представляют собой единое поле точек для водохранилища и всех его районов, а также для всех расчетных периодов, включая фазы наполнения, сработки и равновесного водного баланса. Связь между K_B и B , характеризуемая этим полем точек, аппроксимируется уравнением

$$B = 0,03 \ln^2 K_B + 0,30 \ln K_B + 0,62, \quad (2.28)$$

в диапазоне $0,25 < K_B < 3,35$; при $K_B < 0,25$, $B = K_B$; при $K_B > 3,35$, $B = 1$. Корреляционное отношение этой зависимости $r^2 = 0,74$.

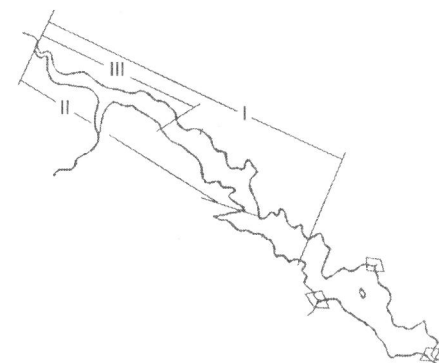


Рис. 5. Схема деления Можайского водохранилища на три расчетных района для статистической оценки связи $B(K_B)$

Среднеквадратическое расхождение между значениями V , полученными по формулам (2.27) и (2.28), составляет 20%, но при малых значениях K_B оно возрастает до 30 и даже до 60%. Для того, чтобы оценить, насколько полученная зависимость универсальна, аналогичные расчеты были выполнены и для морфологически сложного Рыбинского водохранилища. Преобладающее большинство из полученных пар значений V и K_B легли в общее поле точек, а остальные не дают основания искать новую зависимость: их сильный разброс относительно кривой $V(K_B)$ скорее вызван меньшей точностью исходных данных по сравнению с наблюдениями на Можайском водохранилище.

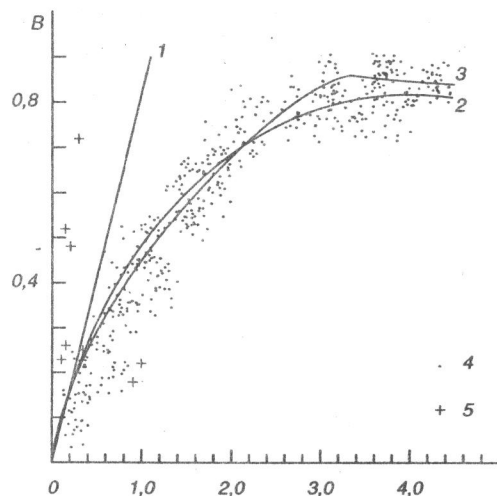


Рис. 6. Зависимость между коэффициентами водообмена K_B и водообновления V . 1 — теоретическая зависимость для модели идеального вытеснения, 2 — теоретическая зависимость для модели идеального смешения, 3 — эмпирическая зависимость по данным гидролога-гидрохимических съемок Можайского (4) и Рыбинского (5) водохранилищ

же каждого из остальных факторов не превышали 3%. Разброс точек относительно эмпирической кривой связан с неизбежными погрешностями определения водообновления по минерализации воды, которые тем относительно больше, чем меньше величины V и K_B .

Как видно на рисунке, эмпирическая кривая сходна с моделью идеального смешения. Их ординаты во всем рассмотренном диапазоне K_B не различаются более, чем на $\pm 0,04 V$. Это — небольшое различие, учитывая погрешности расчета натуральных величин V и K_B и разброс эмпирических точек. При K_B от 0 до 0,2 водообновление практически одинаково во всех трех моделях. При K_B от 0,2 до 0,8 эмпирическая кривая сначала совпадает с моделью идеального вытеснения, а затем, с ростом K_B все более стремится к кривой модели идеального перемешивания. Это объясняется тем, что при малой проточности в водоеме преобладает процесс постепенного вытеснения «старой» воды «новой», интенсивность смешения которых с увеличением проточности возрастает. В диапазоне K_B от 1,0 до 2,0 эмпирическая зависимость показывает несколько меньшее водооб-

новление, чем даже по модели идеального смешения, что может быть следствием возникновения в водоеме замкнутых циркуляционных зон движения воды, отмечаемых на физических моделях. При еще больших значениях K_B его изменения мало влияют на величину водообновления (она близка к 1), поэтому и надежность эмпирических величин в этом диапазоне относительно мала.

Из изложенного вытекает вывод о том, что основой ранее разработанных показателей средней интенсивности обмена воды в водоемах служит коэффициент K_B , а все остальные показатели предназначаются лишь для уточнения этой величины путем введения дополнительных параметров, учитывающих замедление обновления вод вследствие процесса частичного смешения.

2.5. Кибернетические модели

2.5.1. Кибернетические принципы моделирования водообмена

Сложность реального процесса водообмена привела к попыткам описания водообмена с использованием кибернетического анализа динамических систем. Суть этого подхода состоит в реализации принципа «черного ящика», т.е. в изучении реакции линейной динамической системы на определенное входное воздействие. Его специфика связана с направленностью исследований не на вскрытие внутренних механизмов явлений, а на изучение поведения системы под влиянием различных факторов. Для решения ряда прикладных задач эта методология широко используется в различных областях науки, в том числе и в гидрологии. В этом случае водоем рассматривается как линейная динамическая система, реакция которой на некоторое входное воздействие дает интегральную характеристику системы. В приложении к процессам водообмена такой характеристикой служит функция распределения времени пребывания воды в водоеме.

Функция распределения времени пребывания (функция РВП) элемента потока в любой проточной системе — распространенное математическое понятие. Различают дифференциальную и интегральную функцию РВП. Интегральная функция РВП имеет простой физический смысл: значение этой функции в некоторый момент времени t — это вероятность того, что элемент потока, попавший в проточную систему в начальный момент времени ($t=0$), пробудет в системе меньше известного времени t . Или, в другой трактовке, — это доля потока, которая пробудет в системе меньше времени t . Перспективность такого подхода основана на том, что, если протекание некоторого процесса в каждом элементе потока зависит от времени, то по функции РВП можно однозначно рассчитать выходные характеристики, например, концентрацию консервативного вещества в сбросном створе водоема.

Динамическую систему вообще и водоем как пример такой системы, в частности, можно описать динамическими характеристиками, важнейшими из которых являются:

1) импульсная переходная функция, отражающая поведение системы при импульсном возмущающем воздействии (соответствует дифференциальной функции РВП),

2) переходная функция, отражающая поведение системы при резком, ступенчатом изменении входных параметров (соответствует интегральной функции РВП).

Примером импульсной переходной функции служит известная гидрологам кривая добегаания единичного паводка в бассейне реки. Для водоема импульсной переходной функцией служит кривая изменения концентрации консервативного вещества в сбросном створе при его залповом поступлении в водоем.

Функцию РВП можно получить экспериментально путем ввода консервативного индикатора в систему и наблюдением за его вымыванием на выходе из системы. Возмущающие воздействия могут иметь различную форму, но наиболее часто применяется импульсный ввод, типа δ -функции Дирака. Напомним её математическое определение

$$\delta(t-a) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = a \\ 0 & \text{при } t \neq a \end{cases}$$

и

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-a) dt = 1.$$

В масштабах рассматриваемого времени достаточно быстрый ввод индикатора в систему можно считать мгновенным. Зависимость, описывающая изменение концентрации индикатора в потоке, выходящем из системы, и полученная в результате реакции водоема на импульсное воздействие назовем S -кривой. Ясно, что

$$\int_0^{\infty} S(t) dt = 1.$$

При дискретном измерении концентрации индикатора на выходе с шагом Δt

$$S(t) = \frac{C(t_i)}{\sum_0^n C(t_i) \Delta t}$$

где n – количество измерений концентрации, C – концентрация индикатора, S -кривая есть нормированная кривая отклика динамической системы.

Среднее время пребывания воды в водоеме рассчитывается по формуле

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t S(t) dt$$

или

$$\bar{t} = \sum_0^n S(t_i) \Delta t.$$

Вид зависимости $S(t)$ для рассмотренных выше моделей идеальных режимов водообмена можно получить теоретически. Довольно просто это

сделать для модели идеального перемешивания, используя решение (2.24) уравнения (2.22). Тогда

$$S(t) = \frac{C_0 e^{-K_B t}}{C_0 \int_0^{\infty} e^{-K_B t} dt} = K_B e^{-K_B t}.$$

Для модели идеального вытеснения эта функция, очевидно, имеет вид

$$S(t) = \delta(t - \tau_B),$$

где τ_B – период полного водообмена, т.е. S -кривая аналогична импульсному вводу, но смещена по времени на τ_B .

S -кривые проточных систем с различными числами Пекле показаны на рис. 7.

Для реальных водохранилищ получить экспериментально функцию РВП практически невозможно, т.к. при столь большом разбавлении, которое наблюдается в водоемах, для фиксации концентрации в сбросном створе потребовалось бы слишком большое количество индикатора для импульсного ввода. Экспериментальной основой получения функции РВП могут служить гидравлические исследования на физических моделях водоемов.

Использование функции РВП позволяет в общем теоретическом случае рассчитывать концентрацию в сбросном створе водоема по имеющейся информации о притоке. Для этого можно использовать интеграл Дюамеля:

$$C_{OUT}(t) = \int_0^t C_{IN}(\tau) S(t-\tau) d\tau.$$

Однако здесь, как и при решении задач формирования стока, практическое использование этой формулы ограничивается сложностью получения подынтегральных функций.

2.5.2. Унифицированная модель продольно-поперечного переноса веществ в водоеме

Описанный выше кибернетический подход широко используется в инженерной практике для расчета

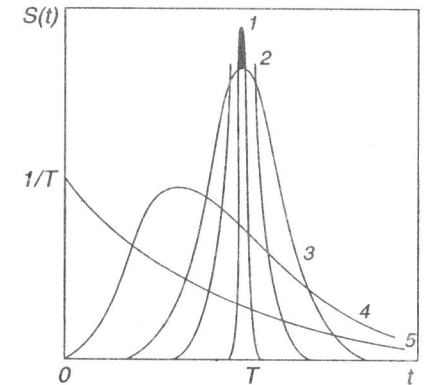


Рис. 7. S -кривые, рассчитанные по диффузионной модели при различной интенсивности продольного перемешивания (1 – $Pe = \infty$, режим идеального вытеснения, 2 – $Pe = 500$, незначительное продольное перемешивание, 3 – $Pe = 40$, промежуточное значение продольного перемешивания, 4 – $Pe = 5$, интенсивное продольное перемешивание, 5 – $Pe = 0$, режим идеального перемешивания)

и проектирования химических реакторов, сооружений для очистки сточных вод и т. д. Попытка применить этот подход для решения задачи описания водообмена водохранилищ была предпринята И. В. Гординым [10] при

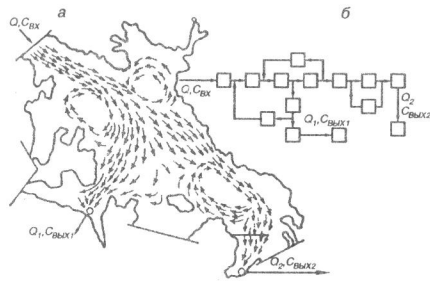


Рис. 8. Схема стоковых течений Учинского водохранилища по экспериментам на физической модели (а) и соответствующая ей схематизация водообмена (б)

моделировании самоочищающей способности Учинского и проектировавшегося Крапивинского водохранилищ. Полученные на физических моделях экспериментальные кривые отклика на импульсный ввод индикатора послужили основой для построения кибернетических моделей водообмена этих водохранилищ. На рис. 8 представлен результат физического моделирования течений в Учинском водохранилище.

Учитывая сложность внутренней структуры водообмена и принимая во внимание неоднозначность получаемой на физической модели картины циркуляций воды, И. В. Гордин предложил универсальную кибернетическую модель структуры внутреннего водообмена, которая состоит из произвольного числа блоков, включающих по две зоны – транзитную и водоворотную (рис. 9)

Согласно этой модели водообмен водохранилища состоит в сочетании транзитных и водоворотных зон. Для каждого блока можно записать систему линейных дифференциальных балансовых уравнений

$$W_1 \frac{dC_{OUT1}}{dt} = QC_{IN} + qC_{OUT2} - QC_{OUT1} - qC_{OUT1},$$

$$W_2 \frac{dC_{OUT2}}{dt} = q(C_{OUT1} - C_{OUT2}).$$

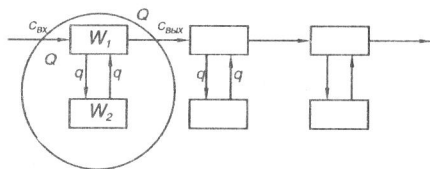


Рис. 9. Унифицированная схема продольно-поперечного водообмена (Q , W_1 – транзитный расход воды и объем транзитной зоны, q , W_2 – расход воды в водоворотной зоне и объем этой зоны [10])

Эта модель содержит ряд параметров, подбор которых производится путем подгонки вида функции РВП, получаемой при решении приведенных дифференциальных уравнений для случая импульсного воздействия, к виду этой же функции, полученной экспериментально на физической модели.

Используя методы статистической динамики линейных систем, позволяющие перейти от

анализа дифференциальных уравнений к анализу алгебраических соотношений, И. В. Гордин получил соотношения между математическими ожиданиями и дисперсиями концентраций веществ во входном и сбросном створах водохранилищ в зависимости от вышеперечисленных параметров модели. Подобные соотношения обычно требуются при инженерных расчетах самоочищающей способности водохранилищ. И все же хорошо видны трудности реализации кибернетического подхода и явная схематичность в описании водообмена. В первую очередь это касается методов установления функции РВП и корректировки параметров модели. Абстрактна также гипотеза о внутреннем водообмене, представляемом в виде сочетания транзитных и водоворотных зон. Возможно в дальнейшем на этом пути появятся новые теоретические достижения, которые подтвердят плодотворность таких инженерных решений, и появится возможность надежной проверки подобных моделей.

2.6. Гидродинамические модели

В рассмотренных выше моделях водообмена используются подходы, основанные на определенных схематизациях, упрощающих этот процесс. Поскольку процесс водообмена определяется движением воды, наиболее полное представление о нём может дать описание поля скоростей течения воды на основе гидродинамической теории. Для моделирования движения воды используются гидродинамические уравнения сохранения массы (неразрывности), количества движения и энергии и уравнение состояния. Эти уравнения подробно рассматривались в учебном курсе «Гидромеханика». Решение этих уравнений теоретически дает трехмерное поле векторов скоростей течения в водоеме, т.е. возможность детально анализировать процесс водообмена. Однако, при использовании этого классического подхода приходится сталкиваться с рядом серьезных проблем. Во-первых, как известно, уравнения турбулентного движения воды незамкнуты и для их интегрирования приходится использовать основные гипотезы полуэмпирической теории турбулентности. При этом возникает принципиальный вопрос о количественных оценках коэффициентов турбулентного обмена. И хотя этому вопросу посвящено очень много специальных исследований, достаточно строго обоснования методов оценки коэффициентов турбулентного обмена до настоящего времени не разработано. Во-вторых, сложность задания граничных условий для решения уравнений приводит к неизбежности некоторых допущений и упрощений. И, наконец, несмотря на интенсивное развитие вычислительных методов, численное интегрирование трехмерных уравнений гидродинамики пока представляет значительные трудности.

Именно поэтому очень мало имеется примеров успешного применения полных трехмерных моделей, а случаи надежной их валидации вообще отсутствуют. Значительно более успешным является применение гидродинамического подхода к моделированию плановой, двумерной структуры течений в водоемах. Основы практических методов расчета плана тече-

ний, базирующиеся на решении динамического уравнения для транзитной струи, в водоемах были заложены еще Н. М. Бернадским. А. И. Фельзенбаум [22] предложил численный метод расчета полных потоков при реальном контуре водоема, основанный на разработанной В. Б. Штокманом теории мелкой воды. Эта модель в последнее время нашла широкое применение для расчета установившихся ветровых течений в озерах и водохранилищах. Успешное применение метода полных потоков при расчете течений связано с тем, что он позволяет учесть основные факторы – ветер, морфометрические характеристики водоема, приток и сток, формирующие макроциркуляцию вод. Важным шагом, сделавшим эти модели более адекватными реальным условиям, явилось использование при численных решениях модели метода адаптивных сеток. С использованием этих моделей исследованы процессы водообмена в водоемах, в которых влиянием плотностной стратификации на поле скоростей можно пренебречь. К сожалению, допущение об установившемся воздействии ветра на водную поверхность существенно ограничивает ценность этих моделей.

При использовании гидродинамического подхода к исследованию процессов перемешивания в стратифицированных водоемах доминирует одномерное описание процессов вертикального переноса веществ, хотя имеются успешные попытки получить квазидвумерное распределение консервативного вещества путем применения алгоритма одномерной задачи к отдельным пространственно однородным отсекам водоема.

Глава 3. МОДЕЛИ САМООЧИЩЕНИЯ ПРИРОДНЫХ ВОД

3.1. Процессы самоочистки природных вод

В математических моделях, описывающих процессы внутреннего водообмена, в качестве индикаторов этих процессов использовалось консервативное вещество. Но в природе практически не существует идеально консервативных веществ. Почти все вещества природного или искусственного (антропогенного) происхождения, попадая в водоем включаются в сложную цепь превращений, благодаря непрерывно протекающим внутриводоемным процессам в постоянно изменяющейся водной экосистеме. Они приводят к трансформации растворенных и взвешенных веществ в водных объектах, под которой понимается изменение формы нахождения в воде, концентрации и химического состава веществ в результате их физико-химических, биохимических и биологических превращений. Чаще всего задача расчета внутриводоемной трансформации веществ ставится для оценки последствий загрязнения водной среды с целью их прогнозирования и разработки мер ликвидации последствий.

Водной экосистеме свойственна способность к саморегулированию – сохранять неизменными характеристики природных процессов при разнообразных внешних воздействиях. Эта способность устойчивого взаимодействия элементов водной экосистемы – главный механизм самоочи-

щения природных вод. Самоочищение природных вод – это совокупность процессов, приводящих к снижению количества загрязняющего вещества в воде.

Способность водной экосистемы к самоочищению не безгранична. С точки зрения требований охраны вод загрязнение не должно выходить за пределы таких критических значений концентраций веществ, при которых происходит нарушение устойчивости экосистемы, соответствующей состоянию её равновесия. Определение этих критических значений – отдельная крупная и очень сложная задача гидроэкологии.

Основные процессы самоочищения природных вод можно отнести к трем классам (рис. 10).

Значимость каждого из этих процессов в самоочищении воды сильно изменяется для различных загрязняющих веществ в зависимости от природных условий и гидроэкологических особенностей водного объекта.

Нередко к физическим процессам самоочищения относят и разбавление, что оправдано лишь тем, что оно способствует биохимическим и биологическим процессам самоочищения, снижая вероятность отравления (токсикоза) водных организмов, осуществляющих биохимическое разложение загрязняющих веществ. Роль чисто физического процесса разбавления полностью определяется водообменом и его влияние на изменение концентраций рассмотрено в главе 2 (на примере зависимости минерализации воды от интенсивности и механизма водообмена).

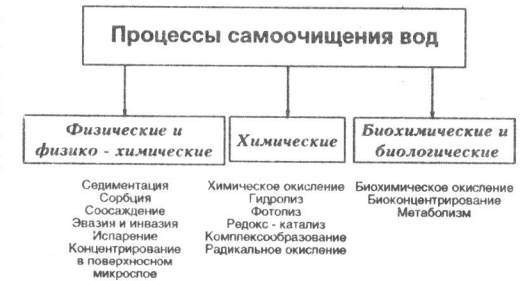


Рис.10. Схема процессов самоочистки природных вод

3.2. Модели химических и физико-химических процессов

Большинство химических веществ, находящихся в воде в растворенном, коллоидно-растворенном или взвешенном состоянии неконсервативны, т.е. в водотоке или водоеме они претерпевают различные изменения, вступая в химические реакции и включаясь в процессы биологического круговорота. Модели трансформации веществ, описывающие чисто химические процессы, базируются на принципах химической кинетики – науки о скоростях химических реакций. В природных водах скорость химических реакций зависит не только от свойств взаимодействующих веществ, но и от состояния экосистемы, в которой протекает реакция.

В химии различают гомогенные и гетерогенные системы. Гомогенные системы характеризуются однородностью состояния реагирующих веществ, например реакции истинно растворимых химических соединений.

Гетерогенные системы рассматривают реакции веществ, находящихся в различных фазовых состояниях. В гомогенных системах скорость образования продукта реакции между двумя компонентами $A + B \rightarrow C$ математически описывается с помощью так называемого *порядка реакции*

$$\frac{d[C]}{dt} = k[A]^v[B]^w,$$

где k – коэффициент скорости реакции (с^{-1}), v , w – показатели порядка реакции. Заключение знака химического вещества в квадратные скобки в химической литературе принято обозначать концентрацию вещества.

При нулевом порядке реакции скорость реакции постоянна и не зависит от концентрации реагирующих веществ:

$$\frac{-d[A]}{dt} = \frac{-d[B]}{dt} = \frac{-d[C]}{dt} = k.$$

Скорость реакции первого порядка пропорциональна концентрации одного из реагентов

$$\frac{-d[A]}{dt} = k[A]$$

Это уравнение имеет аналитическое решение

$$[A] = [A_0]e^{-kt},$$

где A_0 – начальная концентрация реагента в момент $t=0$.

Классическим примером реакции первого порядка может служить процесс распада радиоактивных веществ, характеризуемый периодом полураспада – временем, за которое распадается половина первоначального количества вещества.

Реакции второго порядка описываются уравнениями

$$\frac{-d[A]}{dt} = k[A][B] = \frac{d[C]}{dt}$$

или

$$\frac{-d[A]}{dt} = k[A]^2 = \frac{d[C]}{dt}.$$

Большинство химических реакций, протекающих в окружающей среде вообще и в природных водах, в частности, описываются одной из приведенных выше кинетических моделей. Очень редко при описании процесса приходится прибегать к построению модели третьего и более высокого порядков. Химические реакции в гомогенных природных средах всегда носят сложный характер в виде постадийного превращения реагентов в конечный продукт реакции или процесс носит явно обратимый характер. Обычно невозможно определить порядок реакции, исходя из стехиометрии химических реакций, поэтому при моделировании химических процессов кинетический порядок определяется экспериментально.

Особое значение при моделировании качества воды имеет расчет равновесных систем и, прежде всего, карбонатной системы. В основу

расчетов равновесных систем положен закон действующих масс применительно к возможным химическим реакциям, которые могут иметь место при заданных условиях в водоеме (температуре воды, прозрачности, активности биологических процессов). Теоретические основы таких расчетов изложены в специальной гидрохимической литературе, например в монографиях Р. Гаррелса и Ч. Л. Крайса [9], Дж. Дривера [11], и в данном курсе не рассматриваются.

В гетерогенных системах химические реакции имеют гораздо более сложный характер, чем в гомогенных. Это обусловлено спецификой физико-химических процессов, происходящих на границе раздела фаз, а также характерной для гетерогенных систем неполной перемешанностью веществ. Среди моделируемых физико-химических процессов наибольшее значение имеет адсорбция, так как сорбционные процессы играют важную роль в самоочищении природных вод. Любые мелкодисперсные примеси, присутствующие в водотоках и водоемах, обладают той или иной сорбционной емкостью, что обуславливает выведение веществ из раствора, снижение их концентраций в истинно растворенной форме. Теоретически показано, что при низкой концентрации адсорбата, обычно наблюдающейся в природных водах, процесс сорбции может быть описан уравнением химической реакции первого порядка

$$\frac{dC}{dt} = -K_{sb}C,$$

где C – концентрация сорбируемого вещества, K_{sb} – коэффициент сорбции.

Особенно велика роль сорбции в самоочищении водных объектов замедленного водообмена, в которых происходит седиментация взвешенных веществ – адсорбатов загрязнений. Но все же для органических веществ, а большинство загрязнений природных вод имеют органическую природу, доминирующую роль в снижении концентрации играют не химические и физико-химические процессы, а биохимическое окисление с участием бактерий.

3.3. Модели биохимического окисления органического вещества в природных водах

Органические загрязняющие вещества в природных водах, как правило, представляют собой комплекс различных химических соединений, которые чрезвычайно трудно идентифицировать. Возникает необходимость выбора одного или нескольких параметров, тесно связанных с процессом биохимического разложения, по которым можно интегрально судить об интенсивности и направленности процесса деструкции. Такими параметрами водной среды служат содержание в воде растворенного кислорода (ПК) и величина биохимического потребления кислорода (БПК). В англоязычной литературе эти параметры имеют обозначение DO – dissolve oxygen и BOD – biochemical oxygen demand. ПК, с одной стороны, пред-

ставляет собой характеристику состояния экосистемы. С другой стороны, поступление в воду загрязняющего вещества приводит к расходованию содержащегося в воде кислорода. Поэтому по изменению РК можно судить о процессе самоочищения, а величина БПК характеризует способность среды к биохимическому окислению загрязнений. Эту величину часто неправильно отождествляют с содержанием в воде органического вещества. На самом деле БПК характеризует количество органических веществ, используемых организмами на удовлетворение энергетических потребностей. Поэтому БПК дает возможность судить, насколько содержащиеся в воде органические вещества способны окисляться биохимическим путем. Тем не менее, как косвенный параметр загрязнения вод величина БПК широко используется в нормативной практике контроля и охраны природных вод.

Следует иметь в виду, что термином БПК обозначают два неидентичных понятия: биохимическую потребность воды в кислороде (характеристика качества воды) и процесс биологического потребления кислорода в результате деструкции органического вещества.

В силу важности взаимодействия между этими двумя параметрами состояния водной среды при моделировании биохимического самоочищения принято говорить об РК-БПК моделях.

В математических моделях, описывающих изменения концентрации загрязняющего органического вещества (ОВ) в воде используют систему дифференциальных уравнений [2]:

$$\frac{dC}{dt} = f(B_M, C, DO);$$

$$\frac{dB_M}{dt} = \varphi(B_M, C, DO);$$

$$\frac{dDO}{dt} = k_2(DO^* - DO) + \frac{dC}{dt},$$

где C – концентрация загрязняющего ОВ, B_M – концентрация (биомасса) микроорганизмов, DO – концентрация растворенного в воде кислорода, DO^* – равновесная концентрация кислорода при данной температуре, k_2 – коэффициент реаэрации воды в результате её насыщения кислородом из атмосферы.

Подобные модели можно разбить на две группы. В первой из них предполагается, что скорость процесса биохимического окисления ОВ не зависит от концентрации микроорганизмов и растворенного в воде кислорода, что вообще говоря, может иметь место в реальности. Установлено, например, что для обеспечения нормального протекания процесса биохимического потребления кислорода концентрация кислорода должна превышать всего 1,5 мг/л. Тогда записанная выше полная система уравнений упрощается:

$$\frac{dC}{dt} = f(C),$$

(3.1)

$$\frac{dDO}{dt} = k_2(DO^* - DO) + \frac{dC}{dt}.$$

Модели второй группы учитывают зависимость скорости окисления ОВ от биомассы бактерий.

3.3.1. Простейшая модель окисления

Исторически первой и наиболее простой моделью первой группы была модель Стритера-Фелпса, предложенная в 1925 г. В этой модели, описываемой системой уравнений (3.1),

$$f = -k_1 C,$$

где k_1 – константа скорости окисления ОВ.

В дальнейшем было предложено много модификаций этой функции, однако, до сих пор гипотеза Стритера-Фелпса лежит в основе многих расчетных методов самоочищения. Используемая в этой модели функция хорошо описывает кинетику, соответствующую функции первого порядка, когда скорость изменения (убыли) концентрации ОВ пропорциональна остающейся в растворе концентрации еще неокисленного ОВ. Успешность применения функции первого порядка в моделях самоочищения обусловлена следующими причинами:

- во многих случаях она удовлетворительно совпадает с экспериментальными данными,
 - математическая простота позволяет использовать её в достаточно сложных аналитических или численных моделях переноса загрязнений в водоемах и водотоках,
 - для описания биохимического окисления не требуется информации о микроорганизмах, получить которую часто бывает очень сложно.
- Решение первого уравнения системы

$$\frac{dC}{dt} = -k_1 C$$

представляет экспоненциальное изменение концентрации ОВ во времени

$$C_T = C_0 e^{-k_1 t}.$$

С течением времени концентрация неокисленного ОВ асимптотически приближается к некоторому пределу (рис. 11). Величина потребленного в процессе окисления ОВ кислорода (линия 2) равна разности концентраций кислорода в начальный момент и в момент времени t

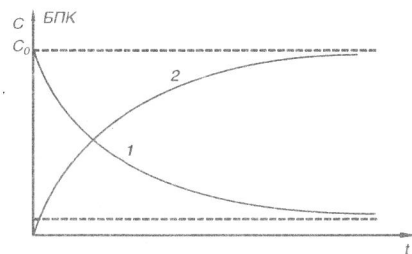


Рис. 11. Изменение концентрации ОВ в процессе окисления по функции первого порядка. 1 – концентрация ОВ, 2 – количество потребленного в процессе окисления кислорода (BOD)

$$BOD = DO_0 - DO_t = DO_0(1 - e^{-k_1 t}).$$

Так как биомасса микроорганизмов содержит некоторое количество трудноокисляемых веществ, БПК не достигает некоторого теоретического предела. Однако, принято считать, что полное биохимическое потребление происходит на 20-е сутки от начала процесса. Эту величину обозначают БПК₂₀ или БПК_{полн.} Конечно, эта кинетическая модель сильно упрощает реальный процесс окисления. По изменению БПК в изолированных от внешней

среды пробах собран обширный эмпирический материал, поскольку такие эксперименты относительно просты. Разработана даже классификация типов кривых БПК. Обобщенная кинетическая кривая биохимического потребления кислорода в процессе окисления ОВ имеют вид, изображенный на рис. 12.

Как видим, эмпирические кривые имеют заметные особенности по сравнению с кривой, соответствующей функции первого порядка. Эти особенности связаны с изменением биомассы микроорганизмов во время эксперимента. На начальной стадии кривая потребления кислорода повторяет кривую роста микроорганизмов, причем по сравнению с экспоненциальной функцией отмечается некоторое запаздывание как в окислении ОВ, так и в развитии микроорганизмов. Эта начальная часть процесса окисления носит название *лаг-фаза*. Она отражает процесс адаптации микроорганизмов к ОВ (субстрату). Лаг-фаза может вообще отсутствовать или быть весьма продолжительной в зависимости от начальных условий, то есть от того, насколько специфично данное ОВ для бактерий и насколько активны бактерии в начальный момент окисления. Этот факт не описывается функцией первого порядка. К моменту, когда биомасса микроорганизмов достигает максимального значения, практически весь субстрат используется бактериями для роста и дальнейшее уве-

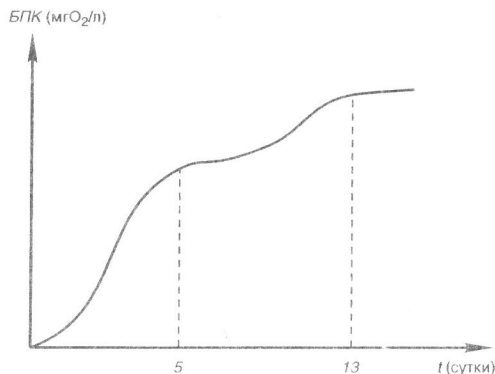


Рис. 12. Обобщенная кривая БПК по данным экспериментов

личение БПК связано уже с окислением клеточного вещества отмирающих бактерий. Подъем кривой БПК на конечном участке (13-15 сутки) объясняется процессами окисления уже продуктов первичного окисления ОВ (солей аммонийного азота) нитрифицирующими бактериями. Весь процесс окисления ОВ можно разбить на 2 стадии: окисление углерода (карбонатное БПК) и окисление азотных соединений (нитратное БПК). Многочисленными экспериментами было установлено, что стадия карбонатного БПК заканчивается примерно на 5-7 сутки после начала окисления. Именно поэтому для характеристики концентрации органических загрязнений сточных вод используют параметр БПК₅ (пятисуточное). Второй стадией – нитратным БПК – в расчетах и оценках обычно пренебрегают и, используя функцию первого порядка, вычисляют полное БПК умножением БПК₅ на коэффициент равный 1,4.

3.3.2. Модель распределения кислорода в водотоке

Рассмотрим крайне упрощенный режим водного потока, т.е. условие равномерного установившегося течения с постоянной скоростью U . В точке $x=0$ в поток поступает органическое загрязнение с концентрацией C_0 (рис. 13).

Простейшая модель кислородного баланса водного потока предполагает, что баланс между концентрацией РК и БПК зависит только от двух процессов: реаэрации потока и потребления РК при окислении ОВ. Тогда уравнения модели будут иметь вид [6]:

$$\frac{dC}{dt} = -k_1 C,$$

$$\frac{dDO}{dt} = k_2(DO^* - DO) + \frac{dC}{dt}.$$

Более распространена запись этих уравнений через дефицит кислорода (DDO), т.е. через разность между равновесной концентрацией кислорода при данной температуре и его фактической концентрацией в воде

$$\frac{dC}{dt} = -k_1 C,$$

(3.2)

$$\frac{dDDO}{dt} = k_1 C - k_2 DDO.$$

Иногда можно встретить запись этих уравнений, создающую иллюзию одномерной динамической модели:

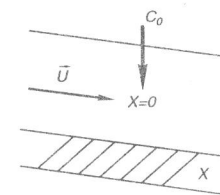


Рис. 13. Продольный разрез водного потока со средней скоростью U и внешним источником загрязнения органическим веществом

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = -k_1 C,$$

$$\frac{\partial DO}{\partial t} + U \frac{\partial DO}{\partial x} = -k_1 C + k_2 DDO,$$

где U – средняя скорость потока, x – продольная координата.

Эти уравнения записаны для элементарного объема, движущегося с потоком. Поэтому, хотя формально в него входит в качестве независимой переменной время, фактически оно эквивалентно расстоянию (поскольку скорость течения постоянна). При принятом условии постоянства скорости и использовании в решении метода характеристик эти уравнения легко сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям вида (3.2).

Эта система обыкновенных дифференциальных уравнений имеет аналитическое решение при допущении о постоянстве расхода и площади поперечного сечения и мгновенного полного вертикального перемешивания вдоль потока. Решение для дефицита кислорода имеет вид

$$DDO = DDO_0 \cdot e^{-k_2 t} + \frac{k_1 C_0}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t})$$

и может быть представлено в графическом виде для изменения концентрации кислорода вдоль потока (в рассматриваемом случае расстояние и время связаны только постоянной скоростью U) (рис. 14).

Это решение показывает, что в начальный период окисления, когда в воде достаточно много загрязняющих ОБ, скорость биохимического потребления РК превышает скорость реаэрации потока воды. По мере уменьшения концентрации ОБ в элементарном объеме потока, смещающемся вдоль его продольной оси, уменьшается скорость окисления ОБ, и в точке

x_{CR} оно уже полностью компенсируется реаэрацией. В дальнейшем реаэрация все более преобладает над окислением, вследствие чего содержание РК в потоке возрастает, стремясь к равновесной концентрации с атмосферным кислородом. Таким образом, решение системы уравнений (3.2) имеет одну очень важную особенность, а именно, существование кривой кислородного прогиба в потоке. График показывает наличие критической точки, в которой дефицит кислорода в реке или канале достигает максимума (DDO_{CR}). Если ввести соотношение между коэффициентами реаэрации и окисления

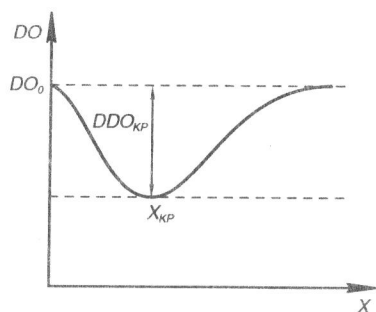


Рис. 14. Изменение содержания растворенного кислорода в речной воде на разном расстоянии от пункта выпуска сточных вод

$$k_3 = \frac{k_2}{k_1},$$

называемое фактором самоочищения, то положение критической точки будет определяться выражениями:

$$x_{KP} = \frac{U}{k_1(k_3 - 1)} \ln(k_3 [1 - (k_3 - 1) \frac{DDO_0}{C_0}]), \quad (3.3)$$

$$DDO_{KP} = \frac{C_0}{k_3} (k_3 [1 - (k_3 - 1) \frac{DDO_0}{C_0}])^{\frac{1}{1-k_3}}.$$

Таким образом, положение критической точки и критическая величина дефицита зависят от начальных условий. Из уравнения (3.3) видно, что критическая точка существует, т.е. x_{KP} положительно, при условии

$$\frac{DDO_0}{C_0} \leq \frac{1}{k_3},$$

и она не может быть расположена по потоку ниже

$$x^* = \frac{U}{k_1(k_3 - 1)} \ln k_3.$$

При увеличении C_0 (нагрузки) $x_{KP} \rightarrow x^*$, и $x_{KP} = x^*$, если в створе выпуска сточных вод $DDO_0 = 0$. Критический дефицит кислорода, таким образом, – нелинейная функция граничных условий. Если переписать выражение для критического дефицита в виде:

$$DDO_{KP} = \frac{C_0}{k_3} e^{-\frac{k_1}{U} x_{KP}},$$

то будет видно, что критический дефицит увеличивается беспрепятственно с увеличением нагрузки и может быть такое C_0 , при котором концентрация РК, рассчитанная по модели, может оказаться отрицательной. Это следует из допущения, что скорость потребления кислорода не зависит от его концентрации. Указанное допущение справедливо для высоких значений РК и неприемлемо для малых, близких к анаэробным условиям. Поэтому рассмотренная модель РК-БПК удовлетворительно описывает процесс самоочищения только в полноводных и хорошо насыщенных кислородом водных потоках. Кроме того, пренебрежение в рассмотренной модели диффузионным членом уравнения ограничивает область её применения. Для водотоков Доббинз установил критерий, позволяющий обоснованно решать в каждом конкретном случае, можно ли пренебречь диффузионным членом (эффектом продольной дисперсии). Если выполняется неравенство

$$\frac{U^2}{k_1 D_L} \leq 200,$$

где D_L – коэффициент продольной дисперсии, то продольной дисперсией можно пренебречь. Этот критерий довольно часто справедлив для рек, но не выполняется для водоемов.

Существует множество факторов, помимо реэрации и окисления ОВ, заметно влияющих на режим кислорода в водотоке и, тем более, в водоеме. Поэтому имеется немало попыток дополнительно учесть эти факторы в модификациях модели Стритера-Фелпса.

3.3.3. Коэффициенты модели окисления органического вещества

Рассмотренные выше константы окисления ОВ могут считаться квазипостоянными только в пределах определенных, не изменяющихся или слабо изменяющихся внешних условий.

При окислении ОВ по закону кинетики первого порядка расчет величины константы k_1 для модели Стритера-Фелпса можно выполнить по данным о величине потребленного в процессе окисления кислорода за два равноотстоящих промежутка времени по формуле

$$k_1 = \frac{1}{t} \ln \frac{BOD_T}{BOD_{2T} - BOD_T} \quad (3.4)$$

Для многих веществ, входящих в состав промышленных и бытовых сточных вод, эти константы получены в лабораторных условиях. Широко известны таблицы Каплина [20], в которых все изученные вещества классифицированы по величине k_1 на:

- 1) биологически мягкие вещества ($k_1=0,3 - 1,4 \text{ сут}^{-1}$),
- 2) промежуточные ($k_1=0,06 - 0,3 \text{ сут}^{-1}$),
- 3) биологически жесткие вещества ($k_1=0,001 - 0,06 \text{ сут}^{-1}$).

Применяя формулу (3.4) для определения коэффициента окисления в реальных природных условиях, значения k_1 следует рассматривать как средние, поскольку эта величина изменяется во времени. Это происходит потому, что в природе существует смесь различных органических соединений. Среди них есть вещества более доступные («вкусные») для бактерий, т.е. в начальный период всегда окисляются соединения с более высокими значениями k_1 . С течением времени, по мере углубления процесса биохимического разложения, эти вещества постепенно исчезают из воды и начинают доминировать продукты, окисляющиеся со все меньшими скоростями. При этом характер изменения общего k_1 может быть установлен путем дифференцирования выражения для концентрации смеси ОВ по прошествии времени t [19].

Представим C_0 как сумму различных соединений

$$C_0 = \sum_{i=1}^n \vartheta_i C_{0i},$$

где ϑ – доля отдельного соединения в общей концентрации ОВ. Тогда

$$C_T = \sum_{i=1}^n \vartheta_i C_{Ti} = \sum_{i=1}^n \vartheta_i C_{0i} e^{-k_i t} \quad (3.5)$$

Продифференцировав (3.5), получим

$$\frac{dC}{dt} = -k_1 C_T = -\sum_{i=1}^n k_i \vartheta_i C_{0i} e^{-k_i t}, \quad (3.6)$$

откуда

$$k_1 = \frac{\sum_{i=1}^n k_i \vartheta_i C_{0i} e^{-k_i t}}{\sum_{i=1}^n \vartheta_i C_{0i} e^{-k_i t}}$$

На практике, впрочем, очень редко удается выделить отдельные составляющие исходного вещества. Обычно пользуются выделением условных классов соединений – трудно (или медленно) и легко (или быстро) окисляемых составляющих исходного вещества, т.е. решают уравнение (3.6) при $n=2$.

Итак, в статических условиях модель Стритера-Фелпса с некоторым приближением описывает процесс разложения ОВ в условиях достаточного количества кислорода и отсутствия каких-либо ингибирующих влияний на развитие микроорганизмов (другие трофические уровни в данном случае не рассматриваются).

Основной фактор внешней среды, определяющий скорость всех химических и биологических реакций – это температура воды. Зависимость скорости реакции от температуры в термодинамике выражается законом Ван-Гоффа – Аррениуса

$$\frac{d(\ln K)}{dT_A} = \frac{E_A}{RT^2},$$

где T – абсолютная температура среды в градусах Кельвина, E_A – константа активной энергии, R – универсальная газовая постоянная. Интегрируя это уравнение, получаем

$$\ln \frac{k_2}{k_1} = \frac{E_A(T_2 - T_1)}{RT_2 T_1},$$

где k_1 и k_2 – константы скоростей реакций при температурах T_1 и T_2 соответственно. По существующему международному соглашению все химические и биологические реакции приводят к 20°C. Тогда

$$k_T = k_{293^\circ K} e^{\frac{E_A(T - 293)}{RT \cdot 293}}$$

Так как колебания температуры в природных водах происходят в относительно небольшом диапазоне (около 30°C), можно считать

$$e^{\frac{E_A}{RT}} \approx \text{const} = \theta.$$

Основное уравнение можно записать в виде

$$k_T = k_{20} \theta^{T-20} \quad (3.7)$$

Вид зависимости (3.7) коэффициента окисления от температуры используется в моделях самоочищения. Экспериментально определены ве-

личины θ для различных процессов. Величина этого коэффициента для процесса самоочищения природных вод от загрязнения сточными водами принимается равной 1,047.

Как уже указывалось в предыдущем разделе, коэффициент окисления получают обычно в статических, лабораторных условиях при обработке экспериментальных данных по кинетике БПК. При этом, естественно, игнорируется влияние перемешивания воды в потоке на скорость процесса окисления. В случае соблюдения условий стационарности и равномерности потока величина коэффициента окисления может быть оценена по данным натурных наблюдений с использованием уравнения:

$$k_1 = \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{BOD_A}{BOD_B},$$

где BOD_A и BOD_B – величины БПК соответственно в створах реки A и B , Δt – интервал времени, определяемый отношением расстояния между створами к скорости водного потока в реке.

В реках процесс биохимического окисления протекает значительно быстрее, чем в лабораторных условиях. Постоянное перемешивание воды создает оптимальные условия для жизнедеятельности микроорганизмов, участвующих в процессе окисления, что ускоряет процесс биохимического окисления. Поэтому при отсутствии измерений величины k_1 , непосредственно в реке было предложено использовать коэффициент окисления, состоящий из статической и динамической составляющих $k_1 = k_{\text{СТАТ}} + k_{\text{ДИН}}$.

Исследованию величины динамической составляющей коэффициента окисления посвящены многочисленные работы. На основании натурных экспериментов были установлены эмпирические зависимости этой динамической составляющей коэффициента окисления от характеристик речного потока. Общий вид этих зависимостей

$$k_{\text{ДИН}} = \frac{U}{R} f(Re, Re_D, R, \frac{b}{h}, \frac{\Delta}{R}),$$

$$Re = \frac{UR}{\nu},$$

$$Re_D = \frac{UR}{D_x},$$

где R – гидравлический радиус, h, b, Δ – средняя глубина, ширина и шероховатость русла, Re – число Рейнольдса, D_x – коэффициент продольной дисперсии.

Но нельзя не обратить внимания на явные теоретические недостатки этого эмпирического подхода к решению проблемы. Так, при $k_1 \rightarrow 0$, т.е. при биологически жестких, а в пределе консервативных, веществах, динамическая составляющая, зависящая только от характеристик потока, может быть весьма велика и расчет может давать быстрое самоочищение, противоречащее реальному процессу. Более адекватна запись в виде $k_1 = k_{\text{СТАТ}} k_{\text{ДИН}}$.

Как показали наблюдения, при применении модели Стриттера-Фелпса для быстро текущих вод использование динамической составляющей коэффициента окисления дает заметное улучшение результатов расчета.

Весьма сложной остается проблема оценки коэффициента реаэрации k_2 . Как было установлено в результате многочисленных экспериментов, коэффициент реаэрации в первом приближении вполне удовлетворительно рассчитывается по эмпирическим зависимостям от основных характеристик речного потока. В качестве примеров можно привести некоторые эмпирические уравнения, позволяющие оценить величину коэффициента реаэрации [5]:

с учетом скорости U и глубины потока H

$$k_2 = aU^x H^y,$$

с учетом коэффициента дисперсии D_L и глубины H

$$k_2 = bD_L^z H^{-y},$$

с учетом расхода воды Q

$$k_2 = cQ^{-r},$$

где a, b, c, x, y, r, z – эмпирические коэффициенты.

Величина k_2 должна быть скорректирована по температуре воды по уравнению (3.7), при этом величина температурного коэффициента θ принимается равной 1,025.

И все же, несмотря на большой выбор формул для определения k_2 , приходится констатировать факт, что в тех случаях, когда нужно рассчитать с большой точностью кислородный режим водотока, коэффициент реаэрации лучше определять экспериментально. В настоящее время отсутствует достаточно надежная модель реаэрации, которая могла бы быть использована в расчетах для конкретного водотока без предварительного тщательного исследования его гидравлических характеристик. Но даже и в этом случае ошибка расчета будет оставаться значительной, особенно при малых скоростях течения и больших глубинах.

3.3.4. Усовершенствованные модели окисления

Уже сами Стриттер и Фелпс отмечали ограниченность своей модели. В дальнейшем эта модель значительно модифицировалась, в нее последовательно включались такие процессы, как фотосинтез, седиментация взвешенных веществ, поглощение кислорода донными отложениями, нитрификация и т.д. с целью учесть как можно больше факторов, влияющих на взаимодействие РК и БПК (рис. 15).

Нет необходимости перечислять и обсуждать все предложенные модификации модели, поэтому ограничимся лишь наиболее значительными дополнениями модели. К концу 60-х годов более сложное описание суточ-



Рис.15. Факторы, определяющие взаимодействия ПК и БПК

ной во времени, k_3 – коэффициент скорости убыли загрязняющего вещества за счет процессов адсорбции и осаждения. Развивая эту модификацию, некоторые авторы учитывают внутрисуточную изменчивость фотосинтеза в форме периодической функции, принимая

$$P(t) = P_{MAX} \cos(\omega t - \varphi),$$

где P_{MAX} – максимальная суточная интенсивность фотосинтеза, ω – частота суточного колебания, φ – фазовый сдвиг.

В некоторых моделях посредством введения дополнительного коэффициента учитывается фаза нитратного БПК

$$\frac{dC}{dt} = -k_C C_C - k_N C_N. \quad (3.8)$$

Нетрудно видеть, что модель (3.8) идентична модели разложения двухкомпонентного органического вещества и при этом возникает необходимость определения начальных концентраций углеродных и азотных соединений.

Наиболее уязвимым местом модификаций моделей Стритера-Фелпса является предположение о постоянстве расхода воды вдоль реки. Поэтому реку делят на ряд участков с квазипостоянным расходом и проводят расчеты отдельно для каждого участка.

3.4. Нелинейные модели самоочищения

Трансформация и разложение ОВ в воде на 99% осуществляется под воздействием живых организмов, и лишь ничтожная его доля переходит из одного состояния в другое в результате простых химических реакций. Основные трудности математического моделирования этих процессов состоят в необходимости формализовать сложные биологические взаимодействия. Применительно к задачам расчета самоочищения природных вод это относится к связи между микроорганизмами и ОВ (субстратом).

ных колебаний РК было развито в модели О'Коннора и Ди Торо, в которой учитываются, во-первых, осаждение загрязняющих веществ, во-вторых, процессы фотосинтеза и дыхания как планктона, так и прикрепленных растений (перифитона). Эта модель имеет вид:

$$\frac{dC}{dt} = -(k_1 + k_3)C,$$

$$\frac{dDO}{dt} = -k_1 C + k_2 (DO_S - DO) + (P - R),$$

где $P - R$ – разность выделения кислорода в воду при фотосинтезе и потребления РК при дыхании растений, принятая постоянной

Возникает необходимость введения в модели самоочищения дополнительной переменной, что приводит к моделям второй из перечисленных в предыдущем разделе групп моделей. Они предполагают, что количество загрязняющего вещества служит лимитирующим фактором развития микроорганизмов, поэтому для скорости биохимического окисления существенна скорость их развития. Здесь, как и в моделях первой группы, считается, что концентрация РК не влияет на скорость окисления ОВ.

Рассмотрим подробнее модель описания скорости роста микроорганизмов и потребления ими субстрата. Обычно выделяют несколько четко выраженных фаз этого процесса: уже упоминавшуюся лаг-фазу, фазу ускоренного роста бактерий, фазу замедленного их роста, стационарную фазу и фазу отмирания бактерий. В широком диапазоне условий развития микроорганизмов скорость их роста пропорциональна биомассе, т.е.

$$\frac{dB_M}{dt} = \mu B_M,$$

где B_M – биомасса микроорганизмов, μ – удельная скорость роста, т.е. скорость на единицу биомассы. Значение μ можно считать постоянным только в фазе ускоренного роста, в общем случае же оно зависит от концентрации лимитирующего субстрата. Еще в начале 40-х годов гидробиолог Моно предложил уравнение, аналогичное полученному Михаэлисом и Ментеном для скорости ферментативного окисления в теории ферментативных реакций,

$$\mu = \frac{\mu_{MAX} C}{K_C + C}, \quad (3.9)$$

где μ_{MAX} – максимальная удельная скорость роста, K_C – параметр полунасыщения, равный концентрации субстрата, при которой скорость процесса равна половине максимальной ($\mu = 0,5\mu_{MAX}$).

Таким образом, для описания изменения концентрации загрязняющего ОВ используется уже два уравнения [6]:

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{1}{Y} \frac{\mu_{MAX} B_M C}{K_C + C}, \quad (3.10)$$

$$\frac{dB_M}{dt} = \frac{\mu_{MAX} B_M C}{K_C + C},$$

где Y – коэффициент трансформации субстрата в биомассу микроорганизмов, названный *экономическим коэффициентом* [7]. Этот коэффициент характеризует физиологическое состояние бактерий, показывая, какая доля использованного субстрата превращается в вещество тела бактериальных клеток. Его значение зависит от характера энергетических процессов. При дыхании экономический коэффициент относительно высок, при брожении он снижается. Аэробные организмы более продуктивно используют энергию субстрата, выход биомассы может достигать у них

30-50% по отношению к потребленному субстрату. У анаэробных микроорганизмов величина Y не превышает 20%.

В условиях, когда $C \gg K_c$, $\frac{dC}{dt} = \mu_{max}$, т.е. скорость окисления постоянна и равна максимальной, при $K_c \gg C$ скорость окисления соответствует уже известному уравнению реакции первого порядка. График модели (3.9) представлен на рис. 16.

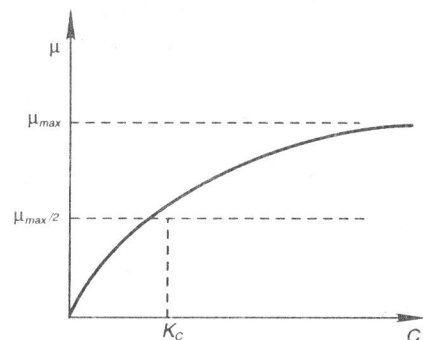


Рис. 16. Зависимость удельной скорости роста микроорганизмов от концентрации субстрата

и скорость окисления прямо пропорциональна концентрации субстрата (реакция первого порядка), что соответствует линейной фазе ускоренного роста бактерий.

Таким образом, величина коэффициента K_c , называемая константой Моно (иногда константой Михаэлиса или Михаэлиса-Ментен), отражает в данном случае специфические свойства бактериального сообщества. Её значения указывают на чувствительность микроорганизмов к субстрату. Чем больше значение этой константы, тем больше субстрата требуется, чтобы процесс окисления достиг максимальной скорости.

Для более точного описания роста бактерий были предложены различные модификации модели Моно, учитывающие процессы отмирания и ингибирования (угнетения, отравления) микроорганизмов [17]. Разработаны также весьма сложные модели, отражающие зависимость скорости окисления от дефицита кислорода, хотя обычно считается, что интенсивность разложения ОВ мало зависит от концентрации кислорода, реально наблюдаемой в водоеме. Следует заметить, что все модели, основанные на обобщенной системе уравнений (3.10), предполагают, что в основе самоочищения лежит разложение загрязняющего вещества обобщенным типом микроорганизмов. В реальных же условиях происходит разложение многокомпонентного загрязнителя сообществом многих видов микроорганизмов.

Рассмотренная кинетическая модель Моно получила очень широкое распространение при описании многих биологических взаимодействий,

Модель Моно физически (точнее биологически) более обоснована, чем простая кинетика окисления ОВ, соответствующая функции первого порядка. Согласно этой модели:

– при высокой концентрации субстрата микроорганизмы быстро насыщаются, реакция окисления не зависит от концентрации субстрата (в этом случае имеет место реакция нулевого порядка),

– при низких концентрациях субстрата микроорганизмы особенно активны (голодны) и

особенно активны (голодны) и

необходимых для моделирования биологического круговорота в водных экосистемах. В частности, один из важнейших процессов – потребление биогенных элементов водорослями в процессе фотосинтеза описывается моделью Моно. Процессы питания организмов более высоких трофических уровней (зоопланктон, рыбы) также описываются этой нелинейной моделью. Экспериментально определены коэффициенты Моно для основных биологических процессов и биогенных элементов и составлены таблицы этих коэффициентов [26]. Следует, правда, отметить, что экспериментальные оценки коэффициентов Моно варьируют в значительных пределах, в зависимости от типа питания и вида взаимодействующих организмов.

И, наконец, рассмотрим еще один подход к описанию биологических процессов, учитывающий взаимодействия в системе хищник-жертва. Для описания такого взаимодействия используются уравнения, известные в биологии как модели простейшего биоценоза Лотка-Вольтерра [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= K_0 N_1 - K_1 N_1 N_2, \\ \frac{dN_2}{dt} &= K_2 N_1 N_2 - K_3 N_2, \end{aligned}$$

где N_1 и N_2 – численность соответственно жертв и хищников, K_0 , K_1 , K_2 , K_3 – константы.

Первые члены в правых частях уравнений описывают процесс рождения, вторые – отмирания жертв и хищников.

Применительно к системе микробного окисления субстрата, где хищник – это микроорганизмы, а жертва – это субстрат (органическое вещество), эта система уравнений будет выглядеть так:

$$\frac{dC}{dt} = -\alpha B_M C, \tag{3.11}$$

$$\frac{dB_M}{dt} = \beta B_M C - \gamma B_M,$$

где α , β , γ – коэффициенты.

Эта модель позволяет учесть и лаг-фазу и соответствие максимальной численности микроорганизмов максимальной скорости их роста. Уравнения модели решаются аналитически, но оценка коэффициентов представляет значительные трудности. Модель системы «хищник-жертва» можно комбинировать с кинетической моделью Моно, используя последнюю вместо линейной зависимости для концентрации «жертвы» в уравнении (3.11) [27].

Рассмотренные в этой главе кинетические модели служат обычно блоками более общих сложных моделей, предназначенных для описания биологического круговорота в водной экосистеме с учетом пространственных изменений рассматриваемых характеристик водоема.

Проблемы трансформации загрязняющих веществ в экосистеме не сводятся к описанию только изменения их концентрации. Важно оценить также, каким образом меняется структура и функционирование экосистемы при возникновении нагрузки в виде загрязняющего вещества. Для решения этих вопросов в большинстве случаев недостаточно ограничиваться моделью двухзвенной пищевой цепи. Возникает необходимость разрабатывать модели, учитывающие сосуществование в экосистеме водных организмов различных трофических уровней и многообразие видов водных организмов, связанных друг с другом весьма сложными соотношениями. В этом случае в основе модели взаимодействия загрязняющего вещества с экосистемой должна лежать сложная модель биотического круговорота углерода и других биогенных элементов. В таких моделях самоочищения воды экосистема представляется состоящей из следующих основных групп компонентов:

- 1) абиотические вещества (биогены),
- 2) продуценты (растения),
- 3) консументы (зоопланктон, бентос, рыбы),
- 4) редуценты (бактерии, грибы),
- 5) переходные формы (растворенные формы ОВ, детрит и ОВ донных отложений).

Таким образом, описание изменения БПК как обобщающего параметра заменяется описанием режима циклов биогенов, изменения биомассы гидробионтов и т.д. Примером может служить наиболее полная к настоящему времени модель качества воды в реках – QUAL-2E-UNCAS, разработанная Агентством по охране окружающей среды США и включающая 15 параметров. Однако, создание подобных моделей при всей их перспективности связано с серьезными трудностями, не рассматриваемыми в настоящем пособии.

ГЛАВА 4. МОДЕЛИ ЭВТРОФИРОВАНИЯ ВОДОЕМОВ

4.1. Процесс эвтрофирования

Процесс эвтрофирования водных объектов состоит в увеличении из года в год первичной продукции органического вещества вследствие обогащения водного объекта биогенными (питательными) веществами, стимулирующими рост автотрофных гидробионтов. Эвтрофирование – закономерный природный процесс развития озерной экосистемы. В естественных условиях это развитие происходит очень медленно, в течение геологических эпох, за которые водоем проходит несколько стадий трофического состояния – от олиготрофного до эвтрофного и дистрофного. Однако, в XX веке человек существенно увеличил использование биогенных веществ, особенно в сельском хозяйстве в качестве удобрений и в быту в качестве синтетических моющих средств и, главное, начал широко использовать городские канализационные системы. Значительная часть этих ве-

ществ попадает в реки и водоемы и, таким образом, ускоряет их эвтрофирование. Ускоренный процесс, названный антропогенным эвтрофированием, характеризуется тем, что водоем проходит все стадии трофического состояния не за тысячи лет, а за несколько десятилетий и менее. Антропогенное эвтрофирование поверхностных вод стало заметно особенно в последние 30 лет.

Масштабы и темпы процесса антропогенного эвтрофирования определяются плотностью городского населения, интенсивностью хозяйственной деятельности человека, приводящих к увеличению притока биогенных веществ (главным образом минеральных соединений азота и фосфора) в водотоки и водоемы. Возникающие при этом изменения на всех трофических уровнях экологической системы водоема приводят к нарушению её сбалансированности и коренной перестройке. В водном объекте начинают доминировать быстроразмножающиеся виды организмов с коротким жизненным циклом. Процесс деструкции и утилизации быстро накапливающегося ОВ начинает отставать от процесса его образования. В воде появляется большое количество детрита – взвешенного ОВ отмирающих организмов. Доминирующая в нормальных условиях многозвенная пищевая цепь утилизации ОВ с участием разнообразных водных животных сменяется доминирующей двухзвенной детритной, при которой становится ведущей роль бактерий в разложении ОВ фитопланктона до минеральных соединений, которые вновь используются водными растениями.

Изменение величины потоков биогенных веществ (в частности, фосфора) через границу вода-дно представляет собой один из признаков перестройки экосистемы водоема при эвтрофировании. Повышение продуктивности водоема приводит к увеличению поступления на дно ОВ и входящих в него биогенных элементов. В результате содержание ОВ в донных отложениях возрастает, интенсифицируются процессы его разложения (деструкции), изменяются окислительно-восстановительные условия среды, увеличивается содержание в отложениях подвижных минеральных форм биогенных элементов. Усиливается поток соединений азота и фосфора в воду, в результате чего в эвтрофных водоемах он становится важным источником вторичного загрязнения водной массы биогенными веществами. Таким образом, эти изменения в обмене соединениями азота и фосфора между водой и донными отложениями, будучи одним из индикаторов процесса эвтрофирования, одновременно выступают в качестве фактора, ускоряющего процесс эвтрофирования. Более того, они могут стать решающим препятствием для деэвтрофирования водоема [15]. Поэтому описание взаимодействия биогенных элементов в системе «вода-донные отложения» представляется важным компонентом моделей функционирования экосистем и эвтрофирования водоемов.

Следствия эвтрофирования – резкое ухудшение качества воды и снижение рыбопродуктивности водоема. Поэтому антропогенное эвтрофирование следует рассматривать как следствие химического загрязнения природных вод. Наиболее общим современным под-

ходом к прогнозированию и регулированию этого процесса является математическое моделирование.

Достаточное количество наблюдений для перехода от вполне оформившихся качественных представлений о механизме эвтрофирования к попыткам количественной его оценки было накоплено к концу 60-х годов нынешнего столетия. Таким образом, была создана необходимая основа для разработки математических моделей, первое обобщение которых издано в США в виде монографии «Моделирование процессов эвтрофирования» [27].

В дополнение к трем основным жизненно важным элементам (углерод, водород и кислород) водным организмам требуются и другие биогенные вещества, недостаток любого из которых лимитирует развитие организмов. Многочисленные наблюдения за содержанием биогенных веществ в водоемах показали, что в большей части природных водоемов лимитирующим биогенным элементом является фосфор либо, гораздо реже, азот.

Специфика всех моделей эвтрофирования, с формальной точки зрения, заключается в попытках адекватно описать связи изменения запаса в воде биогенных веществ с трофическим состоянием водоема, отражаемым, в первую очередь, величиной его первичной продукции. На этом пути условно выделяют две группы моделей: а) качественно-аналитические и эмпирические; б) сложные полуэмпирические или имитационные.

Для первой группы характерно:

- небольшое количество моделируемых параметров состояния, имеющих сходную структуру, таксономию или другие характеристики; примером может служить количественная характеристика общего фосфора, встречающихся в природных и сточных водах в виде суммарной массы элемента P во всех его формах, или биомассы многочисленных видов фитопланктона по концентрации хлорофилла «а» в нефилтрованной воде водного объекта; в лимнологической литературе стало общепринятым общий фосфор обозначать символом TP (total phosphorus), а хлорофилл «а» — символом $Chl.a$;

- небольшое число элементарных связей, что вытекает из объединения параметров;

- исследование средних для водоема стационарных условий протекания процесса эвтрофирования.

Вторая группа моделей предназначена для воспроизведения взаимосвязанных изменений отдельных форм элемента. Это обычно сложные модели по приведенной в главе 1 типизации. Эти модели детализированы, многокомпонентны и требуют больших объемов исходной информации.

Необходимо подчеркнуть одну важную особенность водоемов, а именно – скорость изменения результирующей баланса, т.е. запаса TP , значительно меньше, чем скорость основных внутриводоемных биологических и биохимических процессов его трансформации. Эта особенность позволила в проблеме эвтрофирования вы-

делить две ключевые задачи, которые в первом приближении могут решаться независимо:

- 1) прогнозирование или расчет содержания TP в водоеме,
- 2) прогнозирование состояния экосистемы на данном уровне содержания TP .

При более общем подходе возникает третья важная задача, которая здесь не рассматривается, но которую необходимо иметь в виду. Это прогнозирование стока биогенных веществ с водосбора в зависимости от его ландшафтной структуры и условий формирования водного и химического стока, с учетом антропогенных факторов.

4.2. Качественно-аналитические модели эвтрофирования

Чисто эмпирические модели, основанные на статистической регрессионной связи между параметрами, определяющими процесс эвтрофирования и показателями этого процесса, к настоящему моменту практически не используются вследствие своей явной ограниченности.

Развитие качественно-аналитических, или балансовых (бюджетных), моделей связано с именем швейцарского лимнолога Фолленвайдера. Первым шагом на пути моделирования процесса эвтрофирования была диаграмма Фолленвайдера (рис. 17), разработанная им по данным наблюдений за трофическим состоянием озер Европы и Северной Америки. По этой диаграмме можно установить эмпирическое соотношение между величиной фосфорной нагрузки на единицу площади водоема LP и его трофическим состоянием (статусом) и ориентировочно оценить состояние озер по данным о фосфорной нагрузке и средней их глубине:

$$LP = \frac{TP_{IN}}{F},$$

где TP_{IN} – общий приток за год массы фосфора с водой из различных источников, F – площадь водоема.

Для вычисления концентрации TP в озере Фолленвайдер [29] применил простое балансовое уравнение идеально перемешиваемого водоема (см. главу 2). В это уравнение в качестве основных составляющих входят величины поступления вещества с водосбора и выноса его из водоема:

$$W \frac{dP}{dt} = TP_{IN} - QP - K_s WP, \quad (4.1)$$

где TP_{IN} – приток фосфора с водосбора за определенный промежуток времени t , P – концентрация фосфора в водоеме, W – объем воды, Q – расход воды, вытекающей из водоема за то же время t , K_s – коэффициент седиментации (осаждения) фосфора.



Рис. 17. Трофический статус водоема [29]

Приведенное уравнение отличается от балансового уравнения консервативного вещества наличием неконсервативного члена в правой части, характеризующего процесс накопления массы TP в донных отложениях водоема, выраженную в виде доли от исходной массы фосфора в воде, либо (при $K_S < 0$) поступающую в нее из донных отложений в течение расчетного времени t . Коэффициент K_S , хотя и называется коэффициентом седиментации, представляет собой по сути результирующую величину показателя всех процессов трансформации фосфора, которые приводят к его накоплению в воде и донных отложениях: сорбции, осаждения, захоронения в отложениях, выноса из них в воду и т.д. Как видно из уравнения, Фолленвайдер предложил описывать этот результирующий процесс в виде линейной зависимости обмена фосфора в системе вода-донные отложения от его запаса в воде.

Решение уравнения (4.1) имеет вид:

$$P = \frac{TP_{IN}}{Q + K_S W} \left[1 - e^{-\left(\frac{Q}{W} + K_S\right)t} \right] + TP_{IN} e^{-\left(\frac{Q}{W} + K_S\right)t}, \quad (4.2)$$

где P_{IN} – концентрация фосфора в воде притока.

Как видно, решение (4.2) отличается от решения задачи о средней концентрации консервативного вещества в водоеме при его ступенчатом изменении во входном створе только наличием коэффициента K_S .

Альтернативный подход к описанию процесса седиментации фосфора состоит в том, что последний член балансового уравнения (4.1) должен быть функцией площади дна водоема

$$W \frac{dP}{dt} = TP_{IN} - QP - vAP, \quad (4.3)$$

где A – площадь дна водоема, v – так называемая кажущаяся скорость осаждения фосфора.

Для стационарных условий ($dP/dt = 0$) решение уравнения (4.2) имеет вид:

$$P = \frac{TP_{IN}}{Q + K_S W}, \quad (4.4)$$

уравнения (4.3):

$$P = \frac{TP_{IN}}{Q + vA}. \quad (4.5)$$

Формулу (4.5) можно переписать в виде

$$P = \frac{TP_{IN}}{(K_B + K_S)W} = \frac{LP}{h(K_B + K_S)},$$

где h – средняя глубина водоема.

Это решение показывает, что величина аккумулирующей способности водоема, а, следовательно, и его реакция на изменение фосфорной нагрузки, зависит от двух коэффициентов K_B и K_S . Характеристикой аккумулирующей способности водоема может служить время пребывания фосфора в водоеме (τ_{TP}), которое, аналогично времени пребывания

воды, равно отношению запаса фосфора к величине его притока. Нетрудно видеть, что

$$\tau_{TP} = \frac{1}{K_B + K_S}, \quad (4.6)$$

т.е. время пребывания фосфора в водоеме определяется не только интенсивностью водообмена, но и скоростью превращения (скоростью седиментации). При накоплении фосфора в донных отложениях при $K_S > 0$ оно меньше времени пребывания воды в водоеме τ_B ($\tau_{TP} < \tau_B$).

По этой модели можно рассчитать и время достижения экосистемой водоема нового стационарного экологического состояния при изменении концентрации фосфора в притоке (т.е. время реакции озера на изменение внешней фосфорной нагрузки). Это важно для планирования водоохранных мероприятий или разработки проектов по восстановлению экосистемы водоема. Допустим, что водоем находится в стационарном состоянии с концентрацией фосфора P_0 , но в некоторый момент времени $t=0$ нагрузка резко возросла и со временем водоем перешел в новое стационарное состояние с концентрацией фосфора P_1 . Как следует из приведенного выше решения балансового уравнения (4.2) концентрация фосфора в произвольный момент времени равна

$$P_T = P_1 - (P_1 - P_0)e^{-(K_B + K_S)t}.$$

Тогда

$$t = \frac{\ln(P_0 - P_1) / (P_0 - P_1)}{K_B + K_S}.$$

Если ввести величину $\phi = \frac{P - P_0}{P_1 - P_0} \cdot 100\%$, обозначающую долю средней концентрации фосфора в текущий момент времени от новой стационарной концентрации в процессе её достижения, то время, требуемое для достижения $\phi\%$ новой средней концентрации фосфора в водоеме при резком (ступенчатом) изменении его нагрузки равно

$$t_\phi = \frac{\ln 100 / (100 - \phi)}{K_B + K_S}.$$

Для 90%-ного уровня стационарной концентрации

$$t = \frac{2,3}{K_B + K_S}.$$

Таким образом, два водоема с разной проточностью, но при одинаковой нагрузке будут за разное время приходить в новое сбалансированное состояние по содержанию фосфора.

Рассмотрим простой пример таких расчетов.

Допустим три озера (Увильды, Друкшай и Червоное) имеют одинаковую величину притока фосфора, равную $50 \cdot 10^6$ г/год, существенно различаясь по гидролого-морфометрическим характеристикам:

	оз. Увильды	оз. Друкшай	оз. Червоное
Площадь (км ²)	60,6	49,0	40,0
Средняя глубина (м)	12,7	7,6	1,2
Сток из озера (10 ⁶ м ³ /год)	40,5	123	77
Объем озера (10 ⁶ м ³)	770	370	46,0

При одинаковом коэффициенте седиментации, равном, предположим, 0,5 год⁻¹, расчеты по формулам (4.4) и (4.6) дают для этих озер следующие результаты:

	оз. Увильды	оз. Друкшай	оз. Червоное
Средняя концентрация фосфора (мг/л)	0,118	0,162	0,500
Время пребывания фосфора (год)	1,8	0,12	0,45

Как видно из этого примера, мелководное оз. Червоное оказывается наиболее подверженным эвтрофированию при одинаковых с другими озерами нагрузке и условиями седиментации.

Трудности оценки K_S привели к предложению использовать величину удержания фосфора в озере в виде:

$$\gamma = \frac{TP_{IN} - TP_{OUT}}{TP_{IN}}$$

где TP_{OUT} – количество вытекающего с водой из озера фосфора или сбрасываемого из водохранилища.

В этом случае решение балансового уравнения имеет вид:

$$P = \frac{TP_{IN}(1-\gamma)}{WK_B}$$

или, если приток дан в виде фосфорной нагрузки на единицу площади водоема (LP)

$$P = \frac{LP(1-\gamma)}{hK_B}$$

Понятно, что и γ , и K_B являются в общем случае функциями характеристик водоема. Были предприняты многочисленные поиски эмпирических связей в виде:

$$\gamma, K_S = f(h, K_B, V, TP_{IN}),$$

где V – объем притока воды в озеро за год.

Наиболее полный обзор этих связей представлен Кэнфилдом и Бэчманом [25], которые рассмотрели очень важный вопрос о различиях в

процессах седиментации фосфора в озерах и водохранилищах. Главной особенностью, отличающей водохранилище от озера в этом плане, является более высокая доля взвешенных в воде фосфоросодержащих веществ в общем притоке фосфора в водоем, а также наличие дополнительного источника взвесей в виде продуктов более интенсивной переработки берегов, чем в озерах, что обуславливает более высокие скорости седиментации фосфора.

К концу 70-х годов в Северной Америке была разработана и реализована крупная программа по исследованию озер, цель которой состояла в выработке стратегии по борьбе с эвтрофированием. В основу программы вошла модель Фолленвайдера. При этом седиментация описывалась простым соотношением

$$\chi_S = \sqrt{K_B} = \frac{1}{\sqrt{\tau_B}}$$

Используя эту зависимость, Фолленвайдер разработал диаграммы, соответствующие полученной им эмпирической формуле для критической величины фосфорной нагрузки (рис. 18):

$$L_{KP} = 10 \frac{V}{F} \left(1 + \sqrt{\frac{h}{V/F}} \right)$$

Величина V/F , часто называемая гидравлической нагрузкой водоема, представляет собой годовой объем притока воды, распределенный в виде равномерного слоя по площади водоема.

По диаграммам Фолленвайдера можно рассчитать L_{CR} в зависимости от двух из трех известных параметров V/F , h и τ_B .

В дальнейшем, как и для модели Стритера-Фелпса, было предложено немало модификаций модели Фолленвайдера, направленных на её совершенствование и более полный учет наблюдаемых закономерностей изменений содержания фосфора в водоемах.

Во-первых, были попытки учесть тот факт, что далеко не весь фосфор, фигурирующий в модели, биологически доступен. Прежде всего, следует из него вычесть аллохтонный взвешенный фосфор, быстро осаждающийся в озере и не играющий существенной роли в биологическом круговороте. Это можно учесть с помощью коэффициента ω (доля

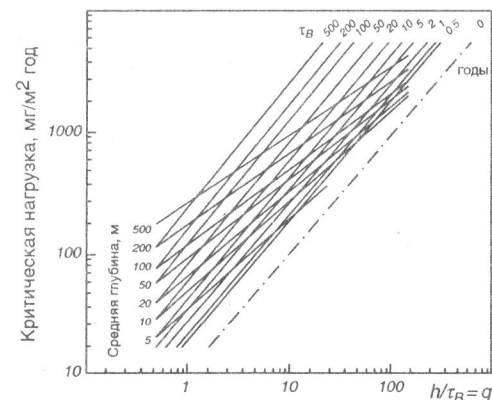


Рис. 18. Зависимость критической фосфорной нагрузки на водоем от величины V/F и глубины водоема

взвешенной фракции фосфора в общем его притоке), записав основное балансовое уравнение в виде:

$$W \frac{dP}{dt} = (1-\omega)TP_{IN} - QP - K_S WP.$$

Величина ω , по-видимому, зависит от физико-географических характеристик бассейна.

К числу важнейших допущений модели Фолленвайдера относится условие полного мгновенного перемешивания воды в водоеме, что для узких и длинных долинных водохранилищ не всегда может быть приемлемым. В этом случае можно попытаться использовать модель идеального вытеснения воды, поступающей в водохранилище с водой притока. Решение для этого случая предполагает наличие продольного градиента концентрации фосфора в водоеме и имеет вид:

$$P_x = P_{IN} e^{-K_S x},$$

где P_{IN} – концентрация фосфора в притекающих в водоем водах, P_x – концентрация фосфора на расстоянии x от входного створа водоема.

Средняя концентрация фосфора в водоеме P в этом случае определяется как

$$P_{HIG} = \frac{P_{IN}}{K_S t} (1 - e^{-K_S t}).$$

Описание водообмена в виде мгновенного перемешивания и идеального вытеснения можно объединить, представив модель среднего содержания фосфора в водоеме в виде:

$$P = DP_{VOLL} + (1-D)P_{HIG},$$

где P_{VOLL} , P_{HIG} – средние значения концентрации фосфора, рассчитанные по модели Фолленвайдера и Хиггинса соответственно, D – безразмерный коэффициент, определяемый путем калибровки модели. Простая попытка учесть особенности водообмена в водоемах может быть успешно реализована только при наличии достаточно большого материала натуральных наблюдений, требуемого для оценки величины D .

Были реализованы также попытки рассмотреть изменение фосфора в системе вода-донные отложения. Модель, учитывающая обмен водной массы фосфором с дном предложена Лоренцем. Концептуальная схема модели представлена на рис. 19.

Уравнения модели записываются в виде:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{TP_{IN}}{W} + \frac{K_2 FP_S}{W} - \frac{K_1 FP}{W} - \frac{PQ}{W},$$

$$\frac{dP_S}{dt} = \frac{K_1 FP}{W_S} - \frac{K_2 FP_S}{W_S} - \frac{K_3 K_3 FP}{W_S},$$

где W_S – объем донных отложений, P_S – концентрация фосфора в донных отложениях, K_1 , K_2 , K_3 – коэффициенты.

Эти уравнения могут быть решены численно или аналитически, но аналитическое решение получается очень громоздким. Наиболее сложно оценить коэффициенты K_1 , K_2 , K_3 , причем речь может идти только об их среднегодовых значениях.

Обсуждавшиеся выше модели не могут быть использованы для расчета средней величины концентрации фосфора за более короткие (чем год) периоды времени, поэтому не могут быть использованы для прогноза момента наступления и длительности «цветения» озера, а также сезонных изменений качества воды. Для изучения сезонных изменений содержания фосфора в водоеме необходимо использовать модель, состоящую, по крайней мере, из двух блоков, отдельно описывающих процессы, протекающие в эпилимнионе и гипolimнионе водоема. Примером такого исследования может служить модель Имбоудена. При этом рассматривается уже не один главный параметр состояния, а, как минимум, два ПС, например, концентрация фосфора в эпи- и гипolimнионе. Пространственное распределение фосфора в водоеме дополнено описанием взаимодействия и обмена между различными фракциями фосфора (взвешенной и растворенной), причем кинетика реакций описывается по уравнению первого порядка.

Баланс масс фосфора для такой модели экосистемы (рис. 20) записывается в виде системы уравнений:

Для эпилимниона

$$W_1 \frac{dP_{SOL,1}}{dt} = TP_{SOL,1} - QP_{SOL,1} + K_D F_{1,2} (P_{SOL,2} - P_{SOL,1}) - K_{UP,1} W_1 P_{SOL,1} - K_{R,1} W_1 P_{SED,1};$$

$$W_1 \frac{dP_{SED,1}}{dt} = TP_{SED,1} - QP_{SED,1} + K_D F_{1,2} (P_{SED,2} - P_{SED,1}) + K_{UP,1} W_1 P_{SED,1} - k_{R,1} W_1 P_{SED,1} - \sigma_1 W_1 P_{SED,1}.$$

Для гипolimниона

$$W_2 \frac{dP_{SOL,2}}{dt} = TP_{SOL,2} + K_D F_{1,2} (P_{SOL,1} - P_{SOL,2}) + K_{R,2} W_2 P_{SOL,2};$$

$$W_2 \frac{dP_{SED,2}}{dt} = TP_{SED,2} + K_D F_{1,2} (P_{SED,1} - P_{SED,2}) - K_{R,2} W_2 P_{SED,2} + K_{SED,1} W_1 P_{SED,1} - K_{SED,2} W_2 P_{SED,2}.$$

Индексом 1 обозначены параметры, относящиеся к эпилимниону, а индексом 2 – к гипolimниону. Аналогично, индекс SOL относится к растворенному фосфору, SED – к взвешенному фосфору, K_D – коэффициент вертикальной диффузии в слое плотностного скачка, K_R – коэффициент разло-



Рис. 19. Концептуальная схема модели Лоренца

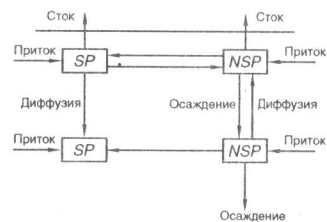


Рис. 20. Концептуальная схема фосфорной модели Имбоудена

жения взвешенного фосфора, K_{UP} – коэффициент потребления растворенного фосфора, TP – поступление фосфора в водоем, $F_{1,2}$ – площадь водоема на уровне между эпилимнионом и гипolimнионом, K_{SED} – коэффициент осаждения взвешенного фосфора.

Таким образом, в этой модели учитываются процессы внутриводоемного круговорота фосфора, которые игнорируются в простой балансовой модели Фолленвайдера.

4.3. Оценка трофического состояния водоемов

Несмотря на то, что доминирующая роль фосфора в процессе эвтрофирования водоемов является в настоящее время общепризнанной, переход от концентраций фосфора, рассчитанных по рассмотренным выше моделям, к величинам, характеризующим трофическое состояние водоема (прежде всего, его продуктивность), представляется не простой задачей. Трофическое состояние водоемов обычно оценивают по ограниченному набору взаимосвязанных параметров, наиболее распространенными из которых представляются содержание хлорофилла «а» в воде, значение прозрачности воды по диску Секки, величина дефицита растворенного кислорода в гипolimнионе, содержание общего фосфора. Для оценки трофического состояния по одному из этих параметров используют эмпирические зависимости. В качестве примера эмпирической связи между концентрациями общего фосфора P и хлорофилла «а» ($Chl.a$) можно привести уравнение:

$$\lg(Chl.a) = 1,449 \lg(P) - 1,136.$$

Обобщением многочисленных наблюдений на озерах установлены также эмпирические зависимости между величиной фосфорной нагрузки и величиной дефицита растворенного кислорода в гипolimнионе, между прозрачностью по диску Секки и содержанием хлорофилла «а» и т.д. Для оценки трофического состояния водоема по перечисленным параметрам разработано большое количество классификаций, однако границы между классами в них не являются жесткими, поэтому измеренные или вычисленные значения каждого (или всех) параметров не позволяют определить однозначно трофическое состояние водоема. Поэтому в настоящее время появились более сложные системы оценки, включающие вероятность отнесения озер к определенному классу. Путем применения дискриминантного анализа данных наблюдений разработаны зависимости, позволяющие оценивать вероятность отнесения водоема к тому или иному типу (рис. 21). Эта вероятность является функцией переменной X , которую можно определить как

$$X = LP \left[\frac{V}{F} (1 + 0,824 t_B^{0,454}) \right]^{-0,815}$$

Для оценки трофического состояния водоемов применяются также различные числовые индексы, основывающиеся на значениях тех же показателей. Наиболее распространен индекс Карлсона, включающий 3 параметра: прозрачность по диску Секки, содержание в поверхностном слое водоема хлорофилла «а» и концентрацию в воде общего фосфора.

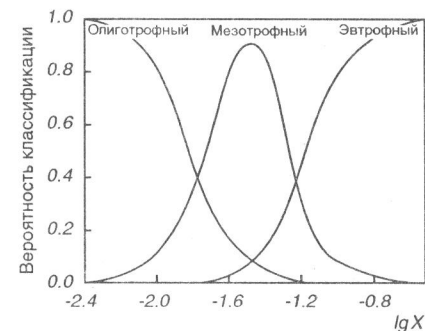


Рис. 21. Вероятностная классификация озер для определения их трофического состояния [27]

4.4. Сложные полуэмпирические модели эвтрофирования

4.4.1. Трансформация веществ в водной экосистеме

Недостаточная для водоохранных целей точность прогностических расчетов по рассмотренным простым балансовым моделям эвтрофирования, являющихся, по сути, моделями «черного ящика», привела к тому, что, наряду с совершенствованием полуэмпирических моделей, начали разрабатываться концептуальные модели процессов биологической трансформации веществ, их внутриводоемного круговорота, основанные на методологии системного анализа. Эта методология учитывает:

- 1) многообразии форм веществ в водоеме;
- 2) различные взаимодействия компонентов химической и биологической природы;
- 3) влияние физических, химических и биологических процессов, приводящих к изменению содержания веществ в воде.

Изменения параметров состояния выражается в этих моделях дифференциальными уравнениями, основанными на законе сохранения массы. Эти уравнения без особых трудностей решаются стандартными численными методами. Таким образом, конструируя модели, преследуют цель детальной компьютерной имитации пространственно-временных изменений всех, включенных в рассмотрение, компонентов экосистемы. При условии корректной проверки на адекватность они способны отвечать на многие вопросы о поведении системы в различных условиях. Наиболее важные задачи, решаемые моделированием:

- 1) исследование закономерностей режима биогенных веществ в водоеме,
- 2) описание пространственно-временных изменений массы биотических компонентов экосистемы,

3) оценка гипотез об изменении структуры экосистемы и прогноз этих изменений.

Чрезвычайно важным моментом моделирования представляется определение состава и количества моделируемых параметров и связей между ними. При этом довольно часто математическая формализация становится менее важной, чем включение в рассмотрение или игнорирование отдельных связей или параметров. Для примера приведем одну из простейших концептуальных схем биотического круговорота вещества и энергии в экосистеме водоема (рис. 22).



Рис. 22. Схема биотического круговорота веществ и энергии

Трансформация веществ и энергии в экосистеме регулируется процессами роста, дыхания, потребления, отмирания и разложения, которые, в свою очередь, зависят от параметров водной среды, таких как температура воды, прозрачность, концентрация биогенных веществ, токсичность воды и т.д. Каждый из блоков этой схемы может быть выражен в виде одной обобщенной (называемой иногда «агрегированной») переменной (например, биомассы фитопланктона, объединяющей присутствующие в экосистеме различные группы водорослей, или концентрации общего фосфора, обобщающего все находящиеся в воде формы фосфора).

Круговорот биогенных веществ образуют очень сложную систему, влияющую на функционирование всей экосистемы водоема. Поскольку солнечного света обычно достаточно для активного фотосинтеза, именно биогенные вещества лимитируют процесс первичного продуцирования ОВ и, таким образом, определяют эвтрофирование природных вод. Поэтому на моделировании круговорота биогенных веществ нередко акцентируется внимание исследователей, занимающихся проблемами эвтрофирования водоемов.

Круговорот веществ включает процесс метаболизма, т.е. обмен веществом между живыми организмами, относящимися к различным трофическим уровням, и средой. Биохимические механизмы этого обмена не до конца ясны, а его концептуальные схемы довольно сложны и, увы, пока не бесспорны.

Рассмотрим схему внутриводоемного круговорота биогенных веществ на примере фосфора (рис. 23). В водной среде присутствует большое количество химических и биологических фосфоросодержащих компонентов. Фосфор включается в клеточный состав организмов, где выполняет роль энергоносителя клетки (АТФ, АДФ), обеспечивая обменные процессы, входит в состав растворенных, взвешенных минеральных и органических веществ. Усвоение фосфора гидробионтами происходит в результате различных биохимических

процессов (фотосинтез, хемосинтез, деструкция и т.д.)

Самая легко определяемая форма фосфора – ортофосфаты (PO_4^{3-}), которую обычно отождествляют с растворенным минеральным фосфором, обозначенным на рис. 23 РМФ. В настоящее время аналитически определяются всего пять форм фосфора: РМФ, взвешенный минеральный фосфор (ВМФ), растворенный органический фосфор (РОФ) и взвешенный органический фосфор (ВОФ) в составе растворенных и взвешенных ОВ, включая водные организмы, и общий фосфор (ТР), концентрация которого равна сумме всех перечисленных выше форм фосфора. К этим формам фосфора можно еще добавить коллоидный фосфор, полифосфаты, фосфор простейших и т. д. Поэтому даже такая схема объединяет ряд параметров и может быть еще более детализирована.

Важнейшей особенностью исследований круговорота фосфора представляется количественная оценка потоков фосфора в экосистеме водоема. На рис. 24 представлен пример такой оценки, выполненной по результатам исследований озера Онтарио.

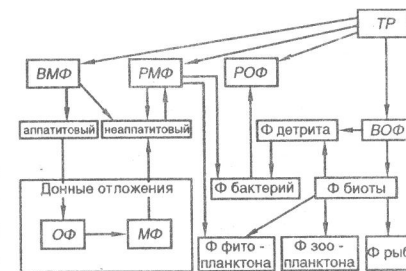


Рис. 23. Схема круговорота фосфора в экосистеме водоема

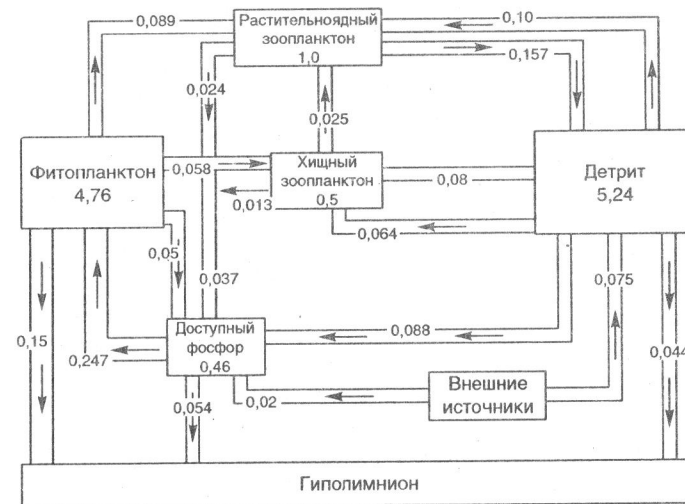


Рис. 24. Средние за июль-сентябрь потоки фосфора в эпилимнионе оз.Онтарио, в мг/л сут (в квадратах концентрации ТР даны в мг/л) [27]

Более важной проблемой при моделировании является тот факт, что существуют различные точки зрения на механизмы отдельных процессов круговорота. Например:

1) потребление фосфора, которое рассматривается по одному из трёх принципов: а) рост клеток фитопланктона зависит только от содержания фосфора в воде; б) их рост зависит и от содержания фосфора в воде, и от его запаса в клетке, который представлен полифосфатами; в) клетка может ассимилировать не только минеральный, но и органический фосфор,

2) выделение фосфора гидробионтами происходит в форме растворенного минерального или органического фосфора,

3) роль простейших в круговороте фосфора может рассматриваться нейтральной или простейшие ускоряют минерализацию органического фосфора,

4) конкуренция бактерий и фитопланктона существенно влияет на скорость роста фитопланктона или не оказывает влияния на питание водорослей.

Следует заметить, что более важную роль в круговороте фосфора играют не его запасы, а скорости процессов превращения форм фосфора из одной в другую, потребления и выделения фосфора водными организмами.

В качестве примера сложной модели круговорота фосфора приведем модель А. В. Леонова [14], блок-схема которой показана на рис. 25.

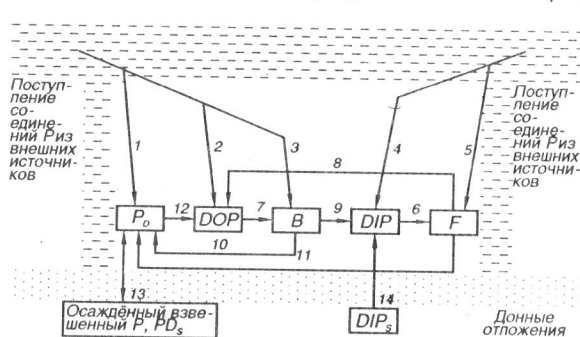


Рис. 25. Блок-схема модели трансформации соединений фосфора в озере Балатон [14]

фосфор, P – фитопланктонный (в составе живых клеток водорослей) фосфор, PD – детритный (в составе отмерших клеток водорослей) фосфор и B – бактериальный (в составе клеток бактерий) фосфор.

Соответствующие формы фосфора в составе седиментов (донных отложений озера) обозначены индексом s . Стрелками на блок-схеме показаны описываемые моделью процессы: 1-5 – поступление в каждый из четырех отсеков водоема различных форм фосфора из внешних источников с водами главного притока, со сточными

Поскольку автором модели роль простейших и зоопланктона в процессах трансформации соединений фосфора в экосистеме расценена как второстепенная, в качестве PC им выбраны: DIP – растворенный в воде неорганический фосфор, DOP – растворенный органический

водами, атмосферными осадками, которые в модели играют роль $УФ$, а также обмен этими же формами фосфора между отсеками, благодаря стоковому и ветровым течениям. Остальными стрелками показаны следующие процессы трансформации соединений фосфора внутри отсека: 6 и 7 – продукция фито- и бактериопланктона, 8 и 9 – метаболические выделения DOP и DIP соответственно фитопланктоном и бактериями в процессе их жизнедеятельности, 10-12 – образование детрита и его разложение до DOP , 13 и 14 – обмен формами фосфора на границе водная масса-донные отложения.

Центральным местом этой схемы является блок развития фитопланктона, поскольку, во-первых, именно рост автохтонной продукции фитопланктона определяет процесс эвтрофирования и большинство изменений в структуре и функционировании экосистемы и, во-вторых, изменение продукции фитопланктона экосистема водоема реагирует на изменение антропогенной нагрузки биогенных веществ.

Рассмотрим простейший баланс биомассы фитопланктона в полностью перемешиваемом водоеме

$$W \frac{dB_F}{dt} = WB_F(\mu_F - \xi_F) - \sigma_F WB_F + Q_{IN} B_{F,IN} - Q_{OUT} B_F,$$

где W – объем водоема, Q_{IN} , Q_{OUT} – приток и сток из водоема соответственно, B_F и $B_{F,IN}$ – биомасса фитопланктона в воде водоема и в воде, притекающей в водоем, соответственно, μ_F и ξ_F – удельные скорости роста и отмирания фитопланктона соответственно, σ_F – коэффициент осаднения фитопланктона.

4.4.2. Модели роста фитопланктона

Рост фитопланктона описывается первой слагаемой приведенного выше уравнения и определяется тремя основными факторами: концентрацией в воде биогенных веществ, проникающей в воду солнечной радиацией и температурой воды. В современных математических моделях эти эффекты комбинируются различными путями:

1) умножением эффектов, когда подразумевается, что эти факторы не зависят друг от друга и равнозначны,

2) простым сочетанием ограничений путем использования арифметического среднего (чаще всего из зависимостей скорости роста от концентрации биогенных веществ) и затем умножением его на лимитирующие эффекты температуры и освещенности,

3) использованием минимума из двух или более ограничений, когда подразумевается, что рассматриваемые факторы не могут быть лимитирующими в одно и то же время,

4) сложным сочетанием лимитирующих влияний, подразумевающим взаимосвязь одних и независимость других факторов.

В большинстве моделей удельную скорость роста выражают произведением максимальной удельной скорости роста (соответствующей оп-

тимальным условиям среды и для каждого вида фитопланктона являющейся константой) на соответствующие лимитирующие функции:

$$\mu_F = \mu_{MAX} \varphi(T) \varphi(I) \varphi(C), \quad (4.7)$$

где $\varphi(T)$, $\varphi(I)$, $\varphi(C)$ – лимитирующие функции соответственно температуры воды, солнечной радиации и концентрации биогенных веществ, μ_{MAX} – максимальная удельная скорость роста фитопланктона.

Зависимость скорости роста от биогенного питания выражается обычно уже известным из рассмотрения процесса роста бактерий уравнением Моно (формула 3.9).

$$\mu_F = \mu_{MAX} \frac{C}{K_C + C},$$

где C – концентрация биогенного вещества, K_C – константа полунасыщения (константа Моно). Лимитирующая функция имеет в этом случае вид, изображенный на рис. 16.

В качестве лимитирующих биогенных веществ в математические выражения для описания процесса первичного продуцирования включают обычно фосфор, азот, реже углерод, а также кремний в случае, когда диатомовые водоросли играют важную роль в развитии фитопланктона. При выборе одного лимитирующего питательного вещества широкое распространение получил выдвинутый Ю. Либихом принцип минимума, согласно которому скорость роста организмов определяется непосредственно не всеми элементами питания, а только тем из них, который находится в наибольшем относительном дефиците. Лимитирующий элемент Ю. Либих определял по простому отношению между элементами в организме и окружающей среде (воде). С изменением концентраций биогенных веществ в воде лимитирующий элемент может меняться, что должно быть учтено в модели. При этом наибольшее распространение получили модели переключения лимитирующего элемента питания не по способу Ю. Либиха, а по принципу выбора элемента, дающего наименьшую скорость роста:

$$\mu_F = \min\left(\mu_{MAX,1} \frac{C_1}{K_{C_1} + C_1}, \mu_{MAX,2} \frac{C_2}{K_{C_2} + C_2}, \dots\right),$$

где $\mu_{MAX,1}$, $\mu_{MAX,2}$, C_1, C_2 – максимальные удельные скорости роста и концентрация рассматриваемых в модели отдельных биогенных веществ, принимающих участие в питании фитопланктона.

Существуют также модели, рассматривающие совместное одновременное влияние всех биогенных веществ, в которых удельная скорость роста определяется путем умножения максимальной удельной скорости на соответствующие уравнения Моно для каждого из элементов. Некоторые модели включают двустадийное описание процесса фотосинтеза: поглощение биогенных веществ и рост биомассы, контролируемый внутриклеточной концентрацией биогенного вещества. Описание биологического механизма питания в этом случае более адекватно реальному, но приводит к увеличению числа параметров модели.

Для учета влияния температуры воды на скорость роста фитопланктона используют различные эмпирические уравнения. Наиболее простая зависимость имеет вид:

$$\varphi(T) = 1,066^{T-20}.$$

При этом предполагается, что 20°C является оптимальной температурой для развития фитопланктона. Для более полного описания зависимости роста фитопланктона от температуры воды вид корректирующей функции значительно более сложный. Например, в трехпараметрической модели функция $\varphi(T)$ описывается выражением

$$\varphi(T) = \left(\frac{T_{MAX} - T}{T_{MAX} - T_{OPT}}\right)^\alpha \exp\left[\alpha\left(1 - \frac{T_{MAX} - T}{T_{MAX} - T_{OPT}}\right)\right],$$

$$\beta^2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{40}{\beta}}\right)^2$$

$$\alpha = \frac{\beta^2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{40}{\beta}}\right)^2}{400}, \quad \beta = \ln \gamma (T_{MAX} - T_{OPT}),$$

T_{OPT} , T_{MAX} – оптимальная и максимальная температура воды при развитии фитопланктона, γ – коэффициент, характеризующий относительную разницу в протекании процесса при повышении температуры на 10°C. Эта зависимость представлена на рис. 26.

Исследования зависимости фотосинтетической активности фитопланктона от солнечной радиации показывают, что по мере роста интенсивности света от нуля скорость фотосинтеза линейно возрастает, затем при некоторой интенсивности скорость фотосинтеза становится постоянной (так называемая светонасыщенная фотосинтетическая скорость), а при очень высоких уровнях освещенности может иметь место ингибирование фотосинтеза. Было предложено большое количество уравнений для описания функции лимитирования процесса фотосинтеза светом. Наиболее просто процесс светового насыщения можно учесть с помощью уравнения Моно:

$$\varphi(I) = \frac{I}{K_I + I},$$

где K_I – константа полунасыщения по свету (равна интенсивности солнечной радиации, при которой скорость роста фитопланктона составляет половину от максимальной).

Однако обычно для этой цели используют более сложные, но и более детально описывающие процесс уравнения, например следующее:

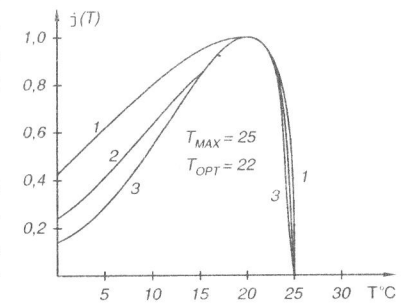


Рис. 26. Функции, учитывающие влияние температуры воды на развитие фитопланктона при различных значениях γ [21]

$$\varphi(I) = \frac{I/I_{OPT}}{\sqrt{1+(I/I_{OPT})^2}}, \quad \text{Ф-ла Таллига}$$

где I_{OPT} – оптимальная интенсивность солнечной радиации, т.е. интенсивность радиации, при которой скорость роста фитопланктона максимальна.

Для учета эффекта ингибирования фотосинтеза при высоких величинах проникающей в воду солнечной радиации наиболее распространенной является формула Дж. Стила [17]:

$$\varphi(I) = \frac{I}{I_{OPT}} e^{(1-I/I_{OPT})}. \quad (4.8)$$

Используемая в этих формулах интенсивность радиации I изменяется по глубине водоема. Убывание радиации с глубиной, как известно, можно представить экспоненциальным законом Бэра-Ламберта, который можно записать в виде:

$$I_h = I_0(1-A)e^{-\alpha h}, \quad (4.9)$$

где I_0 – суммарная радиация, падающая на поверхность водоема, A – альbedo водной поверхности, I_h – интенсивность радиации на глубине h , α – коэффициент ослабления радиации (коэффициент экстинкции). Этот коэффициент можно определить по данным непосредственных наблюдений за изменением радиации с глубиной (рис. 27).

Для водоема можно найти так называемую эвфотическую глубину (h_E), которую определяют как глубину, на которой интенсивность солнечной радиации падает до 1% от своего значения у поверхности

$$h_E = \frac{4,61}{\alpha}.$$

Рис. 27. Зависимость отношения I_h/I_0 для озера Севан (1) и Цимлянского водохранилища (2)

Подставляя формулу (4.9), в которой не учитывается альbedo, в (4.8), получаем

$$\varphi[I(h)] = \frac{I_0 e^{-\alpha h}}{I_{OPT}} \cdot e^{(1-I_0 e^{-\alpha h}/I_{OPT})}. \quad (4.10)$$

Коэффициент ослабления зависит от рассеяния и поглощения радиации водной толщей и определяется как свойствами последней, так и спектральным составом радиации. В общем случае коэффициент ослабления обратно пропорционален относительной прозрачности воды

$$\alpha = \frac{a}{SD},$$

где a – эмпирический коэффициент, колеблющийся по данным разных авторов от 1,8 до 2,2, SD – прозрачность воды по диску Секки в м.

Иногда в моделях используется зависимость коэффициента α от численности фитопланктона в воде, учитывая, что моделируется процесс развития водорослей, численность которых оказывает обратное влияние на один из важных факторов их роста. Тогда его представляют в виде двух частей – связанной и не связанной с фитопланктоном:

$$\alpha = \alpha_B + \alpha_\Phi n,$$

где α_B и α_Φ – коэффициенты ослабления, связанные, соответственно, с оптическими параметрами воды и фитопланктоном, n – численность фитопланктона (кл/мл).

Интенсивность проникновения солнечной радиации в воде зависит от спектрального состава света; для разных длин волн она различна (α , следовательно, изменяется и коэффициент ослабления). Обычно измеряют подводную освещенность для наиболее фотосинтетически активной длины волны, которая для большинства водоемов находится в диапазоне 500-600 нм.

Приведенные выше выражения применимы только при постоянном уровне радиации на поверхности. Суточные изменения радиации можно учесть введением параметра f , представляющего световую часть суток, так называемый фотопериод, считая, что

$$I_0(t) = \begin{cases} I_A & \text{при } 0 < t < f \\ 0 & \text{при } f < t < 1 \end{cases}, \quad (4.11)$$

где f – световая часть суток, I_A – среднее значение солнечной радиации на поверхности водоема.

Для того, чтобы уравнение (4.10) можно было использовать в модели развития фитопланктона, необходимо произвести пространственно-временное осреднение функции $\varphi(h,t)$ её интегрированием по глубине и световому периоду

$$\varphi(I) = \iint_{t_h} \varphi(I(t,h)) dt dh. \quad (4.12)$$

При условии (4.11) в результате интегрирования (4.12) получаем световую лимитирующую функцию:

$$\varphi(I) = \frac{2,718f}{\alpha H} (e^{-\varepsilon_1} - e^{-\varepsilon_0}),$$

где $H = h_2 - h_1$, h_1 и h_2 – верхняя и нижняя границы слоя, в котором проводится осреднение,

$$\varepsilon_1 = \frac{I_A}{I_S} e^{-\alpha H},$$

$$\varepsilon_0 = \frac{I_A}{I_S}.$$

График функции $\varphi(I)$ при различных значениях αH показан на рис. 28.

Для того, чтобы учесть изменения радиации в течение световой части суток, иногда применяют более сложные выражения, например вводится периодическая функция

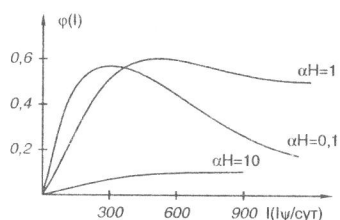


Рис.28. Световая лимитирующая функция для роста фитопланктона

Функция $\varphi(I)$ – безразмерная (изменяется от 0 до 1) и используется при расчете роста фитопланктона по выражению (4.7).

Как видим, при описании процесса роста фитопланктона в водоеме исследователь, решающий задачу моделирования, обладает целым набором альтернативных решений. Выбор оптимального решения зависит от особенностей водоема, исходной информации и от степени детальности модели.

4.4.3. Модели отмирания и осаждения фитопланктона

Отмирание фитопланктона зависит, главным образом, от таких процессов как эндогенное дыхание и выедание растительноядным зоопланктоном. Математически потери биомассы фитопланктона представляют обычно в виде суммы этих процессов

$$\xi_F = \xi_D(T) + \xi_Z,$$

где ξ_D и ξ_Z – удельные скорости соответственно дыхания и выедания зоопланктоном, выраженные в долях биомассы за сутки.

Эндогенное дыхание фитопланктона зависит от температуры

$$\xi_D = \xi_D^{20} \cdot (1,08)^{T-20},$$

где ξ_D^{20} – удельная скорость дыхания при температуре 20°C.

Выедание зоопланктоном в простейшем случае может быть представлено в виде линейной функции биомассы зоопланктона

$$\xi_Z = \rho Z,$$

где ρ – удельная скорость выедания (фильтрации) фитопланктона (л/сут мгС), Z – биомасса зоопланктона в эквивалентных единицах углерода (мгС/л).

Более адекватно реальным условиям представляется описание процесса выедания с насыщением по уравнению Моно

$$I_0 = \frac{I_{MAX}}{2} \left(1 - \cos \frac{t2\pi}{T}\right), \quad (4.13)$$

где I_{MAX} – максимальная интенсивность радиации в течение суток, T – продолжительность световой части суток, t – время, часы.

Введение (4.13) в интеграл (4.12) приводит к некоторым трудностям интегрирования, в связи с чем приходится прибегать к кусочно-линейным аппроксимациям зависимости от изменений солнечной радиации во времени.

$$\xi_Z = \mu_Z \frac{B_F Z}{K_Z + B_F \eta},$$

где μ_Z – удельная скорость размножения зоопланктона, K_Z – коэффициент полунасыщения зоопланктона по фитопланктону, η – коэффициент усвояемости фитопланктона зоопланктоном.

Появление новой переменной Z – биомассы зоопланктона – приводит к необходимости ввести в модель уравнение роста и отмирания зоопланктона и обозначить тем самым следующий трофический уровень пищевой цепи.

Скорость осаждения фитопланктона зависит от его формы, удельного веса, размеров, физиологического состояния, а также вязкости воды и интенсивности её перемешивания. Подавляющее большинство моделей с целью упрощения расчетов описывают скорость осаждения фитопланктона функцией первого порядка. Константы скорости осаждения фитопланктона по данным разных авторов колеблются от 0,1 до 0,5 м/сутки.

Следует отметить, что кажущаяся простота построения полуэмпирических моделей и возможность получать с их помощью прогнозы поведения экосистем при различных внешних воздействиях привели к быстрому росту количества таких моделей. Достаточно сказать, что за последние 15 лет только для Великих Американских озер создано более 100 моделей экосистем. Однако ценность большинства созданных моделей сильно ограничивается явным недостатком данных не только для надежной валидации, но даже и для калибровки эмпирических коэффициентов моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзатуллин Т. А., Лебедев Ю. М. Моделирование трансформации органических соединений в экосистемах и самоочистки водотоков и водоемов. // Итоги науки. Сер. Общая экология. Биоценология. Гидробиология. М.: ВИНТИ, 1977. Вып.4. С. 75–137.
2. Багоцкий С. В., Вавилин В. А. Математическое моделирование процессов самоочистки в водных экосистемах // Водн. ресурсы. 1976. N4. С.123–134.
3. Беляев В. И. Теория сложных геосистем. Киев: Наукова думка, 1978. 156с.
4. Браславский А. П. Расчет минерализации воды в водохранилищах // Гидрохимические материалы. 1961. Т.32. С.72–96.
5. Бреховских В. Ф. Гидрофизические факторы формирования кислородного режима водоемов. М.: Наука, 1988. 168с.
6. Вавилин В. А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочистки в реках. М.: Наука, 1983. 157с.
7. Вавилин В. А., Васильев В. Б. Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод активным илом. М.: Наука, 1979. 117с.

8. Воинов А. А., Тонких А. П. Имитационная модель экосистемы озера Плещеево. М.: ВЦ АН СССР, 1988. 38с.
9. Гаррелс Р. М., Крайст Ч. Л. Растворы, минералы, равновесия. М.: Мир, 1968. 367с.
10. Гордин И. В. Технологические системы водообработки. Л.: Химия, 1987. 265с.
11. Драйвер Дж. Геохимия природных вод. М.: Мир, 1985. 440с.
12. Йоргенсен С. Э. Управление озерными системами. М.: Агропромиздат, 1985. 160с.
13. Калинин Г. П. Проблемы глобальной гидрологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1968. 377с.
14. Леонов А. В. Математическое моделирование трансформации соединений фосфора в пресноводных экосистемах на примере оз. Балатон. М.: Наука, 1986. 152с.
15. Мартынова М. В. Азот и фосфор в донных отложениях озер и водохранилищ. М.: Наука, 1984. 159с.
16. Михайлов В. Н., Эдельштейн К. К. Оценка устойчивости и уязвимости водных экосистем с позиций гидроэкологии // Вестн. Моск. ун-та. Сер.5, География. 1966. №3. С.27-34.
17. Математические модели контроля загрязнения воды. М.: Мир, 1981. С. 165-201.
18. Основы прогнозирования качества поверхностных вод. М.: Наука, 1982. 184с.
19. Родзиллер И. Д. Прогноз качества воды водоемов – приемников сточных вод. М.: Стройиздат, 1984. 263с.
20. Справочник по гидрохимии. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 390с.
21. Страшкраба М., Гнаук А. Пресноводные экосистемы. Математическое моделирование. М.: Мир, 1989. 376с.
22. Фельзенбаум А. И. Теоретические основы и методы расчета установившихся течений. М.: Изд-во АН СССР, 1960. 122с.
23. Хендерсон-Селлерс Б. Инженерная лимнология. М.: Гидрометеоиздат, 1987. 335с.
24. Эдельштейн К. К. Водные массы долинных водохранилищ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1991. 175с.
25. Canfield D. E., Bachmann R. W. Prediction of total phosphorus concentrations, chlorophyll and Secchi depths in natural and artificial lakes // Can. J. of Fish and Aquat. Sci. 1981. 4. : 413-426.
26. Jorgensen S. E., Mejer H. F., Frios M., Jorgensen L. A., Hendricsen J. // Handbook of Environmental Data and Ecological Parameters. Copengagen: ISEM, 1979.
27. Modelling the eutrophication process. Ann Arbor Science, 1974.
28. Reckhow K. H., Chapra S. C. Engineering approaches for lake management // Ann Arbor Science. 1983. Vol.1,2.
29. Vollenweider R. A. Input – output models with special reference to the phosphorus loading concept in limnology // Schweiz. Z. Hydrol. 1975. 33: 53-83.

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ГЛАВА 1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ В ВОДНЫХ ЭКОСИСТЕМАХ	
1.1. Водоток и водоем как сложная экосистема	5
1.2. Цели математического моделирования	6
1.3. Основные компоненты математических моделей	8
1.4. Типизация гидроэкологических моделей	10
1.5. Этапы моделирования	14
1.6. Подходы к выбору степени сложности гидроэкологических моделей	18
ГЛАВА 2. МОДЕЛИ ВОДООБМЕНА ВОДОЕМОВ	
2.1. Процесс водообмена	20
2.2. Математическая модель водного баланса водоема	21
2.3. Диффузионная модель внутреннего водообмена	25
2.4. Модели идеализированных режимов водообмена	27
2.5. Кибернетические модели	35
2.6. Гидродинамические модели	39
ГЛАВА 3. МОДЕЛИ САМООЧИЩЕНИЯ ПРИРОДНЫХ ВОД	
3.1. Процессы самоочищения природных вод	40
3.2. Модели химических и физико-химических процессов	41
3.3. Модели биохимического окисления органического вещества в природных водах	43
3.4. Нелинейные модели самоочищения	54
ГЛАВА 4. МОДЕЛИ ЭВТРОФИРОВАНИЯ ВОДОЕМОВ	
4.1. Процесс эвтрофирования	58
4.2. Качественно-аналитические модели эвтрофирования	61
4.3. Оценка трофического состояния водоемов	68
4.4. Сложные полумпирические модели эвтрофирования	69
ЛИТЕРАТУРА	79

Учебное издание

***Эдельштейн Константин Константинович
Даценко Юрий Сергеевич***

Лимнологическое моделирование

Редактор В. А. Стряпчий
Верстка оригинал-макета С. А. Мавленков

Изд. лиц. № 040414 от 18.04.97

Подписано в печать 23.11.1998.

Формат 60x90/16. Бумага офсетная. Печать РИЗО.

Усл. печ.л. 5,0 Уч.-изд.л. 5,76 Тираж 300 экз.

Заказ 746.

Ордена «Знак Почёта» Издательство Московского Университета
103009, Москва, ул. Б. Никитская, 5/7

Отпечатано в Полиграфическом отделе географического факультета
119899, Москва, Воробьёвы горы, МГУ им. М.В. Ломоносова, географический факультет.